Digitized by Google

BIBL. NAZ.
VITT. EMANUELE III
XXXIII
F
16

Digitized by Google

Digitized by Google

IOANNIS DE LVNESCHLOS
E MONTIVM SALINGA

THESAVRVS MATHEMATVM RESERATVS

PER

ALGEBRAM NOVAM

TAM

SPECIEBVS

QVAM

NVMERIS

Declaratam

ET

Demonſtratam.

CVI

PRAEFIXA

VNIVERSÆ

PHILOSOPHIÆ

MATHEMATICARVM

IN PRIMIS

DISCIPLINARVM

SYNOPSIS.

AD

NOBILISSIMVM

ET

AMPLISSIMVM

VIRVM

D. D.

LVDOVICVM DE GEER.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE III NAPOLI

PATAVII, Typis Cribellianis, Sup. permiſsu. MDCXLVI.



NAPOLI

Digitized by Google

NOBIL^{MO} ET AMPL^{MO} DOMINO D. LVDOVICO DE GEER.

GEMINVM, Nobiliſsime & Ampliſsime Vir, in Liberalibus Studiis licet obſervare Hominum Genium, quorum alter adhæret Rebus; alter, Verbis. Qui porro adhæret Rebus, utiles vel inutiles plerumq; affectat. Ad utilium Rerum metam duplici gradu procedit: Prior eſt eorum, qui inſatiabilis lucri gratia, cui, tãquam muſcæ victimis, inhiant, tam citò ad Sapientiæ metam feſtinant & properant, ut, inſtar canis in Nilo lambentis, omne illud præter volent, quicquid rectà ad eum, quem ſibi præfixerunt, ſcopum non ducit: imò, quod mirabere, immane nefas eſſe arbitrantur craſſiſſimo illi ſub ſydere nati, ſi vel Sutor ultra crepidam ſapiat vel ingenioſus Pictor amplius quàm cucurbitas pingat, vel bonus Medicus ſimul deſideret eſſe ſemotus à plebe Poeta, vel clarus Iuriſconſultus, acutus Mathematicus: & tanquam certiſſimum principium aſſerunt, & exoſculantur illud Horatij:

Quod Medicorum eſt,
Promittant Medici, tractent fabrilia Fabri.

Hi omnes & ſinguli minorum gentium Dii, dum, ſibi ipſis ſolummodo placentes, ſe & ſua mirantur, nimium accelerant, inter medios fluctus, quos ut majores & Decumanos declinare, & frangere nequeunt, naufragium patiuntur, curſumq; quem ſibi propoſuere, minime abſolvunt. Quandoquidem

Serius abſolvit, qui nimium properat.

Et

Canis feſtinans cœcos parit catulos.

Poſterioris generis ſunt generoſiores illi, quorum videlicet

De meliore luto finxit præcordia Titan,

qui ingenii libidine, nec non amore ſciendi, &, quod omnibus innatum dicit Ariſtoteles,[a] diſcẽdi plura deſiderio euſq; deperierũt, ut ſcientiam artem ve, ad quam adſpirant, non aggrediantur, niſi prius perluſtraverint ac ſcrutati fuerint omnia, quæ vel infra Tartara hoc infimo Rerum ſepto mirabilis concluſit Natura; vel ſupra ſupremum Sphærarum convexum,

Vltra Solis Lunæq; vias

Diiimmortales celaverunt, aut quæ his non ſine exiguo labore, longoq; tempore excogitata ſolers Hominum adiecit induſtria, non expendentes exemplum Aegypti Reginæ, quæ ita artificia inter ſubiectos ſuos dividere ſolebat, ut ſingulis non niſi ſingula tractãda injungeret, haud ignare, inquit Iſocrates,[b] qui ſubinde in aliud at-

Digitized by Google

quæ aliud munus abripiuntur, nulli adhæreſcunt, nec in ſuccum, & ſanguinem convertunt cibos, qui varietate vim ventriculi obruunt : Nam varium cibum edi facilius, quàm concoqui, *rectè cenſuit* Latinorum *Medicorũ Coryphæus* Cornelius Celſus[c]. *Tranſeo jam ad* Rerum Inutilium *ſectatores*, Alchymiſtas *ſcilicet*, Genethliacos, Steganographicos, Polygraphicos, Characteriſtas, Cheiromantas, Geomantas, Magos, *alioſq; ejuſdem farinæ infelices homines, qui ſurgentẽ undique lucem* Divini *muneris conantur extinguere exemplo* Heroſtrati, *qui templum illud deleuit; cujus ne minimum quidem angulum ædificare poterat, quibus certe ſatis eſt volitantes Nugarum muſcas hiante ore captare, quibus tantum abeſſe, ut animus veritati acquieſcat, ut etiam ingenium & tempus, quod bonis* Artibus *ſatis anguſtum eſt, ejuſmodi ridiculas, licet curioſas Subtilitates perſequendo, ſemper conterat, atq; abſumat. Sed, ſat de illis omnibus; illos nunc tango umbraticles, quos* Criticos *rudis plebs vocitat. qui in nudis verbis duntaxat hærẽtes, ætatem totã in* ſcientiarum, Artiumve *verſantur adytu, ipſarumq; adytus ſerius, aut nunquã, intuentur. Habent illas diſciplinas, ut oblectamentum, non ut inſtrumentum Vitæ utiliſſimum, & maximè neceſſarium, quod in ludum quendam nugarum vertunt circulatores, & garruli iſti, rebus ſenſuq; communi deſtituti: garrulitate ſiquidem apud ignarũ & vaniſſimum vulgus laudem ſummam conſequuntur, & docti habentur, nec hoc mirum, cùm Scientiarum ſolida cognitione pauciſſimi gaudeant,*

Nec cuivis homini contingat adire Corinthum,

ſicuti nec ex quolibet ligno fiat Mercurius, nec à quolibet pictore pingatur Alexãder Magnus. *Licet multi multa ſcribãtur, & quãplurima de quolibet ſcibili exſudando, ſuis verborum ampullis humiles iſtas & plebeas animas decipientes, balbutiant, quæ, ubi quis ſeriò examinauerit, nugas utplurimùm, furtaq; novis varijſq; ornata fucis animaduertet: ſtudioſè etenim hæc ſequacia pecora* Corniculam *imitantur* Aeſopicam *quæ ſemper ſui ſimilis extitit, detractis prius, quas undiquaque corraſerat, plumis. Vt propterea non immerito dubitauerit ipſe Eloquentiæ Pater* Cicero, *an facundia plus commodi vel incommodi* Civitatibus *afferret? ſcilicet, quod certò cognoſceret, circumforaneos illos Stentores huic ſtudio addictos in ſpinis & laqueis argutiarum, de lana (quod aiunt) caprina, nihil aliud, quàm minutias illas* Grammaticas, *ceu inutiles contentioſaſq; diſputationes, quas* Galenus *toties & tam acerbè inſectatur, ſubtili quodam diſceptationum filo texere & retexere: Non ſecus ac ſal, oleum, acetum, vinum, quibus modicè ſumpta, ſaluti humanæ ſunt; immodicè vero, in venenum cedunt: ſic Scientiarum artiumq; nobiliſſima inſtrumenta, quibus abutuntur.*

Sed, licet iuxta Horatium

Diverſos diverſa juvent,

Et ſecundum Virgilium,

Trahat ſua quemq; voluptas,

Viderint tamen, qui iſtam nacti ſunt provinciam, ego vertens proram, & removens me ab hiſce ſcopulis, qui multorum ingenia etiam feliciſſima abſorpſerunt, velificationem omnem direxi ad unicum Veræ ſcientiæ *portum. Cujus ſtudij mei primum ſpecimen eſſe volui hos duos de ALGEBRA NOVA libros, non conciſe*

nimis

c lib.3.cap.6.

Digitized by Google

nimis aut Laconicè; *neq; laxius, aut* Aſiaticè *ſcriptos: cùm illud obſcuret ſenſa; hoc fatiget ingenia. Quos exaraui non animo & calamo (ut multi) ad ſcribendum pruriente, neq; titillante humanę glorię, laudiſve aucupio (quicquid enim ſub Sole, me Dius Fidius,* Vanitas *eſt, ſicuti tum ex eleganti hoc* Cabbaliſtico: אדם קין הבל *tum ex his* Sapientiſſimi ᵈ *verbis conſtat:* הבל הבלים הכל הבל *ſed ut iis, qui ex hac mea quali quali lucubrauncula aliquid commodi & emolumenti percipi poſſe ſibi firmiter perſuaſere, ſatisfacerem: hac ratione &* Tempori, & Amicis *aliquid dandum exiſtimans, illudq;* Ciceronianum ᵉ *expendens,* Homines Hominũ cauſa eſſe generatos, *ut ipſi inter ſe alij alijs non obeſſe, ſed mutuis potius inter ſe ſtudijs, & amicitiæ officijs (ſiquidem* Homo Homini Deus *) prodeſſe queant. Sic Idem alibi* ᶠ: Hoc natura præſcribit, ut homo homini quicunq; ſit, ob eam ipſam cauſam tantùm, quod is homo ſit, conſultum velit, immo debeat. *Itẽ*, ᵍ Nullam meliorem in hominum genere eſſe naturam, quàm eorum, qui ſe natos ad homines juvandos, tutandos, conſervandos, arbitrantur. *Quibus autem præ reliquis ſervitus potiſſimũ debeatur, optime expreſſit idẽ* Tullius, ʰ impellimur, *inquit,* natura, ut prodeſſe velimus, cum primiſq; docendo, rationibuſq; prudẽtiæ tradendis; itaq; non facile eſt invenire, qui, quod ſciat ipſe, non tradat alteri. *Quod etiam docuit Diuinus* Plato, *dum ita ad* Archytam *ſcribit* ᵏ: Non nobis ſolis nati ſumus, ſed ortus noſtri partem Patria ſibi vendicat, partem Parentes, partem Amici: A parentibus enim, *iuxta Eundem*, ⁱ habemus vt vivamus, at bene & diù à patria, quæ eſt, (*ut cum* Oratore *loquar*) ˡ velut alter quidam Deus, & primus maximuſq; parens; cui tanti etiam tribuit antiquitas, vt omnibus, qui eam conſervaſſent, adiuviſſent, auxiſſent, certum in cœlo ac definitum locum, ubi beati ævo fruerentur ſempiterno, conſtituerit. *Quandoquidem Naturam Hominis* Divina *illa* Solertia *eleuatam eſſe uoluit ut, contemptis omnibus & publicis & priuatis actionibus, hęc appeteret duo:* Religionem & Sapientiam, *quę dũ ſimul cohęrerent, ſolidam parerent ueritatem, partam cuſtodirent, cuſtoditam in cælum unà cum animis extollerent. In quem finem, poſtquam ſummus ille* Archetypus ᵐ *polydædalum hoc ac uenuſtum* Macrocoſmi *theatrũ ædificaſſet, colophonẽ* Microcoſmum, Hominem, *nimirum* Vniverſi *iſtius* Exemplar, atq; abbreviatã effigiem; veluti ſui ſuorumq; operum contemplatorem; neq; contemplatorem modò, verùm etiam eorundem interpretem & internuncium, *in Microcoſmi cẽtrum collocauit; tum, ut is tanquam uiſibilis creatura, inuiſibilis* Opificis *æternam potentiam, & ſtupendam* Divinitatis *Machinam perluſtraret, iuxta illud* Ovidij ⁿ:

> Os homini ſublime dedit, cœlumq; videre
> Iuſſit, & erectos ad ſydera tollere vultus.

Ipſumque κτίςην, *Et iſtorum omnium* Architectum, *agnoſceret, & celebraret, ſicuti idipſum indigitat* Apoſtolus ᵒ *hiſce uerbis;* τὰ ἀόρατα τῦ Θεῦ ἀπὸ κτίσεως κόσμου τοῖς ποιήμασι, νοούμενα καθορᾶται. τὸ γὰρ γνωστὸν αὐτῦ φανερόν ἐστιν ἐν αὐτοῖς: *tum etiam, ut ſuis officiis communem Hominum Societatem demereri, eiuſq; commoda promovere ſtuderet, quò veluti pręceptor Nos pro captu noſtro ad hanc Univerſitatis Scholam manuducens, tam ſcientiis & artibus, quàm exemplis & libris inſtitueret: inde enim factum eſt, ut cùm primùm immenſa illa Bonitatis Vis in animam viuẽtẽ*

creaſ-

d Eccleſ.1.✝.2.
e lib.1.offic.
f lib.3.offic.
g lib.1.Tuſc.
h lib.2.de finib.
i in criton.
k Ep.9.
l in ſomn.Scipion.
m Plato lib.2.de mundo
n lib.1.metamorph.
o Ad Rom.1.✝.19.20.

creaſſet Adamum, *hunc omni* Phyſicarum *rerum ſcientia impleverit, ut quem & ætate, & corpore fecerat ut omnium & ſingulorum eſſet parens; eundem animo exhiberet abſolutiſſimum qui omnium, quos gigneret, ac proinde cęterarum Gentiū magiſter eſſet futurus. Scilicet non decuit, alium eſſe Eum, qui primus à DEO formabatur; quippe qui nec tanquam inops, ac quaſi raſa tabula, ſcientiarum lineas ac rerum naturas hinc inde, ut Nos, emendicaret; ſed ſtatim phantaſmata reciperet expreſſa, quæ ipſa cujuſq; ſpeciei individua propriè diſtincteq; exererent, in quibus nullo cum errore vim ac naturam ſpecierum illorum contemplaretur: cumq; perfecto in ſtatu fuiſſet conditus nihil ei deeſſet facultatum earum quibus mirifice Humanus animus oblectatur & paſcitur. Sic ab* Adamo *Dives illa Supellex per poſteros* Patriarcharum, Prophetarum, Hebræorum, *imo* Arabum, *&* Græcorum *propagata eſt ad NOS* Europæos. *Quare hiſce aurea Rationis ſtatera examinatis, perſpicere non valeo, quo & Ego (ut* Genio *& innato ſatisfacerem deſiderio) facilius citiuſq; meæ propenſæ voluntatis teſtimonium exhibere, quoq; ullum* Iuventuti *φιλομαθητικῶ donum deferre majus poſſim, quàm ſi E. omnibus, quibuſcunq; etiam liceat, modis gratificari ſtuduero, non inſtituendo tantùm, verùm etiam aliquid ad communis uſus, & utilitatis propagationem publici iuris faciendo. Inter varia nāque officiorum genera, quæ ab Hominibus in ſalutem publicam fructumq; redundare conſueverunt, nullum preclarius utiliusve dari poteſt, in quo aut melius de bonis* Literis, *& liberalibus* Diſciplinis *mereri, aut multorum favorem gratiamq; facilius dignituſq; conciliare poſſimus, quam ſi illis Scientijs excolēdis omnem navemus operā, in quibus à benevola Antiquitate ſumma mētis induſtria Inventis, ad actiones Hominū, vel recte gerendas, vel ornandas, non exigua videtur ineſſe momenta, ſi vetamen verum vetus, illud proverbiū:* Hominis eſſe iuvare Hominem, *niſi in illam Naturæ legem, quę unumquemq; noſtrum pro ſuo modulo conferre aliquid in commune juſſit, impingere, imo injurius eſſe velit. Quid enim, quando nec una omnes ſemita, nec pari gradu incedimus, ita nec uni omnes, ſed diverſis plerūq; ſtudiis ſumus addicti, teſte namq;* Horatio.

Quot ſunt capita, totidem ſtudiorum
Millia,

Præſtantius? quid Homine, quem Natura ζῶον πολιτικὸν, & ſocietatis appetens dixit eſſe Epicurus *apud* Arrian. Epictetum, *& orationibus confirmavit* Ariſtoteles, *quemq; alij totius Divini Operis compendium, alij rerum omnium menſurā, & creaturarum normam,* Triſmegiſtus *magnum Mundi miraculum* Zoroaſter *audaciſſimę Naturę decus,* Pythagoras *Deum mortalem,* Plato *Divinum genus*, Plotinus *quoddā univerſū appellare nō ſunt veriti; ut merito* Sophocles *dixerit*,

lib. 1. polit.

Nihil æq; ſtupendum, ac hominem
Natura parens produxit unquam,

in Antigone.

quid, inquam, illo dignius? quàm ad hunc unicum ſcopum ſtudijs ſuis collineare, ut, quod Majores noſtri de Poſteritate anxii & ſolliciti ſcriptis mandatum Nobis reliquerunt, de ſuo quiſq; repertis hiſce aliquid addendo, hoc idem talentum ſibi cōcreditum cum fænore ad ſuos quoq; Poſteros propagare ſtudeat, quo hac ratione indies magis ac magis Inventorū aliqua additione Hominū Vita excolatur atq; exornetur.

Ad

Digitized by Google

Ad quod cùm omnes Mathematicę diſciplinę maximum, in eo quidem judicio. ſuppeditant auxilium, tum hæc ALGEBRA, de qua potiſſimum in pręſenti erit ſermo, abunde ſatis hoc ipſum præſtare conabitur. Quandoquidem hic Mileſio *calamo deſcriptus cruciatus* Adonis, *aut* Narciſsus *revocatus in florem, non* Hiſtoriarum *illecebras, aut quitquid* Attico *lepore expreſſit vetus* comœdia, *depromuntur, at verò* Numerorum *&* Magnitudinum *inexplicabiles nexus, nec Cobordi nodis faciliores, non temeraria* M. Alexandri *manu. ſed Mentis ſubtilitate, & Naturæ bonitate ſolvendi, præterea implexa* Matheſeos *ſylva acuta ingenij ſecuri ſcindenda. Quapropter viſus ſum mihi operæ pretium facturus, ſi, ut hujus* ſtudij *mei aliquod publicum extaret teſtimonium, in communi uſui utiliſſimam* Rem *aliquid temporis tribuerem; atq; ne cæteris laborantibus ego ſolus otioſus viderer, Dolium meum cũ* Diogene *volutans, hanc meam ſpartam exornavero. Quod equidem arduum Negotium hiſce ſuperioribus diebus, quantum* Medicæ *noſtræ occupationes, & peregrinationes commoditatis indulſerunt, meiq; ingenij tenuitas tulit, abſolvere, conceptumq; hunc partum ingenioſum parere conatus ſum. Prętereà, cum* Dignitas Tua *non ita pridem Bellicis Rebus fortiter ac ſtrenuè geſtis,* Nominis Tui *gloriam immortalitatis Memoriæ conſecraverit, quo hoc unum* Tuæ *ſit* Virtutis *Opus:*

Famam extendere factis:

Hinc eſt, quod GALLVS plaudat, HOLLANDVS jubilet, SVECVS geſtiat & triumphet; Ac id propter Tua *cum fortitudinis, tum conſilij, tum humanitatis ubiq; ferè extent veſtigia; ut* Tui *patrocinij area,* Tuæ *humanitatis aura,* Tuæ *prudentiæ aſylum,* Tuæ *ſapientię portus adeo omnes GERMANOS in* Tui *amorem rapuerit non ſecus, ſicuti quondam, inſtar* Mercurij *catenulę, vel radiorum* Solariũ *aquam in terræ viſceribus abſconditam per atomos (ut ajunt) bibulos attrahẽtiũ; ut nemo literis vel mediocriter imbutus non Te ambiat curioſus, non adeat ambitioſus, non abeat à tuo conſpectu cum divite affluenteq; redundantia. Meritò etiã num & mihi, licet peroni & ſocco, quam cothurno, & calceo lunato magis idoneo, eccellentes* Animi Tui *dotes veluti ſtellæ* Animi Tui *cælum exornãtes, ſummumq; Tuum in me affectum & favorem, beneficia etiam pręſtita penſitanti, hoc quicquid* Pallas *noſtra obſtetricans emittitur, & in auras effundit muneris, in Famæ delubro ad* Tuæ Dignitatis *aras, tanquam votivam Iconem ſuſpendere, dignum ſane viſum fuit: quippè cùm* Te *bonarum* artium, *nec non* Mathematum *amore flagrare quibus mirum in modum ad rectè pluribus de rebus judicandum, Principes viros adjuvari,* Athenienſium *quondam docuit ſchola; ſummam in* Te *etiam eſſe humanitatem, modeſtiam cum majeſtate conjunctam, æquitatem, & liberalitatem,* Tibiq; *virtutes tot, quot ſunt in iride flores, quas æquare, laborioſum; complecti, difficile; imitari, arduum, recenſere, operoſum, convenire, quę in ſummos ac illuſtres* Principes *cadere ſolent, certo mihi innotuerit. Sed quid hiſce laudum præconijs diutius inhęreo, quæ prolixius recitata fortaſſe in aſſentationis ſuſpicionẽ me traherent, aut eò invitarent, ut, cùm facile initium habuerint, finem difficilem inventura, ſicuti in* Pompejanis *laudibus enarrandis ſibi accidiſſe dicit* Cicero *pro lege Manilia. Vt igitur hiſce colophonem imponam,* Tibi Nobiliſs. Heros, *tum, ne huic meo Opuſculo* Martialis *verba accinere cogar, illa videlicet:*

Cu-

Cujus vis fieri libelle munus?
Feſtina tibi vindicem parare,
Ne nigram cito raptus in culinam
Cordillas madida tegas papyro,
Vel thuris, piperisq; ſis cucullus.

Tū etiā, ne omittā, quod meum; nec detrectem, quod Tuum, *illud ex officio, hoc ex debito; cum* Te *Unicum colere venerariq; quàm maximè debeam,* Tibi, *inquam tenuem hanc meā non* Tui *ſtomachi Opellā, ceu* Matheſis *meę primitias non toga, ſed ſago, nō* Venere, *ſed* Marte; *non laſcivientibus verborū* Gratiis, *ſed abnormi doctrina, rudiq;* Minerva *excultas (Nihil enim ſimul natū & perfectum)* *Clariſſimo* Nomini Tuo *prius deſtinatas, quàm natas, veluti certum ac conſtans propenſi erga* Te *animi mei σύμβολον, meęq; ſervitutis μνημόσυνον, maxima, qua fieri poteſt, obſervantia, & mentis noſtrę ſubmiſſione offero, dico, addico; ſpe maxima &c, ut confido, veriſſima fretus, quod ſumma* Tua *Ingenij humanitas, præſtantesq;* Tui Animi *dotes. hoc quidquid eſt à me productum, & ad* Te, *in grati Animi ſignum, tranſmiſſum munuſculi (licet* Tuæ Dignitatis Amplitudini *impar) exemplo Regum.* Alexandri M. & Artaxerxis, *imò* Cælituum, *quorum illi dantis animum muneris loco exoſculari; Hi verò corda, non holocauſtum intueri ſoliti, benigne libenterq; ſuſcipient, meq; modo ad* Aſylum Tuum *receptum, in* Clientum *quoque* Tuorum *numero permanere patientur. quo ego ad majora in* Tui *honorem, & gloriā in eadem atq; in alijs altioribus Diſciplinis producenda accingar. Vale, &* Te *mihi ac Literis quàm diutiſſime incolumem conſervet DEUS OPT. MAX.* Qui ita Te, Tuamq; Nobiliſsimam Familiam *juvet, &* Tuis *coeptis illuſtribus felix annuat.* Tuasq; *actiones omnes in IPSIUS gloriam, ad* Orbis Chriſtiani *ſalutem, cum SERENISSIMAE REGINAE VESTRAE favore ſecundet.* Patavii *prid. id. Octob. ſtyl. Greg. Anni MDCXLVI, veri XLIX.*

TUÆ DIGNITATIS AMPLITUDINI

Deuotiſſimus Cliens

IOANNES DE LUNESCHLOS.

Amica

ad

Lectorem Amicum

Pro

ALGEBRA MEA

Præſcriptio.

NON minus eleganter quàm verè ſtatuiſſe videtur *Empedocles* duo tantum Rerum Naturalium principia, quorum alterum bonum, & ad conſtruendum; alterum malum, & ad deſtruendum ſolummodo accommodatum. Ordine namq; nunquam interrupto in omnibus Rebus Naturalibus & Humanis luce meridiana clarius apparet, quàm ſtudioſè hæc duo principia inter ſe perpetuo pugnent. Sicuti idipſum innuere videtur M. *Cicero* lib. 3. de Oratore, vbi hos recitat verſus:

At Romanus homo tamen etſi res bene geſta eſt,
Corde ſuo trepidat.

Significans, quàm dubia & incerta ſit Humanarum Rerum conditio, eamq; *Romanos* vtpote tam in proſperis quàm in arctis exercitatos, diligenter conſideraſse. Idipſum quoque patet ex *Scipionis Africani* reſponſo, quod Legatis *Antiochi* Regis, magnâ ſtrage à *Romanis* victi, ut à *Iuſtino* lib. 30. refertur, dedit, neq; *Romanis*, ſi vincantur, animos minui, ſi vincant, ſecundis rebus inſoleſcere. Rectiſsimè itaq; ille apud T. *Livium*: Nemini compertum eſſe, quid ſerus veſper ferat; Variam hanc atq; inſtabilem fortunæ ambiguitatem prudentiſsimis quondam viris innotuiſse, patet ex *Seneca* Tragædo in Octav. act. 5. Scen. ultim.

Regitur Fatis mortale genus,
Nec ſibi quicquam ſpondere poteſt
Firmum, & ſtabile, per quæ caſus
Volvit varios ſemper nobis
Metuenda dies.

Cujus propterea admonitio memorabilis eſt talis:

Vos quibus rector maris, atq; terræ
Ius dedit magnum necis, atq; vitæ,
Ponite inflatos, tumidoſq; vultus.
Quicquid à vobis minor extimeſcit,
Major hoc vobis Dominus minatur.
Omne ſub regno graviore regnum eſt.
Quem dies vidit veniens ſuperbum,
Hunc dies vidit fugiens jacentem.
Nemo confidat nimium ſecundis,
Nemo deſperet meliora, lapſus.
Miſcet hæc illis, prohibetq; Clotho,
Stare fortunam, rotat omne Fatum.
Nemo tam Divos habuit faventes,
Craſtinum ut poſſit ſibi polliceri.
Res Deus noſtras celeri citatas
Turbine verſat.

Conſentit idem Tragicus ille vates *Sophocles*, dum ita exclamat:

Μόνοις ὀ γίγνεται.
Θεοῖσι γῆρας. οὐδὲ μὲν θανεῖν ποτε·
Τὰ δ' ἄλλα συγχεῖ πάνθ' ὁ παγκρατὴς χρόνος.

 Ideſt

Id eſt, *uni Deo nunquam ſenectus atra, nec mors imminet, ſed alia miſcet domitor ætas omnia.* Qui hiſce fidem non habet, planeq; cæcutit, attollat & circumferat oculos ſuos, & intueatur Rerum Humanarum alternas vices, & vel me tacente confitebitur in Sphæra Cœleſti Solem deficere, rubeſcere lunam, ſtellas oriri & occidere, naſci & denaſci. In Sphæra Elementari cometas varia forma, varioq; ſitu, & motu in aere obſervari; aerem abire in ventos, nubes & imbres; aquas & fluvios alveum mutare & curſum, vaſtum æquor tempeſtatibus attolli & deprimi, acceſſus item pati & receſſus; terram aqua & igne corrumpi, aquarum diluvio & inundatione imminui, inclinatione, ſuccuſſione & vibratione occulto quodam ſpiritu concuti. Nunc ſi Elementa vicibus ſuis mutantur, & pereunt, quanto magis illa, quæ ex illis conſtant, imperia, regna, reſpublicæ, urbes, quarum ruinas teſtantur *Aſiæ, Cretæ* et *Campaniæ* oppida, teſtantur veteres *Aegypti Thebæ, Carthago, Corinthus, Athenæ, Sparta, & Roma*, quarum labem excipiunt imperia et regna. Sic *Oriens* olim tenuit Mundi ſceptrum, nunc *Occidens*; *Aſſyrij, Aegyptij* et *Iudæi* olim valuerunt Arte et Marte, nunc *Europæi*; Olim *Græcia Muſarum* quaſi *Lycæum* toti pene Orbi facem prælucebat, nunc involuta tenebris, ingemiſcit. Sequuntur *Homines*, urbium, regnorum rerumq; pub. moderatores ſapientiſsimi, quibus tamen omnibus et ſingulis ſua ineſt infantia, pueritia, adoleſcentia, iuventus, conſiſtens ætas, ſenecta et mors; ſanitas item et morbus, lætitia et triſtitia, abundantia et penuria. Exemplo nobis ſint *Cicero* et *Brutus*, *Catilina & Antonius*, in quibus videre licet modo voluptatum illecebras, modo dolorum faces; modo divitiarum ſplendorem, modo paupertatis metum; modo honorum cupiditates, modo ignominiæ terrores; modo in ſumma tenuitate rapacitatem, modo in maximis pecunijs profuſionem &c. Iammodo florebant artes, bonæ literæ maximum ſuſceperant incrementum, honos magnus ſtudioſis habebatur: tot rerum memorabilium cognitio acceſſerat, ut aureum ſeculum reſtitutum videretur. Exemplis idipſum illuſtrare perfacile eſt, quis eſt, etiamſi vel leviter Sapientiæ primordijs imbutus, qui in *Platone* et *Plotino* divinitatem, in D. *Augustino* Theologiam, in *Iuſtiniano* Iuriſprudentiam, in *Hippocrate* Coo Medicinam, in *Euclide* et *Avicenna* ordinem et στοιχείωσιν, in *Galeno* methodum, rationem dividendi et pulsum, in *Hermete* Triſmegiſto et *Gebro* Arabe Chymiam, in *Theophraſto* Ereſio Botanicam, in *Andrea Veſalio* Anatomiam non admiretur? qui, inquam, in *Ariſtotele* Stagirita contextum, in *Ioh. Scoto* et *Suiſſet*, alias *Calculatore* in philoſophando ſubtilitatẽ, in *Varrone* et *Columella* rei Ruſticæ deſcriptionem, in *Alchindo* Arabe tractatum de ratione ſex quantitatum, in *Archimede* Syracuſano Geometriam et Mechanicam, quibus, teſte *Plutarcho*, vires *Romanorum* ſæpius fregiſſe dicitur, non extollat? qui in *Apollonio* Pergæo elementa Conica, In *Archita* Tarentino ligneam columbam volatilem, et duarum linearum inter duas datas mediarum proportionalium demonſtrationem, in *Ptolomæo* Alexandrino Aſtronomiam, et Geographiam, in *Nicolao Copernico* novum, illudq; ingenioſiſsimum Mundi ſyſtema, rurſus in *Archimede* & *Poſidonio* Sphæras æthereas, in eodem Syracuſano, *Apollonio*, *Priſco*, et *Drognesio* urentia ſpecula, in *Drebbelio* transformationem catoptricam, in *Herone* Alexandrino Spiritalia ſeu Pneumatica, in *Apelle* et *Durero* Picturam, in *Christophoro Columbo* et *Americo Veſputio* maris peritiam, in *Claudio* Gallo ænearũ avicularum motum, vocem et cantum, in *Ariſtotele* et *Seneca* Ethicam, Oeconomicã et Politicam, in *Homero* affectus, in *Virgilio* gravitatem, in *Cicerone* affluentiam et commiſerationem, in *Quintiliano* orationis qualitatem, tum ſchemata ſenſui verborum appoſita non ſuſpiciat? qui deniq; in *Phœnicibus* Arithmeticam, in *Arabibus* Algebram et Aſtrologiam, in *Aegyptijs* Geodæſiam, in *Iudæis* Sculpturam, in *Italis* Muſicam et Architectonicam Civilem, in *Hiſpanis* Navalem, in *Belgis* Militarem, in *Germanis* Artem inprimis Nauticam, Bombardicam et Typographicã, in *Noribergenſibus* Aquilam et Muſcam ferream volatilem non agnoſcat, non laudet? Quam ſtrenuè ac ingenioſè in commodum ac emolumentum poſteritatis veneranda inſudavit *Antiquitas*? nullum iis iter tam arduum ac difficile, labores tam *Herculei*, ac ingentes vigiliæ, aliæq; rerum humanarum difficultates tam duræ ac graves, quas non infracto

ſemper

ſemper excelſoq; animo perferendas exiſtimarunt,ut et mentem divinorum informatione,et famam nominis immortalitate bearent. O tempora,ô mores ! veritas, quæ olim candida ac ſimplex,nunc Critico reſperſa fuco,ac innumeris fallaciis ſeu æquivocationibus deturpata,priſtinum animi candorem penitus ad *Indos* et *Garamantas* relegavit. *Diana* pacis *Dea* priſcis ſeculis inviolata,nunc truculento *Marti* loco cedit,qui nuſquam non terrarum *Tartareum* ſuum virus evomuit. Præclara laudandarum Artium ſtudia,quæ *Antiquitas* rebus omnibus anteponebat,nunc nô modo tenebris obfuſcata paſsum eunt, ſed et eorundem ſtrenui cultores pro præmiis damna,pro gloria ignominiam,pro ſplendore nominis côtumelias,aliaq; innumera novercantis *Fortunæ* tela excipiunt . Ecce,quàm varia ac inſtabilis *Humana ſortis* conditio! quàm diverſa Rerum facies! quæ eruditorum præmia! quis artium ac diſciplinarum cultus,ſi cum Priſcorum ævo moribuſq; conferre licet. Quin hic continuo luditur ludus,ut volubilis rota triſti hoc et exulcerato ſeculo,bellorumq; implacabilium importunitate quotidie verſetur,ut infima ſummis,ſumma infimis,falſa veris : vera falſis miſceantur,permutentur,confundantur :ut vere illud *Ariſtophanum* poſsis augurari :

Τὰ δ᾽ ὑπέρτερα νέρτερα θήσει
Ζεὺς ὑψιβρεμέτης.

Id eſt, ſupera infera reddet Iupiter Altitonans. Quæ cùm ita ſint,quid mirum,inter alias res & ſcientias omnes hanc etiam *Algebram* ſimili Fato,ſimili ſc. rerum viciſſitudini obnoxiam fuiſse,ut cùm hæc nobiliſſima & nunquam pro merito ſuo ſatis laudata ſcientia primùm ab *Arabibus*,cùm in *Mathematicis* diſciplinis omnibus clariſſimi ſemper fuerint, aut ſecundum nonnullos,*Phœnicibus* mercatura celebribus,artê hanc problemata *Arithmetica*,& mercaturam concernentia ſolvendi,ſolutaq; demonſtrãdi barbarè Cathaym nominantibus,ſuam originem traxerit,& apud eoſdem, inprimis à *Mahometo Moſis* filio,*Felicis Arabia* Incola,& *Gebro Arabum Aſtronomo*, à quo & nomen *Algebra* ſortita videtur,ſicuti etiam ab *Euclide* ex *Gracia Megara* oriundo non mediocriter exculta fuerit,poſtmodum neſcio,qua temporis iniuria, ſeculive vitio vigorem ſuum amiſerit,ac tum demum altera vice à *Diophanto* Alexandrino illuſtrata,reſtaurata,ac priſtino ſuo vigori non ſolum reſtituta, ſed omnibus propemodum numeris abſoluta extiterit ; veluti idipſum abundè ſatis teſtabuntur tredecim de *Algebra* libri ab ipſo A. C. LX^mo ad *Dionyſium* ſcripti, quorum ſedulos explicatores & commentatores egerunt Viri Doctiſsimi *VVilhelmus Xilander*, & *Claudius Gaſpar Bachetus*. Quo celeberrimo Authore extincto,vltimam paſſa eſt varietatem,ut relabi cœperit,& funditus extincta fuerit,ita,ut vel ejus nomen nemini innotuerit,uſq; dum ſuperiori ſeculo al quot ſopitæ mentes excitarę,quarum longiſsimo præteriti temporis ſpatio,contracta ærugine, felici ingenio ſolertiave demum factum,ut hæc divina diſciplina quæ diuturnis tenebris immerſa latuerat,denuo caput ſuum exſerêdo,prodierit in lucem,& in ſummam gloriam,admirationem,et Orbis terrarũ ἔπαινον ſempiternum adoleverit. Qnandoquidem primùm ab *Arabibus* ad *Gracos* et *Aegyptios*,tum ab hiſce ad Nos *Europaos* emigravit,quam ſumma eũ laude ab *Arabia* docta excogitatam et excultam præſtantiſsimis inventis illuſtriorem reddiderunt Viri illi non ignobiles,& laudibus immortalibus digniſsimi *Hẽricus Grammateus, Leonhardus Piſanus, Frater Lucas de Burgo, Chriſtophorus Rudolphus* circa A. C. M.DLXXXXII; *Hieronymus Cardanus, Michael Stifelius, Raphael Bombellus, Ioannes Buteo* & *Franciſcus Maurolycus* circa A. C. MDLVIII; *Nicolaus Tartalea, Petrus Bungus, Petrus Nonius, Iohannes Scheubelius, Petrus Antonius Cattaldus* A. C. MDLXVIII; *Petrus Ramus, Simon Stevinius, Chriſtophorus Clavius, Iacobus Peletarius, Marinus Ghetaldus, Ludolphus à Ceulen, Iohannes Remmelinus, Petrus Rhot, Iohan Faulhaber, Albertus Girard, Iohannes Lantzius, Coiguet*, aliiq; hac noſtra ætate. Verũ enim vero,cum hanc veterem & *Numeroſa Algebram* ad problemata Geometricè enodanda (quamvis id falſiſsimum) non conducere,& demonſtrationes per analyſeos veſtigia non ſuppeditare,illamq;

implicatam confuſamq; numeros relinquere mutationibus obnoxios,animadverterent,aliam ,eamq, eccellentiorem *Algebra m* condere cœperunt,ob ſpecies immutabiles *Specioſam* dictam; Hæc enim alphabetica elementa,ceu rerum formas expendens,quibus analy ſeos veſtigia non confuſa,ſed explicata relinquuntur , præparat *Analyſia* viam, cujus beneficio in ſyntheſi veſtigia illa conſpiciens felicem facit regreſſu m . Si *Numeroſa* per analyſeos veſtigia in demõſtrãdo regredi liceret, nullatenus,meo quidẽ judicio,poſſet ei *Specioſa* præferri. Duplex autẽ eſt reſolutionis et cõpoſitionis methodus,antiqua & nova : quarũ *illa* tã in theorematũ, quã problematũ reſolutione& cõpoſitione ita progreditur,ut ordine retrogrado per analyſeos veſtigia cõponat ; *hæc* verò tantummodo in problematum cõpoſitione regreditur, cùm in theorematum demonſtrationibus eadem plane v a,qua in reſolutione, progrediatur. Cæterum,quis hujus Novæ ſeu *Specioſa Algebra* inventor cenſeri debeat,vix ob tam longam annorum ſeriem ſcitu facile eſt,certum tamen,*Franciſcum Vietam*, Fontenenſem primum extitiſse , qui cùm Naturæ ductu , & ali quanta ex Græcia hauſta notitia,plura etuiſſ t , Hanc ſequentibus ſæculis commendaverit primus : Nam circa A. C. MDC de reſtituta *Mathematica* analyſi ſive *Algebra* nova,item de recognitione & emendatione æquationum opera publici juris fecit (quamvis etiam *Euclidẽ* & *Diaphanum* illam non omnino latuiſse certo credam) quem,ut ducem,ſecuti ſunt *Gulhelmus Ougthredius*, *Marinus Ghetaldus*, *Petrus Erigone* , *Renatus des Cartes* & *Paulus Guld nus* , qui in Hac explicanda at q; exornanda operam non ſpernendam collocarunt. Cum autem hoc loco de hujus *ſcientia* præſtantia & nobilitate quædam dicenda veniant,tamen ejus ,-κωμιον hic non agam ; partim,quia ſatis appoſitè à *Gracis* Sapientibus quondam factum eſſe exiſtimo,ut cùm forte quidam omni ſcientiarum genere,tum præſertim *Poetica* arte non vulgariter doctus, *Herculis* laudes Heroico carmine decantare vellet ; illi gravi ſupplicio eum cenſerent puniendũ,niſi tranſverſo calamo verſus à ſe compoſitos in laudem *Herculis* obliteraret . Nefas enim eſſe opinabantur,ſoli lucernam apponere,aut noctuas *Athenas* inferre ; accẽſæ enim faces,tantum abeſt,ut ſoli oppoſitæ illius lumen adaugeant,ut hujus ſplendore illarum lumen potius deliteſcat : ita & ego vereor,ne cùm ejus laudes brevi atq; inculta oratione attingere potius , quam abunde amplecti tentavero,arrogantiæ imò ſtultitiæ notam incurriſſe accuſer ; quod illa ipſa nobiliſsima *Diſciplina* nec meo encomio,nec mea incompta oratione indigeat,cùm nihil injecto ſibi pulvere , creſcat *Olympus* : partim etiam,quia ejus præſtantiam in præcedenti Epiſtola dedicatoria,& capitibus ſequentibus 1. & 2 recitavimus , ut propterea,ſicco illam,ut ajunt , pede , prætereundam duxerim, ſi tamen prius addidero unicum faſtuoſum hoc problematum problema,videlicet NVLLVM NON PROBLEMA SOLVERE (hic enim primarius hujus *Algebra* finis) iure iſtis tribus,quæ à Veteribus factu impoſſibilia exiſtimabantur,annumerari poſſe,ut ſunt *Iovi* fulmen,*Herculi* clavamq;, & *Homero* carminis lauream extorquere : quibus ego,ut dixi,facile quartum ex tot miraculis ſtupendũ,utpote finẽ hujus artis adjunxerim, ſc. *nullum non problema ſolvere* (Nec obſtat hoc loco,quod aliqui ſint,qui eixſtimẽt,dare nõnulla problemata,vt sũt illa,quę per comparationẽ angulorũ demõſtãtur,quæ beneficio Algebræ ſolvi nõ poſsint,qãuis falſo : licet enĩ ejusmodi problemata p ſe eo modo uſurpata,quo enuntiãtur,nequeãt reſolvi &cõponi novã,ſed antiquã analyſeos& ſyntheſeos methodo;tamẽ ſi rẽ penitius introſpiciamus. quodcunq; problema ad talem naturã .ut non reſpuat novã analyſin & ſyntheſin re luci poteſt. Vt ſi angulus offeratur alicujus trianguli,ad fugiẽdam angulorum compararionem ejus loco ſubſtituenda venit linea recta iſtum angulum repræſentans : quicquid enim *Algebra* præſtat , æqu tionis adminiculo præſtat. Omnis autem æquatio non inter heterogenea,utpote quę natura ſua differunt , ſed homogenea verſatur , ſed angulus eſt lineis heterogeneus , ergo heterogenea revocanda ſunt ad homogenea,conſequenter beneficio anguli,qui in æquationibus lineæ rectæ,veluti heteroœneæ comparari nequit,inquirenda eſt recta linea , quæ

in

in ejuſmodi æquationibus ejuſdem anguli vicem gerat) Quæ quidem audax & ſplẽdida ſponſio, etiamſi aliquanto difficilior æſtimata ſit, quàm *Iovi* fulmen, aut *Herculi* clavã eripere (hoc enim ſuperioris ſæculi A.C. MCCCLXXX ſagax *Bartholdi Schvartzii* Monachi induſtria, in perniciẽ hominis excogitata bõbardarũ bellicarũ pulveriſq; pyrii invento conata, & voti ſui cõpos facta eſt) tamen veritatẽ ejus præſens ALGEBRA comprobabit: quandoquidem Hæc, quâ ad ingenii ſubtilitatem nihil acutius, ad certitudinem nihil firmius, ad animi hominis ornatum nihil jucundius reperitur, ſummâ ſuâ laude & dignitate nulli Arti, nulli Scientiæ cedit, tum propter Antiquitatem, qua ab *Arabum* magnorum Naturæ myſtarum uſq; ſubtiliſsimis ingeniis deducenda eſt; tum propter Dignitatem, qua inter *Scientias Mathematicas* omnes facile primum & principem tenet locum, ut jure meritoq; Ars artium, Scientiarumq; Scientia, & κατ' ἐξοχὴν τῶν Μαθημάτων appellari poſsit & debeat; tum etiã propter Amplitudinem, qua nullis Numerorum & Magnitudinum finibus, nullis gentium legibus, nulla etiam terræ cœlive circumferentia, licet vaſtiſsima, continetur. Ex hiſce cuivis colligere licet, quàm latè hujus *Divinæ Scientiæ* ſcopus circumquaq; ſe extẽdat, qui nec ullum tam numerorum quàm magnitudinum genus à ſe alienum exiſtimat? ut merito non numerorum modo ancipites ambages, & difficultates omnes aperiat, verùm etiam cujuslibet Corporis magnitudinem, Sonorum proportionem & menſuram, Ponderum gravitatem, certos menſurarum limites adſequatur; Neq; ulla *Arithmetica* tantùm, ſed etiam *Geometria, Coſmographia, Optica, Muſica, Architectonica, Statica* & *Tactica* ænigma proponatur, quod non veluti ſuum, ſibi vendicet & attribuat, atque mirabili ſua Arte ſolvat; Tam multas variaſq;, tam obſcuras difficileſq; *Mathematum* partes una *Algebra* explicat univerſas. Quid multa? certius certo cuivis patet, ſine prædictarum *Scientiarum* κοινὰ ταμεῖα *Algebram* obtineri non ſolum, ſed etiam perfici poſſe; verùm, hac *unà* neglecta, illas imperfectas relinqui. Quapropter, ſit *illuſtre*, mirificas *Numerorum* tam fractorum, quàm integrorum, utpote parium & imparium, primorum & compoſitorum, perfectorum & imperfectorum, Aſtronomicorum, Geodæticorum & Logarithmorum origines, affectiones, theorias, arcana, numerationes, proportiones, cum prodigioſis exemplis progreſsiones, cum jucundis praxibus arcanas divinationes, omniumq; numerorum incredibilem, & penè divinã vim, abditoſq; & reconditos eorum receſsus penetraſſe: Eorum autem difficilia & ſpinoſa problemata ad uſus tam civiles, cõmercia nimirum humana, reſq; ad Iuſtitiã præſertim cõmutativam pertinentes, quàm militares, ad ſacram item & profanam eruditionem contracta, quæ *Arithmetica* Syntheticè ſolvere nequit, *Algebricè*, id eſt, Analyticè reſolviſſe, quanto illuſtrius? Sit *utile*, tũ in *Geometria* Quantitatis continuæ certitudinem inquiſiviſſe, & in docto illo (ut cum *Tullio* loquar) *Geometrico* pulvere verſari, linearum videlicet varie ſectarum, aſymptot*orum*, figurarum triangulariũ, quadratarum, conicarũ, cylindricarũ, parabolicarum, ellipticarum, & hyperbolicarũ naturam & proprietates ſcrutarii tũ in *Geodæſia* mœniorum, foſſarum, fluviorum, turrium, montium & profunditatum tam acceſſas quam inacceſſas altitudines, diſtãtias, latitudines, regularium & irregulariũ Planorum & Corporum capacitates *Geodæticis* inſtrumentis inveniſſe, oppidorum, arcium et pagorum procul diſtantiũ veras imagines, proportiones, magnitudines, ſitus, diſtantias deſcripſiſse: Exploratas fovere Magnitudinum *Algebricarum* ſubtilitates, quæq; Euthymetria, Embadometria, et Stereometria operatur, beneficio potiſsimum numerorum abſolvere, quanto utilius? Sit *ſplendidum*, admirandas motuũ, quibus Sphæræ Cœleſtes, imò tota Mundi machina in circũ rotãtur, varietates obſervaſſe, motus, *hariuata* et *ſurvetena* cœli, quæq; inde oriuntur Tempora, menſuraſſe, Cœleſtium luminarium ecclipſes, earumq; umbras, illuminationes, apparentias, diſtantias, magnitudines figuras, ortus et occaſus notaſſe, omnis generis horologia Sciotericа tam univerſalia quàm particularia in quovis horizonte ad datam quamvis poli altitudinem delineaſſe, nec non Globi Terreni intervalla deſcripſiſse: Horum evidentiſsimis ſupputandi rationibus imbutum

eſſe.

Digitized by Google

eſſe, quanto erit ſplendidius? Sit *ſubtile*, omniū, quæ tū per Radium directum, tū reflexum è politis corporibus, iiſq; planis, conicis, cylindricis, parabolicis, ellipticis, polyedris, polygonis; tum etiam per refractum in diaphanis, in oculos, incurrunt, apparentiarum, rationes Geometricas reddidiſſe: Ichnographię, Orthographiæ et Schenographiæ fundamenta, operationes et demonſtrationes facillimas *Algebricè* exhibere, quanto ſubtilius? Sit *ſuave*, ſonorum Harmoniam menſuraſſe, Sonos itidē ad *ἁρμονίαν* temperandam indagaſse et conformaſſe, tacitū illum ſtellarum tā fixarū, quàm erraticarum concentum, *Octochordum* videlicet *Mūdanum*, in quo veluti fidibus Harmonicis reſonant Luna neten, Mercurius parameſen, Venus paraneten, Sol meſen, Mars lychanon, Iupiter perhypaten, Saturnus hypaten, ſtellę Fixæ proslambanomenon, Mathematicis tantùm auribus audiviſſe: Abſcondita illa Numerorū areana, quę præſtratis quibuſdam viis nos ad eorum perfectam cognitionem perducūt, penetraſſe, quanto ſuavius? Sit *ingenioſum*, iuxta ſex optimæ Architecturæ leges, ordinationem nimirum, Diſpoſitionem, Eurythmiam, Decorem, Diſtributionem, Symmetriam, & ſecundum quinq; ejuſdem ordines, Hetruſcum intellige, Doricum, Ionicum, Corinthiū & Latinum, Templa, Palatia, Baſilicas, Theatra, Porticus, Arcus, Amphiteatra, intercolumnia condidiſse; Arces, & Propugnacula Bellica erexiſſe, eaq; defendiſse & oppugnaſse: Eorum autem intricatiſsima ęnigmata, in quibus Arcium tum regularium, tum irregularium, ſicuti & Operum Cornutorū & Coronatorum, Palmularum & Semilunarum lineæ & anguli inquiruntur, enodaſſe, quanto ingenioſius? Sit *admirabile*, linearum, ſuperficierum & corporum Centra Gravitatis inveſtigaſſe, magnitudines Æquiponderantes penſitaſſe, Terram & Aquam libraſſe, Liquida contra Naturæ motum moviſse, Gravia in Liquido ponderaſſe, Aquilas, Columbas, Muſcas ferreas, Dracones in aere volatiles feciſse, Pontes circa terram nullis innixos fulcris in aere ſuſpendiſſe, perpetuum Mobile, organa Pneumatica, Hydraulica, Inſtrumenta Muſica ſponte ſua cantilenas etiam artificioſiſsimas canētia, aliaq; ingenioſa ad uſus Humanos inſtrumenta, quorum ope data quavis, etiam minima virtute, datum quodvis pondus etiam maximum, agitatur, excogitaſſe; quid plura? vaſtiſsimum Terræ Globum in ſeſe nutibus ſuis conglobatum à centro Vniverſi dimovere poſse: Machinarū autem rationes, operationes, uſus & vires, quātū item Terra moveri poſsit, Analyticè declarare, quanto admirabilius?

Ita *hæc Algebra* viam ſternendo adytum cōmonſtrat ad maximarū rerū indagationem, & hujus Mundi noſtris expoſitū oculis admirabilem ornatum, ejuſq; Symmetriam pulcherrimam, ad omniū Rerum conſervationem, & incredibilem cōmoditatē extructam, ſine *Sapientiſsima Mente* fabricari non potuiſſe, oſtendit: Quandoquidem *Divina Mens*, cujus nutu cuncta ad omnium ſalutem et conſervationem providè adminiſtrantur, univerſam hanc Machinæ rotunditatē, et Capacitatem rerum Geometrica proportione temperare ac moderari à Divino *Platone* dicta eſt: quippe quà omnis DEI actio contineatur; tam ea, quæ in nuda conſiſtit *θεωρία*, quàm illa, quæ hujus Vniverſitatis fabrica et adminiſtratione abſolvitur. Et verò *Plutarchus*, DEVM, inquit, in productione Mundi Geometram ita egiſſe, ut problema illud Geometricū confecerit: *Datis duabus figuris tertiam conſtruere, alteri quidem ſimilem, alteri verò æqualem*. Sic DEVS ex divina *Platonis* mente Mundum eſt fabricatus: illa enim, e quibus prima Mundi origo conſtitit, *Plato* in haſce tres dividit partes: DEVM, efficientium cauſarum præſtantiſsimum; MATERIAM, ſubiectum omnium maximè inordinatum; & IDÆAM, exemplarium omnium pulcherrimum. Quamobrem, ſi quis animo concipiat Deum, tanquam *ſapientiſsimum*, atque omnium *Geometricum Architectum*, cum Materia & idæa, veluti ſuæ inter ſe diſcrepantes figuræ ſint propoſitæ, Quiq; Mundum debeat, ut tertiam aliquam figuram ex duabus datis alteri ſimilem, alteri æqualem conſtruere, is Mundum à DEO ex univerſa *Materia* fuiſſe coagmentatum animadvertet; Sed cum ipſi nihil placeret inconcinnum atque inordinatum relinquere, ſed Ratione, Numero, Pondere & Menſura exornare, quando-

quidem nihil futurum erat Mundo pulchrius, vel etiam cœleſti *Architecto* præſtantius; idcirco pulcherrimum, æternumq; Mundi exemplar eſt imitatus. Sicque mũdum formavit, ut ęterni illius exemplaris, ac formæ, ceu *idea*, fuerit ſimulachrum. *Mundum* igitur *Materia* æqualem, quod ex omni materia illum conſtruxerit, *Idea* verò ſimilem fecit, quod illius ſit imago. Ita duobus, quæ ſecundum *Platonem* iam prǽerant, *Materię* videlicet & *Idea*, tertium addidit *Mundum*, *Idea* quidem ſimilem, *Materia* verò æqualem. Quare videmus, quod DEVS omnia numerando, menſurando & ponderando regnet, quod idipſum, quicquid in *Mundo* fuit, eſt & erit, redigat in ordinem, hoc eſt, inter parum, & nimium ad certam quandam regulam, numerum, menſuram & pondus. Qui tum (teſtibus *Pythagora* & *Platone*) Numerus quidem eſt, ſed ſine numero, videlicet ipſum unum, omniumq; numerorũ unum, virtuſque; tum Menſura, ſed ſine menſura, hoc eſt, punctum ſimplicisſimum, centrum, & omnis magnitudinis principium; tum Pondus, aſt ſine pondere, id eſt, Spiritus, ex quo omnia corporum, Spirituum, rerumq; & verborum corpora dimanant. Præterea numerat DEVS innumerabilia, cujus Sapientiæ non eſt numerus, metitur Cœlũ & terram, librat montes, literaq; & myſterio dat pondus mentis tribus digitis appendit molem aquarum; cùm ſit Cœlo excelſior, terra longior, mari latior, & Inferno profundior. Hæc eſt ratio bonitatis & perfectionis creaturarum, ut in ſuo genere ſingulę ideo perfectæ ſint, quia omnes de ipſa Creatoris bonitate & perfectione unaquęq; pro rata participant. Pro rata, dico; quia ſive quis numerat, appendat & mẽſuret, id eſt, ſi exquiſitisſimè ſecundum omnes *Mathematicas*, & in judicando æquiſſimas rationes perſcrutetur, conſtabit ſemper ab ipſo DEO unicuiq; rei datum eſſe, ut ſit: hæc quidem magis, illa minùs moderata, ſpecioſa, ordinata: moderata in ſe ipſa; ſpecioſa inter alias; ordinata ad ipſum DEVM. At verò perfectio *Divina Naturæ*, alterius eſt rationis, quippe, quæ omnes *Algebricas* rationes & proportiones exſuperat; non quanta, neq; quota, non inventa, neq; diſpoſita; Sibi ſoli æquata. Nam ſi quis numeret, ubi de DEO ſermo eſt; omnes numeri in nullo ſunt numero. Si metiatur, in DEO illud quam maxime locum habet, ſuo ſe pede metitur. Si ponderet, ne judicio quidem mentis ſciri poteſt, quàm grave ſit DEI pondus.

Itaq; cùm hæc æquâ lance ponderaſſẽ vix ac ne vix ἐν τοῖς Μαθηματικοῖς aliquid præ tius utiliuſvè inveniri intellexi hac Ingenioſiſſimâ *Forma Analytica*, quâ quæſtiones datæ expediuntur, & problemata non ſoluta ſolvuntur; ut hac de re, quam alii non attigerint quidem, aut ſaltem non expleverint, proprium σύνταγμα inſtituerem, & *Novam* Mathematicæ ἀναλύσεως pro viribus excogitarem μέθοδον, *Apulei* verba ſectatus, dicentis [a]: *Miſerrimi ingenii eſſe, uti ſemper inventis, & non inveniendis*. Siquidem quamplurima hodie, & procedentibus ſeculis numerantur Inventa, quę non extabãt antiquitus, quod vel ex hoc unico magni *Hipparchi* exemplo ſatis clarum erit, qui ſolertiſſimus *Syderalis Scientiæ* indagator, & a[...]ato Naturæ conſiliorum particeps, ſicuti à *Ptolomæo*, vir veritatis amicus φιλαλήθης appellatus, non plura tantum cœleſtium corporum motum concernentia correxit, ſed etiam *Chaldaicas* obſervationes, & *Calippicas*, cum veris & mediis συζυγίαις conferens rationes, primus (quod ſciam) è *Græcis* Lunaris inter quatuor periodos *Calippicas* motus μετάπτωσιν fieri depræhẽdit, quia ſuis temporibus antiquas *Calippi* neomenias duorum diei trientum Lunam antevertere ſæpius erat expertus. Quapropter hæc habet verba [β] ἡμεῖς δὲ μῆνας μὲν ὅλους εὑρίσκομεν περιεχομένους ἐν τοῖς ιθ' ἔτεσιν, ὅσους κἀκεῖνοι (*Methon* puta, & *Calippum*) τὸν δ' ἐνιαυτὸν, καὶ ὅτι τοῦ τεταρτημορίου ἔλαττον ἐπιλαμβάνοντα μάλιστα μέρος μιᾶς ἡμέρας ὡς ἐν τοῖς τ' ἔτεσιν ἐλλείπειν παρὰ μὲν τὸν Μέτωνα ἡμέρας πέντε, παρὰ δὲ τὸν Κάλιππον ἡμέραν μίαν. Veruntamen cum, nouilunium cum æquinoctio conjungens, προσπτώσεις ἰσημερινὰς καὶ σεληνιακὰς eaſdem eſſe falsò putaſſet, lapſus eſt, cum in ccciv. annorum ſpatio non ſolummodo Lunam, verum etiam Æquinoctia uno die veteres anni *Iuliani* ſedes antevertere ſit notiſſimum. Ita etiam *Philolai*, *Democriti*, *Oenopidæ* & *Aphrodiſæi* fallaces anni, cycliq; extiterunt. Sic & *Latini*, ut *Iulius Cæſar*, etiamſi *Soſigenis* potiſſimum induſtria an-

a libro de Schalaſtica Diſciplina.

β ἐν τῷ περὶ ἐνιαυσίου χρόνου.

annum quàm diligentiſsimè ab enormibus,quibus ſcatebat,vitiis liberaſset , & ipſe
Aſtronomorum Princeps *Cl. Ptolomeus* , qui ſub *Adriano* Imperatore quiete degit,ſicuti
Albategnius Arabs,omneſq; poſteri, ut *Alphonſus* Hiſpaniarum Rex , *Nicolaus Copernicus* , & *Tycho Braheus* de Scientia *Aſtronomica* quàm optimè meriti,in anni quãtitate
ſubſequentibus annis novam,eamq; ſolidam ſemper cognitionem ſibi ipſis comparatunt ; & *Chaldai* , licet MD annos huic ſtudio exornando tribuerint , attamen de
Sphæræ octavæ motu trepidationis nil quicquam ſciverunt . Cùm verò Zodiaci
partes,& ſigna priſtinum ſuum variaſſe locum *Aſtronomia* peritiſsimi animadverterint,omnibus&ſingulis perſpicuum eſt,quàm vanitati & incertiudini illa obnoxia
fuerint,quæ tum temporis ipſi velut oracula *Apollinis* è trypode,profecta ſunt exoſculati . Vt taceam in *Medicina* & *Anatomia* Venarum Lactearum,& circularis Sanguinis motus inventa,aliaq; in iiſdem atq; aliis diſciplinis *Naturalibus* , *Mathematicis*,et *Mechanicis* reperta , quorum non meminit Vetuſtas ; ut non minus elegans ,
quàm prudens illud *Comici* hîc inveniat locum :

Nunquam ita quiſquam bene ſubducta ratione ad vitam fuit ,
Quin Res , Ætas , Vſus , ſemper aliquid adportet novi ,
Aliquid moneat : ut illa , qua te ſcire credas , neſcias ;
Et qua tibi putaris prima , in experiundo repudies .

Ita curioſa Poſteritas huic ſeculo,quamvis deploratiſsimo, plurimarum rerum denſiſsimis obſcuritatis tenebris involutarum lucem ſuppeditavit , quæ venerandam
latuit *Antiquitatem* : Rationalis enim Anima , ferè ſuę intelligentiæ principia conſequendo, à ſenſibus plura eruens,atq; ad perfectum ipſa mentis agitatione adducens,
eò magis,cùm *Divina Luce* radiata,et diſciplinis exculta,uſuq; exercitata eſt,ſemper
aliquid operari conatur,quippe quæ ad DEI imaginem facta poteſt elaborare. Res
autem Inventas omnes vel per *Afflationem Divinam* artifici largitus eſt DEVS; vel
ex datis et conceſsis notioribus , ceu ex involucris ſuarum cauſarum , quaſi effectus
et conſectaria ortæ ſunt . Quod nemini dubium eſſe poteſt : annon *tormentorum Bellicorum tubi* , quia lebetis *Alchymici* operculum in laquearia impulſum eſt,vi pulveris pyrii , qui in ipſo lebete hærebat , igne accenſo,ſunt primùm excogitati ? *Horologia ſabuli* annon originem traxerunt ex *Clepſydra*? *Horologia rotarum* ab aliis artificioſiſsimis inſtrumentis *Mechanicis* ? Sciote rica à ruſticis ex umbris ab arboribus projectis ? *Pictura* ab Ichnographia ? *Ichnographia* ab umbris,à quibus & *Optica*, et *Schenographia* ? *Architectonica* tum *Militaris* à nativis paludibus; tum *Navalis*,cujus auxilio tot tantaq; ſulcantur æquora,à pyxide Nautica,et hæc à *Magnete* ? ut intellectus
agens hotũ Inventorũ author dici minime poſsit . Sed manũ de tabula, ad præſentẽ
tractatũ propius accedo,in quo ne vnũ quidẽ reperias,quod aliquã ſapiat difficultatẽ,
aut ſi quę ſit,in prĩcipio erit:nã ſpecierũ ſeu elemẽtorũ alphabeticorũ numerationes
primo intuitu mira Necromãtica monſtra apparebũt,veluti hoc ipſum lippis&tonſoribus notiſsimũ eſt,ut omnia aſpectu exteriore operoſa abſtruſaq; videãtur,præſertĩ
ſi præcõceptâ imaginatione quis ſe ipsũ terruerit;at verò ſi paulũ laboris ĩpenderit,
ac cõſtãti ĩpetu aggredi perrexerit,nihil offendet,quod nõ illico cedat,ſuoq; ſe captui ſubiiciat : nam qui cupit,capit;qui quærit,invenit. Faciet ergo periculũ, ut hæc
noſtra qualia qualia nec ab ingenio ſatis exculta , nec , quâ oportuit, diligentiâ ad
Archimedis libellam,ſed potius ἐν τῷ μεταξὺ inter peregrinandum elaborata,evolvat,
quo peracto ,ad omnes reliquas diſciplinas tam *Mathematicas*,quàm *Mechanicas* feliciter imbibendas Se re ipſa oculatum fore comperiet . Ea namq; hic uſus methodo,quæ memoriam labilem non mediocriter poſſit juvare ; eamq; adhibui brevitatem,quæ me & doctiſsimum *Lectorem* poſsit ad hocce ſcriptum amplificandum invitare ; ea deniq; induſtria collegi varia , eaq; nobiliora exempla & problemata,ut
illa jure loco commentarii eſſe queant . Vt rem in pauca contraham,in limine ſtatim
cujuſq; libri,ſectionis,tituli,capitiſq; præmiſi ſingularem quandam methodum,quæ
ſit veluti filum *Ariadnes* in tot ſectionibus ; huic immediatè adjunxi quarumcumq;
ma-

Digitized by Google

magnitudinum.&aliorum artis terminorum definitiones,quæ,ut judices controverſiarum,finem controverſiis imponant; definitionibus tanquam individuos comites ſubjunxi magnitudinum, aliarumq; rerum tractandarum diviſiones, eaſq; non chimæricas,ſed ſolidas facileſq;, quæ vicem commentarij fungi poſſint,juxta illud vulgatum: *qui bene diſtinguit, bene docet*; propoſui etiam aliquot quæſtiones,quæ inſtar dubiorum eſſe potuerunt,quarum objectionum ſolutiones uberiores ex definitionibus, diſtinctionibus,& regulis ipſis tam *Algebræ*, quàm aliarum ſcientiarum deduxi,quæ,ſi rem penitius introſpicias,acuent& confirmabunt judicium.vegetiſq; ingeniis ſummam adferent diſcendi voluptatem; Præterea ne benevolum *Lectorem* ullibi dubium dimitterem, prolixiori interdum exemplorum ſerie opus fuit. Quod ſi aliqui fortaſſe ſint, quibus prolixitas iſta exemplorum inprimis cap. 6.& 7. inſtituta improbatur,iis reſponſum volo,multiplices iſtas magnitudinum Geometricè figuratarum ſpecies hoc ita exegiſſe: parvę alioquin operæ res fuerit, in brevem aliquã σύνοψιν iſta contrahere: ſed plerumq; tamen verum eſt: *brevis eſſe laboro, obſcurus fio*. Idcirco,cùm breves iſti algoryhmi ſine exemplorum varietate à tyronibus intelligi vix poſſint: rem iis & gratam & utilem me facturum exiſtimavi,ſi paulo fuſius ea exhiberem; dilucide tamen, ut etiam ſine aliorum ope percipi queant; Ænigmata utplurimùm *Geometrica*,quorum ſolutiones alioquin ex *Algebra Analytica* petendę erãt, cùm in ipſa fundatæ ſint, ſyntheticè reſolvi,*partim*,ut varias problematum ſolvendorum vias oſtenderem;*partim* etiam,ut modum præſcriberem, generales regulas extruendi, quarum beneficio oblata problemata per ſyntheſiu multo facilius & felicius,quàm per analyſin (quæ via operoſior eſt) ſolvantur, ſoluta explicentur & demonſtrentur,ut videre eſt lib. 1. part. 1. ſect. 1. tit. 1. cap 8. 11. & 12,item part. 2. t. 2. cap. 2.; Deinceps vniverſę huic Algebræ poſtpoſui ſynopſin facili ac minime obſcura methodo adumbratam; Hiſce omnibus adjunxi indicem triplicem, capitũ, omniumque ſectionum,problematum,verborum etiam & rerum, quos ſubieci, ut *Lector* in uno quaſi aſpectu habeat filum totius operis & contextum Poterã & libro meo ſyllabũ Authorũ prætexere, per quos proficerem,ſed hoc non ingenui pudoris, verũ vanę oſtẽtationis ſignũ eſt,eorũ libros operi ſuo,inſerere,quorũ indices nũquã legerũt iſti,qui nimiũ ãbitiosè eorũ nominibus gloriãtur.Præterea lib.1.ſect.1.tit. 1. novã quãdam,&facilem,naturalemq; ſpecierũ,ſeu elementorũ alphabeticorũ rationem aperui,cujus ope magnitudo quælibet propoſita notari, enuntiari,æſtimari, reduci, addi, ſubduci,multiplicari& dividi,item ex qualibet magnitudine latus quodlibet,ſc. quadrati,cubi,biquadrati,&c.educi queat,quomodo etiã ad praxim Analyticam adhiberi illa commode poſſit; Et ut illius operationibus recte inſtitutis fides habeatur, idipſum ex ipſarum ſpecierum natura ſolide demonſtrare, ſinguliſq; numerationibus per ſpecies inſtitutis ſingulas quoq; per numeros addidi, ut eò magis numerationum per ſpecies factarum veritas conſtet & confirmetur; ut autem operatio in numeris rectè congrueret cum operatione in ſpeciebus abſoluta, ſimul omnes magnitudines ab omnibus laterum ſegmentis deſcriptis ſingulatim invenirẽtur, calculum laborioſiorem,utpote qui reſponderet calculo ſpecioſo, formavi,ut liquet ex tit. 1. cap. 4. 5. 6. 7. & 8; Tum ad majorem algorythmi ſpecioſi pariter & numeroſi declarationem & demonſtrationem delineavi ſchemata, quorum αὐτοψία ſpecierum & numerorum evidentia ſeu certitudo manifeſtior evadat. Sequuntur capita 12 & 13, in quibus novam exhibui regulam extrahendi latera quadrati, cubi, biquadrati,Quadrato-cubi,&cæterarũ poteſtatum à genere ad genus adſcendentiũ; Eamq; non minus claram,& jucundam,quàm utilem, quam pulcherrima nonnulla & curioſa de rebus *Geometricis* & *Phyſicis*, ut pote de motu naturali ſequuntur problemata, quæ, quod certo mihi perſuadeo, humaniſsimo *Lectori* nullam paritura ſunt nauſeam. Cæterùm in ſectionis ejuſdem titulo 2, qui eſt de magnitudinibus rationalibus *Fractis*, fractionum notationibus, valoribus, reductionibus & numerationibus tàm primis quàm ſecundis explicationes & probationes produxi tum pul-

chras,tum veras,quibus magnitudinum fractarum natura,quę reliquis alioquin magnitudinibus integris obſcurior eſt, illuſtrior evaderet. Porro ſectio ſecunda 1. partis, eſt de magnitudinibus *irrationalibus*, quarum brevem & minime obſcuram dedi magnitudinum ſimplicium pariter & compoſitarum algorythmum, cujus perſpicuæ admodum & utiles ſunt adjunctæ demonſtrationes: quibus coronidis loco quædam in decimum librum *Euclidis* annexuiſſem,ſi occaſio permiſiſſet. Hanc magnitudinum numerationem ſimplicem excipit earundem numeratio *Comparata*, quæ etiamſi ad Arithmeticam vulgarem referenda ſit, tamen aliquid de numerorũ comparatione in quantitate (differentia ſc. & ratione) & qualitate (proportione videlicet primaria & ſecundaria) in medium afferre volui, ut maximus rationis et proportionis inprimis directæ et reciprocę uſus et praxis in rebus omnibus conſtaret,in quem finem aliqua problemata Geometrica,Muſica,Catoptrica,Gnomonica, Mechanica & Phyſica de motu nimirum naturali appoſui, minime dubitans, cùm illa præſertim aliquid novi apportent, curioſo *Lectori* non ingrata fore. Tandem in libro ſecundo *Regulam* ipſam *Algebræ*, ejuſq; partium proceſſum breviter explicavi, ac exemplis quibuſdam novis illuſtravi; & ut æquationis inventio dilucidior foret, librum 2. *Euclidis* elem.expolui,cujus theoremata novis planè declarationibus & demonſtrationibus exornavi, ut hac methodo quivis nixus, totum *Euclidem*, quantus, quantus etiam eſt,facillimè & ſine ullo negotio,& difficultate reſolvere poſſit. De aliis hujus ſecundi & primi libri ſpecialioribus tacebo: pauca enim referre,inutile; omnia,moleſtum. Ad illos ipſos humaniſsimum *Lectorem* relego,in quibus,ut ſpero, inveniet, quæ ſaltem nec diſcere tędebit,nec didiciſſe,pœnitebit. Habes igitur candide Lector primitias laboris mei candori ac benevolentię tuæ conſecratas; prima quidem fronte (ut opinabere) leves, & ſoloci,ita dicente *Symmacho*, filo elaboratas; at ſi ad rigoroſum examen, exactamq; rationis normam revocaveris, haud exiguum iis ponderis ineſſe ſenties. Hunc enim laboribus meis præfixi finem,ut publicæ utilitatis deſiderio,contractis, horridis ſæpe, & nimium obſcuris Antiquorum repertis novitatem aliquam,nitorem & lumen, dubiis fidem,tædioſis gratiam,& novis authoritatem conciliaret: atq; adeo ad novam,eamq; veràm & ſolidam problematum *Mathematicorum Analyſin*, peſpicua etiam & expedita methodo ſtudioſorum ingenia perduceret, quibus rebus arduis etiam non adſecutis, tantum voluiſſe ſat eſt. Quis igitur primi mei conatus ſcopus? quæ laboris requies, quod emolumentum? ſufficit, ut *Tu* . *Lector* humaniſsime,hanc meam induſtriam æqui boniq; conſulas, & in ea ſi quid boni inveneris, gratitudine tua me ad alia graviora præſtanda invites; ſi quid mali,condones,& cogites, me, *ut hominem potuiſſe labi; ut juvenem, corrigi*; Atq; hoc mei erga Te amoris teſtimonium à *Saturnino* dente defendas, qui fragilitatis Humanæ vitio,quod minus intelligit,arrodit,quamvis nec *hominem*, cui nunquã decidit *fibula*,qui fruſtra de infibulandi ratione tãto tẽporis impẽdio] ſcripſit; ſicuti nec humiles iſtas animas cœno magis, quàm cœlo imbutas (apud quas nemo unquam,niſi indoctus, recto talo ſtetit, ubi incolumen ferre virtutem non ſuſtinent, in eã, more *Parthorum*,arietant)nil morer,cum non ſim invidus; nam ſeſe excruciat, qui canibus iſtis invidet. Quod *Te,MI LECTOR*, præſtiturum mihi certo, perſuadeo, præſertim, ſi hoc ipſum expenderis, quod apud *Athenienſes* lege cautum fuit, ut nulla fabula exploderetur, quæ primum eſſet exhibita, eò, quod primo conatui favendum eſſe judicarent. Et ſcribunt, frugalem *Hecales* cænulam non aſpernatum fuiſſe *Theſea*;rũ vel maxime,ſi cum ad evolvendum animũ adhibueris,quem ego ad ſcribendum,publici ſc.commodi cupidum,quo ego *Tui* erga me affectus factus certior, indies magis, magiſq; ſtudiis, quæ *Tuis* commodis omnia devovi, calcar addam. VALE.

NOBIL.MO CLAR.MOQ; VIRO D. D.

IOANNI DE LVNESCHLOS

NATIONIS GERMANICAE THEOL. PHIL. ET MEDICORVM CONSILIARIO MERITISSIMO.

O D E.

CErebrone Pallas *prodit humano novâ*
Fame decora præmiis?
Prodit . nitens, venuſta, doctrinę madens
Varia ſluente gratiâ.
Hîc quiſquis animo tentat Aereas *domus,*
Soliq; metitur plagas,
Artem *feraci cernet ingenio ſatam.*
Hoc doctior Volumine.
Numerare Babylon *ſyderum diſcet gregem,*
Vrbiſq; aratro mœnia
Signabit, imos eruet terrę ſinus,
Arcana Naturæ *loca.*
Speculoq; quamvis uſserit Siculum Decus
Ardente Marcelli *rates,*
Modò ſi ſuperſtes, quæret ex notis Libri,
Quod pingat udo in pulvere.
Cape *ergo* Lector *candidi fœtum* Viri,
Quem Natio Germanica
Præeſſe Rebus voluit electum ſuis
Contra furentes impetus,
Eiq; Partus ut ſubinde edat novos
Annos precare Neſtoris.

Iacobus Lipſius.

ALIA
Ad
LECTOREM.

NON hic vera latent cæcis ſubmerſa tenebris,
Abdita, profundo fonte petenda Tibi,
Credula nec faciles ſe ducit opinio mentes:
Nec veri Speciem dogmata falſa tenent.
Plana petis, ſed vera petis, ſed ſcire laboras?
Hic Tibi plana Liber veraq; ſcire dabit.

ALIA
De
AVTHORE.

QVIS pretium Numerus meritis par ſolvet AMICI?
Iam Numeri debent innumera innumeri.

Reinholdus Dehnius
Regiomontanus
Nat. Germ. Procur.

ALIA.

GAudes dum innumeris; Numero Germana Iuventus
Te decorat primo, dum cupit eſſe Caput.
Aſt majora petis: Virtus nam clara ſolutum
Te cunctis Numeris, reddidit Eximium.
Hinc Artis quæcunq; Novæ Problemata ſolvens,
Perfectum monſtras Poſteritatis Opus.

EIDEM.

CHRONOSTICHON.

QVIs PhœbVs, SaLInga, TVIs eX MontIbVs ortVs
SpernIt habere pares? perLege, panDIt OpVs.

Gerhardus Giſe
Vvarendorpia-VVeſtphalus
Nat. Germ. Procurator.

IN-

INCLITÆ
NATIONI GERMANÆ
PATAVII

Theologiæ, Iuriſprudentię, Medicinę, Philoſophiæ, & Philologiæ Studiis incumbenti.

S. P.

NOBILISSIMI CLARISSIMIQ; VIRI

CVM multos viderem vario ſtudiorum genere inquietari, paucos verò ad vera Doctrinæ famam procedere, indignabar, fateor, cùm nec ipſe extra numerum eorum poſitus, quorum ingenium levibus atq; inanibus nugis deleviſſet umbraticus Doctor, cogitabam tamen ſubinde, utrum INCLITÆ noſtræ NATIONI GERMANICÆ, quæ magnis ſemper & arduis Rebus mentem adplicuit, ad editum Sapientiæ templum ituræ, nullum iter compendiarium magis atq; expeditum foret: Ac perfacili quidem mihi videor inveniſſe, ſi quorum commodo, ut par eſt, ſtudeo, meum conſilium non aſpernentur. Bonarum omnium Artium promptuarium Bibliothecam poſſidemus, eamq; geminam, utramq; ut elegantem, ſic inſtructiſſimam, ſed (an pace veſtra liceat dixiſſe) librorum, quorum numerus ad 9162. excrevit, confuſum chaos, inter quos ne paratas quidem Artes poſſumus cognoſcere, ſomniorum interpratamenta & docemus, & diſcimus; Quanto melius, ſi omnes Facultatis Theologicæ, Iuridicæ et Medicæ, aliarumq; diſciplinarum Philoſophicarum Authores in certum & concinnum Ordinem redigantur, quo facilius libri legentibus ſubminiſtrentur & conſerventur; Res ipſa felicius memoriæ tradantur & retineantur, ut primo quaſi & externo duntaxat librorum intuitu Scientiarum omnium Ideam in promptu habeatis; quoq; cuivis innoteſcere poſſit, à quo Authore quævis Ars & Scientia ſuam ducat originem, quando viguerit, quando ante cœperit aboriri, quàm uſq; ad ſenectutem caneſceret: Ordo enim hic, ad ſtabiliendum Iudicium, roborandamq; Memoriã, incredibile eſt, quam potenter poſſit. Teſtantur, ut brevibus dicã, ingenioſiſſimi R. F. Raimundi Lullii Circuli, à Ioh. Henr. Alſte-

dio

dio contractiores editi, quorum beneficio in quaecunq; diſciplina, præſertim Humaniori (ſalvo tamen aliorum judicio) admiranda præſtantur; teſtantur ſubtiles Artis Memorativæ Imagines, quibus ad res ipſas ediſcendas accommodatis, et ſecundum præſcripta Artis Loca *Locorumve* Ordinem *diſpoſitis quidlibet breviſſimo tẽporis ſpatio, & ſine ullo labore, ſummaq; cum voluptate memoriæ traditur, ſicuti ejuſmodi Artificioſæ Memoriæ tabellæ, quas in Deuteronomiũ, Inſtitutiones* Iuſtinianæas, *et Hiſtoriam Romanam ſingulari quodam artificio elaboratas habeo, VOBIS Curioſis ſatis ſuperq; fidem facient. Hæc quoq; ad amœnas Latinorum, Græcorum, Metaphyſicorum, Phyſicorum, Mathematicorum, Ethicorum, Oeconomicorum, Politicorum, Hiſtoricorum & Philologorum delitias conſultiſſima eſt via, à qua, ut ne aberretis, meum eſt conſilium, utinam VESTRUM omnium votum. Quod futurum arbitror, ſiquidem Animi mei erga VOS candorem cognoſcatis, quo hanc de brevi & ſuccincta univerſa Philoſophia, Mathematicarum imprimis diſciplinarum ſynopſi, Operis mei partem VOBIS offerendam eſſe cenſui: Exiguum equidem munus, ſed DIGNITATE VESTRA æſtimandum, QVAM ut DEUS in majus provehat, etiam atq, etiam rogo. VALETE.*

AVTHOR.

PHI-

SYNOPSIS DISCIPL. MATHEMATICARVM.

PHILOSOPHIA eſt methodica diſciplinarum comprehenſio, quæ Theologiæ, Medicinæ & Iuriſprudentiæ, ſicuti & vitæ communi inſerviunt, cui operam navarunt Moſes & Salomon, inter Aegyptios Hermes, cujus tabula Smaragdina nucleum veræ Phyſicæ cōplectitur. Inter Græcos excelluerunt Pythagoras, Socrates, Plato, & Ariſtoteles, quos innumeri ſecuti ſunt.

Hęc Philoſophia diviſa eſt in partes tres, ſi Stoicis & Platoni fides habenda ſit, qui in Phædro facultatem diſſerendi Philoſophiæ partibus adnumeravit: hoc fortaſſe permotus argumento, quod, cùm hujuſmodi rationalis facultas mentis contemplativę quidam ſit habitus, iſq; nec ſapientia, nec intellectus dici poſſit, ſcientiam eſſe illam, atq; idcirco Philoſophiæ partem ſtatuebat: eo inprimis, cùm hæc facultas ſuis gaudeat principiis, cauſis, & proprio propoſito, quo, ſi ad aliarum ſcientiarum vel bonum, vel verum exhauriendum, utimur, nihil tamen prohibet, quin ſcientia dici poſſit. Verùm enimvero quia non tam Stoicos & Academicos, quàm peripateticos ſequimur, cum Ammonio, Philopono & Simplicio Philoſophiam in duas duntaxat diſpeſcimus partes, alteram ſcilicet theoricam, practicam alteram. Licet enim tam operantes, quàm contemplantes, ſpeculando philoſophemur, quia tamen operativa ſpeculatio ad opus exit, ibiq; deſinit; contemplativa verò in ſe ipſa perficitur ac conquieſcit: idpropter hanc theoreticam, illam verò practicam vocitamus.

Philoſophia Theoretica eſt, cujus finis eſt veri cognitio: cùm enim Sapientiæ ſtudium, id eſt, Philoſophia in id incumbat, ut rerum omnium veritate cognita, mentem perficiat, fit, ut quidquid ſub reale ens (cujus propriè eſt veritas) cadit, id ipſius Philoſophię objectum ſit; quæ [illegible] ita propter ſe quæritur, ut ſolam intellectus habeat contemplationem, ac præter eam nihil extra intellectū.

Eſtq; vel Sapientia vel Scientia.

Sapientia nihil eſt aliud quàm Scientia conjuncta cum intelligentia, hoc eſt, habitus quidam ex duobus hiſce habitibus conſtans, qui demonſtrat concluſiones theoreticas per prima principia theoretica, non verò per proxima.

Hæc dicitur Metaphyſica, quæ in duas dividitur partes: quarum altera naturas non ſolū ratione, ſed etiam re ipſa ab omni materia abſtractas expendit, mentes puta ſimplices, nullisq; mutationi obnoxias: ut ſunt DEVS & Intelligentiæ. Reliqua verò Metaphyſicæ pars in communiſſimis verſatur, veluti in eo, quod eſt, cujus partes atq; proprietates perſcrutatur. Vnde accidit, ut ex hac Metaphyſicæ parte, omnia quę tanquam cognita in reliquis ſcientiis aſſumuntur, ſi ab aliquo negentur, probari queant. Circa eadem ergo laborabunt Methaphyſicus & Logicus, videlicet circa communiſſima, diverſo tamen modo ut eſt apud Alexandrum, ſeu Epheſium Michaelem.

Scientia eſt vera, certaq; rei neceſſarię, per propriam cauſam, cognitio. Cognitionem puta tam actualem, quàm habitualem, illa eſt concluſionis aſſenſus: hæc eſt habitus per actionem iteratam generatus.

Ad Scientiam refertur Phyſica, & Mathematica.

Phyſica, alias dicta Philoſophia Naturalis, omnia, quæ moventur, ea ratione, qua motum includunt, conſiderat. Cujus tot erunt partes, quot eorum, quæ naturalia ſunt, ea ratione, qua motum reſpiciunt, contingit eſſe gradus, veluti præter prima principia, ſimplicium etiam corporum, mixtorum, imperfectorum, metallorum, plantarum, animalium, ac tandem hominis & ejus partium.

Mathematica, ſive Matheſis, cujus diſciplinę ſive ſpecies circa quantitatem verſantur omnes, dicuntur ἀπὸ τοῦ μανθάνειν à diſcendo, ut μάθημα ſeu μάθησις propriè diſciplinam, vel doctrinam ſignificet. Itaque latius eſt hoc vocabulum ſuo ſignificato. Cur autem generalem hanc doctrinę appellationem prę cæteris diſciplinis ſolæ obtinuerint Mathematicę (primus illis id nominis impoſuiſſe creditur Pythagoras) variæ afferuntur cauſæ: ut, quòd Veteres puerorum inſtitutiones à ſcientiis Mathematicis, Arithmetica prę ſertim & Geometria, auſpicati ſint · quòd reliquæ diſciplinæ etiam ſine vivo præceptore poſſint addiſci; ſolæ verò Mathematicæ ſine viva docentis inſtitutione rite cognoſci nequeant: quod ſolæ modum rationemq; ſcientiæ retineant, cum ſemper procedant ex præcognitis quibuſdam principiis ad concluſiones demonſtrandas, quod proprium eſt munus & officium doctrinæ, ſive diſciplinæ, ut teſtatur Ariſtoteles 1. poſter.

Porrò Matheſis eſt vel generalis vel ſpecialis.

Matheſis generaliter dicta perfectè definiri nequit, cùm ejus vocabulum ſit ὁμώνυμον, competatque diſciplinis quibuſdam perfectè & propriè, quibuſdam impropriè & ratione quadam imperfectiori. Quam, cùm minus ad ſcopum noſtrum faciat, omittendam hoc loco duximus.

MATHESIN Generalem excipit Specialis, cujus varia apud Authores habentur diviſiones: Cùm enim Mathematica, quæ contemplatricis Philoſophię tertia pars eſt, quia quantitatem, magnitudinem videlicet & multitudinem, eaſq; nullo habito reſpectu ad materiam, in qua firmentur, conſiderat

ſiderat: idcirco duæ tantum erunt ejus partes, quarum altera numerum contemplans, Arithmetica ſc. reliqua verò continuam magitudinem ſpeculent, Geometria utramque etiamſi numerus ex continui diviſione naſcatur, poſterior tamen ignobilior eſt Arithmetica, multas ob cauſas, quæ videri poſſunt apud Severinum Boetium in Arithm. & Iulium Cæſ. Scaligerum exerc. 321, refutantem Hieronymum Cardanum, quod perperam aſſerat, Geometriã eſſe omnium Scientiarum ſubtiliſſimã.

Non deſunt etiam, qui Matheſin in tres diſpeſcunt partes, Arithmeticã puram, Staticam & Geometriam, hujus rationem adducentes ex S. Scriptura, ubi Sapientiſſimus Rerum Opifex dicitur omnia creaſſe in numero, pondere & menſura, ita ut Arithmetica reſpondeat numero; Statica, ponderi; Geometria, menſuræ, quas Matheſios partes primarias ſtatuunt, à quibus reliquæ omnes dependeant. Verum enimverò, cùm Matheſis ſubiectum in quo, vel obiectum circa quod verſatur, ſit quantitas abſtracta, Statica à puris Mathematum partibus excludenda eſt, cùm obiectum habeat materiam ſenſibilem, quæ eſt gravitas, idpropter ea ad diſciplinas Mathematicas mixtas referenda eſt.

Pythagoræi, quos deinde omnes ferè Mathematici atq; Philoſophi ſecuti ſunt, Mathematũ quatuor partes numerarunt, utpote Arithmeticam, Muſicam, Geometriam, & Aſtronomiam, quibus ſi adjungantur Grammatica, Rhetorica & Dialectica, ſeptem inveniẽ erunt Artes Liberales. Cùm enim obiectum Matheſeos, quod eſt quantitas, duplex ſit: diſcreta, ſub qua omnes numeri; vel continua, ſub qua omnes magnitudines continentur; & diſcreta conſiderari poſſit abſolutè, per ſe, & comparativè, ſeu in ordine ad alia: idcirco ad quantitatem diſcretam abſolutè conſideratam retulerũt Arithmeticam; ad quantitatem verò diſcretam comparativè conſideratam, ipſam Muſicam: quia tractat numerum comparatum cum alio, quatenus ſcilicet reſpicit ſonorum concentus & harmoniam. Similiter continuam quantitatem duplici contemplati ſunt ratione, ut immobilem & mobilem; illam Geometriæ, hanc verò Aſtronomiæ aſſignarunt.

Aliter & copioſius Mathematicas diſciplinas diviſerunt antiquiſſimus Geometra Geminus, & alii, teſte Proclo comment: ad 1. libr. Euclidis, qui volunt Scientiarum Mathematicarum quaſdam in intellectilibus (ut inquit Proclus ex verſione Franc. Barocii) duntaxat ab omni materia ſeparatis, quaſdam vero in ſenſilibus, ita ut attingant materiam ſenſibus obnoxiam, verſari. Prioris generis ſtatuunt duas longe primas, præcipuaſq; Scientias, Arithmeticam & Geometriam, in poſteriori genere conſtituunt ſex: Aſtrologiam, Perſpectivam, Geodæſiam, Canonicam ſeu Muſicam, ſupputatricem & Mechanicam. Quas ut principales partes in alias ſubdiviſerunt, quæ hauriantur ex Proclo lib. cit.

Miſſis autem aliorum diviſionibus, ut accuratior methodi ratio in Mathematicis diſciplinis conſtet, nos Matheſin Specialem in tres dividimus partes: Arithmeticã videlicet, Algebrã & Geometriã.

ARITHMETICA eſt doctrina de Numeris. Generaliſſima hæc definitio generaliſſimum quoq; habet genus, doctrinam ſc. quæ ipſi complectitur tam ſcientiam, quàm artem, genus videlicet Arithmeticæ tam theoreticæ, quàm practicæ: Omnes namq; diſciplinæ Mathematicæ, ſive ſummæ ſint ac primæ, ſive ſubalternatæ, dividuntur in theoreticas, ſpeculativas ſeu contemplatrices, & in practicas, ſive operatrices.

Eſt præterea Arithmetica duplex: pura & mixta. Hic notabis ſubalternationem in Mathematicis diſciplinis propriiſſimè dictam. Eſt autem ſubalternatio, ſecundum quam una diſciplina ſubalternans, altera ſubalternata dicitur, ita hoc loco Arithmetica pura eſt diſciplina ſubalternans, Arithmetica mixta, quæ Muſica vocatur, ſubalternata. Verum hæc ſubalternatio fit tripliciter: vel ratione principiorum, vel ratione ſubiecti, vel ratione finis. Hæc in practicis, ut Ethica & Theologia, item Politica & Iuriſprudentia apparet; illa & iſta in theoreticis, ut in Phyſica & Medicina, ſed propriè in Matheſi. Ratione principiorum ea diſciplina dicitur ſubalternata alteri, cujus principia in illa demonſtrantur, ſive id fiat oſtenſivè, ſive deductivè ad impoſſibile. Ratione ſubiecti ea ſcientia dicitur ſubalternari alteri, quando hujus ſubiectum ſub illius continetur, ut vult Fonſeca lib 4. Metaph. cap. 1. quæſt. 1. Quapropter cùm in diſciplinis Mathematicis Scientia ſubalternata à ſubalternante mutuetur ſubiectum, principia & affectiones, ſub alternationem κυριώτατα in diſciplinis Mathematicis dari pronuntiamus cum Zabarella cap. 12. de tribus præcogn. illa ergo ſcientia in Mathematicis dicitur ſubalternata alteri, quæ idem ſubiectum, quod in ſubalternante ab omni materia, & ſenſibili qualitate abſtractum conſideratur, cum certa adjuncta materia & ſenſibili qualitate ſpeculatur. Ex. gr. Arithmetica circa numerum nullam ſenſibilem habentem qualitatem verſatur, abſtractè ſc. quatinus ποιὸν τι: Muſica verò circa eundem verſatur numerũ quatenus cum ſono ſpectatur, ſenſibili nimirum qualitate, adeoq; concretè, quatenus eſt αἰσθητόν τι. Non ſecus ut Geometria in abſtracto verſatur circa lineam; Optica verò in concreto circa lineam viſualem. Idcirco Muſicus, & Opticus ex Arithmetica & Geometria ſua hauriunt ſubiecta, principia & affectiones.

ARITHMETICA PURA eſt, quæ circa quantitatem diſcretam abſtractam, utpote numerum abſtractè ſumptum occupata eſt. Ut hæc definitio illuſtrior evadat, pauciſſimis declarabimus abſtractionem triplicem, Methaphyſicam, Phyſicam & Mathematicam; Quarum iſta fit ab omni materia tam ſenſibili & intelligibili, quàm re & ratione ſimul: illa fit à materia ſenſibili ſingulari tantũ: Hæc fit à materia ſenſibili, ſed communi, & quidem non re ſed ratione, qualis in Arithmetica, Al-

ge-

gebra & Geometria, utpote ſcientiis puris tantum conſpicitur. Ex quibus liquet, Mathematicam abſtractionem mediam eſse inter Phyſicam & Metaphyſicam, ut recte Ariſtoteles 6. Metaph. Conſiderat enim ita abſtracta, ut tamen in materia ſint: cum verſentur circa immobilia, ſed à motu inſeparabilia.

Arithmetica pura eſt theorica vel practica. *Cùm enim hæc Arithmetica pura tota circa nudas numerorum affectiones, & ſupputandi praxin verſetur, percommode equidem* Socrates *in Philebo, eandem duplicem eſſe aſserit, unam vulgarium, philoſophantium alteram. Quarum hæc, quę in ſola ſpeculatione conſiſtit, à* Græcis *ἀριθμητική: illa verò, quæ numerandi rationem praxi exequitur, λογιστική eſt dicta, quam* Plato *in dialogo de iuſto λογικήν, id eſt, computatoriam appellat. Quare una operis præparatio, altera ejuſdem exſecutio; vel una ſcientia, altera ſcientiæ uſus, id eſt, ars habebitur. Ergo, Arithmetica Theoretica eſt ſcientia, numerorum naturam, partes, paſsiones, proprietates ſeu communes affectiones conſiderans. In hac claruit* Euclides, *qui hanc Arithmeticam ſubtiliſsime pertractavit libris Elementorum; 7. 8. & 9. Tum* Iordanus *Nemorarius cum commentariis* Iacobi *Fabri Stapulenſis, qui libris x. haſce Arithmeticas ſpeculationes exhibuit. Non pauca etiam in hiſce præſtiterunt* Pythagorici, *de quibus etiam multa apud* Platonicos, Ariſtotelicos, *nec non S. Literarum Interpretes, in primis apud* Cyprianum, Origenem, Philonem *Judæum*, Hieronymum, *Auguſtinum; ſicuti etiam apud* Græcos, ut Nicomachum *Ariſtotelis parentem*, Nicomachum, Pſellum, Anatholium, *Eratoſthenem*, Philolaum, Giopinam, Archimedem, *nec non apud* Latinos, *ut* Macrobium, Martianum Capellam, Severinum *Boethium*, Hieronymum Cardanum, Iohannem Regiomontanum, Gerardum de Neuffeil.

Theoretica eſt vel ſynthetica vel analytica.

SYNTHETICA *eſt, quæ ex numeris datis & poſitis, verum ignotum quęſitum inquirit.*

Eſtq; vel ſimplex vel comparata.

Simplex *eſt, quę numerorum ſimplicem naturam expendit. Huc pertinent variæ numerorum definitiones, diviſiones, notationes & numerationes tā in integris, quàm fractis, fractionumq. fractionibus.*

Comparata *eſt, quæ numerorum comparationem inſtituit, tum in quantitate, ubi differentia & ratio; tum in qualitate, ubi proportio tam Arithmetica, quàm Geometrica, eaq; tùm ſimplex in proportione directa & reciproca; tùm multiplex in regulis ſocietatis, dupli & alligationis, quibus addenda eſt praxis, quàm Italicam Ultramontani vocant. De qua Arithmetica Synthetica agunt* Orontius Finæus, Chutobertus Tonſtallus, Fr. *Lucas* de Burgo, *Petrus* Ramus, Gemma Friſius, Nicolaus Tartalea, Heniſchius, Forcatellus, Vrſtiſius, Lavintheta, Buſcherus, Leonicerus, Fortius, Clavius, Neuffeil, *Lantzius*, *S*imon Iacobi.

ANALYTICA *eſt, quę more Analytico procedens, ex numeris non datis verum quęſitum indagat. Hæc dicitur Regula Falſi, item poſitionum. De qua optime meriti ſunt* Gemma, Simon Iacobus, Iohan VVeberus, *&* Bernhardus Salignacus.

Arithmetica practica, *nonnullis dicta Logiſtica, Superioris theoreticæ puras veritatis cognitiones & ſpeculationes accommodat & deducit in actum, operatur, & modum operandi præſcribit. Hoc eſt, Arithmetica practica eſt ars bene numerandi.*

Hæc eſt quintuplex: *Figurata*, Geodætica, Aſtronomica, Canonica, & popularis.

FIGVRATA *eſt, quæ circa numeros figuras conſtituentes occupata eſt.*

*E*ſtq; vel Arithmeticè vel Geometricè figurata.

Arithmeticè figurata eſt, *quæ numeros Arithmeticas figuras formantes expendit; quales ſunt numeri lineales, ſuperficiales, ut triangulares, quadrangulares, quinquangulares, hexangulares & c. & corporales, ut cubici, pyramidales, columnales &c. quorum tractationem exhibet Diophantus Alexandrinus, & in eum* Guilhelmus *Xilander*, *&* Claudius Gaſpar Bachetus, Franciſcus Maurolycus, Iohannes *Faul*haber, Iohannes Benzius, *P*aulus Guldinus.

GEOMETRICE FIGVRATA *eſt, quę circa numeros Geometricos figuras conſtituentes verſatur, docetq; poteſtatum numeroſarum geneſin & analyſin, hoc eſt, numerorum Geometricè figuratorum compoſitiones & reſolutiones, ex quibus quadrati & cubi in Algebra ſummum inveniunt locum. De hiſce numeris egit* Michael Stifelius, Lazarus Schonerus, Chriſtophorus Clavius, Ioh. *Baptiſta* Villalpandus.

GEOMETRICA, *aliis dicta Decimalis, eſt, quę è numeris terminos decuplæ progreſſionis numerantibus, numerationem propriam inſtituit. Hanc tractarunt* Adrianus Metius, Iohan Sems, Bernhardus Cantzler, *& omnium optimè, meo quidem judicio,* Hartmannus Beyerus.

ASTRONOMICA, *alias Logiſtica Sexagenaria eſt, quæ è numeris terminos ſexagecuplæ progreſſionis numerantibus, numerationem propriam inſtituit. Quam exornarunt* Barlaam *Monachus*; Lazarus Schonerus, Eraſmus Reinholdus, Iacobus Peletarius, Adrianus Metius.

CANONICA, *ſeu Tabularis dicitur* Logarithmica, *eſtq;, quæ beneficio Logarithmorum, multiplicationem numerorum mutat in eorundem additionem, diviſionem in ſubductionem, eductionem lateris quadrati & cubici in diviſionem per binarium & ternarium inſtitutam. De quo aureo Arithmeticę*

compendio conſule ejus authorem Iohanem Neperum *Scotum Baronem, tum* Henricum Briggium, Adrianum Vlacq, Beniaminem Vrſinum, Iohannem Faulhaberum, *Mathematicum Clariſs.* Bonaventuram Cavalierium. *Huc referri poteſt Arithmetica* RHABDOLOGICA *&* LOCALIS, *quibus vaſtiſsimorum numerorum algorythmi, & ex iiſdem numeris laterum extractiones beneficio tabellæ, & aliquot lamellarum facillimè & jucundiſsime inſtituuntur, & abſolvuntur, quarum fabricam & uſum docet earum inventor* Iohannes Neperus, Adrianus Metius, Iohannes Broſchius, Marius Bettinus.

POPVLARIS *eſt, quæ monetarum, ponderum, menſurarum, & ſimilium rerum vulgariter denominatarum algorithmos proponit. De hac conſule G.* Petrum Tholoſanum, Rudolphum Agricolam, Langium, Budæum, VVaſerum, Neuſſeil, *alioſq;*.

ARITHMETICA MIXTA *dicitur MVSICA, quæ eſt doctrina de ſono numeroſo, vel numero ſonoro.*

Dicitur diſciplina Mixta, *quia partim Mathematica eſt, partim Phyſica, non ſecus ac Coſmographia, Optica, Architectonica & Statica diſciplina mixtę eandem ob cauſam dicuntur: Cùm autem illæ omnes magis accedant ad Matheſin, quã ad Phyſicam, Mathematicæ nominantur. Quãvis enim earum omnium obiecta tum ad Phyſicum, tum ad Mathematicum, Arithmeticum videlicet, & Geometram ſpectent: tamen à potiori ſemper fieri debet denominatio. Quapropter, cùm obiecti partes duæ ſint, materiale & formale, hoc eſt, res conſiderata, & modus conſiderandi, oportet potius formale, hoc eſt, modum conſiderandi, propter nobilitatem ſuam ſpectare, quàm materiale, id eſt rem conſideratam. Iam verò modus conſiderandi has diſciplinas eſt Arithmeticus & Geometricus, cùm ex his ſua habeant ſubiecta, principia, & affectiones: Ita ſtatuimus cum* Ariſtotele *contra* D. Thomam, *&* Clementem Timplerum, *qui eas propius ad Phyſicam, quam ad* Mathematicam *accedere exiſtimãt.* Prętereà Muſica eſt generalis & ſpecialis.

MVSICA GENERALIS *recenſet ejus neceſſitatem, dignitatem, utilitatem, certitudinem, originem & incrementum.* Muſica Specialis conſideratur vel Arithmeticè, vel Muſicè.

SPECIALIS CONSIDERATA ARITMETICE *explicat numerorum harmonicorum defintiones, differentias, proprietates, progreſſiones, proportionalitates, algorythmum, & conſonantias, ex quibus derivatur ars conſtituendi per numeros melos Harmonicum.*

Muſica Specialis conſiderata Muſicè eſt theoretica & practica,

THEORETICA *eſt ſcientia explicans cantus principia, ſpecies, & affectionee.*

Cantus principia *ſive partes ſunt quinq;: ſextuplex vox, Septuplex Clavis, nõcuplex intervallũ, ſigna, & ſcala, eaq; tum ſimplex & vetus, ut Euharmonica, Chromatica, & Diatonica; & nova, ut ſyntona; tum mixta;*

Cantus ſpecies *ſunt: quod ſit regularis vel irregularis; ſimplex, planus ſeu Gregorianus, & figuratus; inferior, medius & ſuperior; mollis item, durus, & naturalis.*

Cantus affectiones, *ſunt vocum mutatio, menſura & modus Muſicus, iſq; partim ſimplex, tum ſimplex, legitimus, authenies, ut Ionicus, Lydius, Mixolydius, Dorius, Phrygius, & Aeolius; Spurius, ut Hyperæolius & Hyperphrygius; tum ſecundarius, ut plagius ſc.* Hypoionicus, *Hypodorius &c. partim compoſitus, qui fit è ſimplicibus, authente ſc. & plagio inter ſe mixtis.*

PRACTICA *eſt, quæ hanc theoricam deducit ad praxin.*

Eſtq; vel Compoſitrix vel Vſualis.

COMPOSITRIX *eſt ars componendi melos Harmonicum, hominis maxime movendi cauſa in* DEI *gloriam. Hac eſt nobiliſsima totius Muſicæ pars, quæ propter amplitudinem ſuam totum requirat hominem. Quotidiana tamen, eaq; diligens hominum induſtria modum quendam invenit practicum, quo longe citius & felicius cantilenę harmonicę conſtituuntur, quàm ex ſuperioribus numeris, aut primis illis principiis theoreticis. Vt liquet ex cantilenis compoſitis à* Ludovico Viadana *(qui & baſſum generalem, ſeu continuum primus inveniſſe dicitur)* Orlando Laſſo, *Cl.* Monteverde, Michaele & Hieronymo Prætoriis, Melchiorę Vulpio, Samuele Scheidio, Hermanno Schein, Schutzio, Haslero, Claud le Jcune, Petro Philippi, Petro Schvelingio, *aliiſq;*.

In Muſica vero Inſtrumentali excelluerunt Michael Prætorius, Bartholomæus Prætorius, Samuel Scheid, Hermannus Schein, Thomas Simpſon, Iſaak Puſchen, Scoppius, Hamerſchmid, Virdanck, Samuel Michaelis, VVilhelm Brade, Meyer, *Grhoen, Libertus.*

VSVALIS *eſt ars bene canendi inſtrumentis, quibus ipſo actu harmonia & concentus inſtituatur*

Hæc duplex eſt: Vocalis & Inſtrumentalis. *Cùm enim Inſtrumentum duplex ſit, naturale & artificiale, erit naturale vox hominis; artificiale inſtrumentum ab homine fabricatum.*

Hæc Muſica inſtrumentalis aliis dicitur Organica.

Organica eſt vel hiſtorica vel poetica.

Hiſtorica eſt, *quæ claſſes inſtrumentorum recenſet; quæ tales ſunt:* Inſtrumenta illa, *teſte* Franciſco Iunio *in* Geneſ. *cap.* 4; *& Pſal.* 4. ſunt vel *ψαλλοντα, alias χρυσᾶ, &* Ariſtoxeno *apud* Athenæi

lib.

lib. 1. dipnoſ. ἔντατα, ſunt, quæ ſolo pulſu ſonum edunt. Qualia ſunt fidium inſtrumenta, quæ id habent commune, ut aliquo plectri genere utantur; vel πνευματικὰ alias ἐμπνευστὰ ſunt, quæ digitis & vento ſuflata moventur. Vt ſunt tibiæ, quarum aliæ hydraulicæ ſunt, quæ beneficio aquarum aerem alliduut ad foramina, & ſonum edunt; aliæ ſunt, quæ reſonant impulſo aere ab humano vel ore, vel manu, vel pede &c. manu & pede, velut in iis, quæ κατ᾽ ἐξοχὴν vocantur Organa, quorum tibiis inſpirant aerem folles ab homine agitati. Ore autem non ſolum vulgatæ tibiæ inflantur, verũ etiam paſtorales cicutæ, quæ aerem ab utre humani habitus pleno hauriunt. Poſſent hic & alia inſtrumentorũ Muſicorum partitiones recitari, & deſumi ab eorundem figuris, ſitu, modo ciendi ſoni &c. ni compendii habenda eſſet ratio.

Poetica tractat de inſtrumentorum Harmonicorum tam fabrica, quàm uſu.

De Muſica tam Theoretica, quàm practica, eaque compoſitrice & uſuali theoreticè ſcripſerunt Abbas Sublacenſis, Adraſtus peripateticus, Aegidius de Marino, Albertus Pighius, Albinus, Alexander ab Alexandro, Alexander Aphrodiſæus, Alexander Frigidacas, Alypius, Ambroſius, Andreas Pappius, Andreas Tiraquellus, Antonius Poſſevinus, Angelus Politianus, Annales Petri, Antoninus, Architas Tarentinus, Ariſtides, Ariſtoteles, Ariſtoxenus, Arnaldus, Athenæus, Auguſtinus, Baptiſta Mantuanus, Bartholomæus Anglicus, Banni, Bartholomæus Caſſanæus, Bartholomæus Ramus, Baſilius, Beda, Bernardinus Bogetanus, Bernardus Abbas, Bion. Blaſius Bonaventura, Calderius, Campanus, Carolus Valgulius, Caſſiodorus, Cælius Rhodiginus, Chriſtophorus Clavius, Cleonides, Cyrillus Commendator S. Spiritus, Cyrillus Ugolino, Didymus, Diodorus Siculus, Dominicus Marcus, Emanuel Briennius, Euclides, Euſebius, Flos Angelicus, Franchinus Gaffurius, Franciſcus Georgius, Franconius de Colonia, Francus, Fregius, Franciſcus Maurolycus, Franciſcus Vaneus, Franciſcus Iunius, Galenus, Gaudentius, Gagvinus Gravienſis, Gallicnlus, Gelaſius, Georgius Rhau, Georgius Valla, Gerſon, Geſcaldus, Gregorius Papa. Guido Aretinus, Guilhelmus Peradus, Guilhelmus de Podio, Henricus Glareanus, Hieronymus Meus, Hilarius, Hippocrates, Iacobus Faber, Ioannes Angelus, Ioannes Baptiſta Porta, Ioannes Carmelitanus, Ioannes Carthuſienſis, Ioannes Fabrinus, Ioannes de Lacu, Ioannes Maria Lanfrancus, Ioannes de Muris Ioannes Raviſius, Ioannes Spatarius, Ioannes Tinctor, Ioannes Froſchius, Ioannes Keplerus, Ioannes Lippius, Ioannes Crugerus, Ioannes Maria Artuſius Ioannes Bodinus, Ioannes H. Alstedius, Iordanus Nemorarius, Ioſephus Blancanus, Iſidorus, Iulius Pollux, Lancilottus, Laurentius Cremonenſis, Lipomanus, Luca, Luſius, Lucianus, Ludovicus Conſarenus, Ludovicus Folianus, Ludovicus S. Franciſci Luſitani, Ludovicus Vives, Luſcinius Argentinus, Macrobius, Marchetus Patavinus, Marcus Antonius Benedictus, Margarita Philoſophica Gregorii Reiſch, Martianus Capella, Martinus ab Azpilcveta, Maurolicus Siculus, Marius Bettinus, Marinus Merſennus, Melchior Torrenſis, Michael Caſtellanus, Michael Martinus, Michael Pſellus, Michael Pompoſius, Michael Stifelius, Michael Pretorius, Montoyo, Nicolaus Burtius, Nicolaus Faber, Nicolaus Liſtenius, Nicolaus Vicentinus, Nicolaus Vollitius, Nicomachus, Oddo Abbas, Ottomarus Luſcinius, Oruito Parche, Otho Anglicus, Parea Angliscus, Parmenſis, Patritius Senenſis, Petrus Aaron, Petrus Apponenſis, Petrus Berchorius, Petrus Bongus, Petrus de Cannucciis, Petrus Cinciarinus, Petrus Gregorius Tholoſanus, Petrus de Loyola, Petrus Pontius, Petrus Valerianus, Philippus Buſtus, Philippus Veraldus, Philippus de Vitriaco, Philolaus in Boethium, Plinius, Plato, Plutarchus, Polyantheæ Scriptores, Polydorus, Virgilius, Porphyrius, Poſidonius, Proſdocimus Patavinus, Ptolomæus, Quintilianus Ariſtides, Raphael Volaterranus, Renatus des Cartes, Robertus Fluddus, Sebaldus Heiden, Stephanus Vanius, Severinus Boethius, Stempelius, Spaugenbergius, Tacuinus, Tapia, Theophraſtus. Valla Placentinus, Ugolinus, Vincentius Luſitanus, Vincentius Galilæus, Vitruvius, & in eum commentatores, Vizcargui, Uſualdus, Izarluas Zarlinus.

ALGEBRA eſt ſcientia datarum magnitudinum per earum æqualitates repertas, quantitatem inveniẽdi, explicãdi & demonſtrãdi, quo ita oblata problemata nõ ſoluta ſolvãtur, & malè ſoluta refutẽtur. Hæc eſt vel Characteriſtica, vel ſpecioſa.

CHARACTERISTICA eſt, quæ ſuis Characteribus, ſeu numeris vulgariter denominatis ad operandum utitur. Hanc vide apud Leonardum Piſanum, Henricum Grammateum in Arithmeticis, Coſſam Chriſtophori Rudolphi, Artem magnam Hieronymi Cardani, Franciſcum Maurolycum in Arithmeticorum libris, Michaelis Stifelii Aritmeticam integram, Nicolaum Tartaleam, Petrum Antonium Cataldum, Raphaelem Bombellum, Petrum Nonium, Iohannem Scheubelium, Petrum Bungum, Simonem Stevinium, Iacobum Peletarium, Chriſtophorum Clavium, Iohannem Lantzium, aliosq; Petrum Ramum,

SPECIOSA eſt, quæ per ſpecies ceu rerum formas, utpote per alpha-betica elementa exhibetur. Quã explicant Diophantus Alexandrinus, & in eum Guilhelmus Xilander & Cl. Gaſpar Bachetus, Franciſcus Vieta, Guilhelmus Oughtredius, Petrus Erigone, Renatus des Cartes, & Paulus Guldinus.

GEOMETRIA eſt doctrina de Magnitudine.

Eſtq; vel pura vel mixta.

GEOMETRIA PVRA eſt, quæ circa quantitatem continuam abſtractam, magnitudinem videlicet puram, ſeu in abſtracto ſumptam, verſatur.

Hæc eſt vel theoretica vel practica.

THEORETICA eſt ſcientia, quæ magnitudinis principium, proprietates, ſeu communes affectiones, & ſpecies conſiderat.

Principium magnitudinis eſt punctum Geometricum.

Communes affectiones ſunt vel abſolutæ, ut terminatio & ſectio; vel relatæ, & quidem vel ratione numeri, ut ſymmetria & ratio; vel ratione magnitudinis, ut contactus, ſectio, cògruētia, & adſcriptio. Magnitudinis ſpecies ſunt linea, eaq; conſiderata vel ſimpliciter, ut recta, obliqua, & mixta; vel cõparatè, ut parallela & perpendicularis; tum linea tum, ut angulus, iſque rectus, acutus, obtuſus; & figura, cujus conſiderandæ veniunt partes, affectiones, & ſpecies, ita figura eſt partim ſuperficies, eaq; tum plana, tam rectilinea, ut triangulum & triangulatum; quàm curvilinea, ut ſimplex, quæ circulus; & mixta, ut circuli formis; tum gibba, eaque Sphærica, & gibba, quæ conica & cylindrica; partim Corpus, illudq; tum planum, ut pyramis & pyramidatum; tum gibbum, ut Sphæra; & varium, ut conus & cylindrus. De quorum omnium definitionibus, diviſionibus, proprietatibus, propoſitionibus tam theoreticis, quàm practicis egerunt Pythagoras, Anaxagoras, Clazomenius, Hippocrates Chius, Plato, Ænopides, Zenodorus, Briſo, Antipho, Thendorus, Theætetus, Ariſtarchus, Eratoſthenes, Architas Tarentinus, Euclides, cujus elementorum libri ſunt totius Matheſeos baſis & fundamentum, in quem quàm plurimi commentati ſunt, ut Proclus Diadochus, cujus doctiſſimæ commentationes græco idiomate conſcriptæ à Franciſco Barocio in latinum translatæ ſunt; Theon Alexandrinus græcè in eoſdem commentatus eſt; Campanus verò ex Arabico, ſicuti & Zambertus ex Græco latinum fecerunt; Franciſcus Candalla latinam quoq; verſionem tradidit, ſed minus fideliter; Federicus Commandinus illos ſumma fide tranſtulit è Græco in latinum, & commentariis illuſtravit, quod etiam præſtitit Chriſtophorus Clavius, eoſdem multis propoſitionibus et tractatibus locupletando. Hiſce ſubjungenda ſunt commentaria Iacobi Peletarii, Ambroſii Rhodii, Cai Dibuadii, cujus demonſtrationes extant tam numerales, quàm lineales ſanè non ſpernendæ. Hiſce Euclidis elementis adjungatur ejuſdem Datorum opus, ut obſcuritati, ita mendis innumeris obnoxium, quod, ſub Zamberti adhuc translatione latens, non mediocre auxilium ſuppeditabit Archimedis, Apollonii, Pappi &c. monumenta perlegenti. Præterea Apollonius Pergæus conſcripſit conica elementa doctiſſima, quæ Fed. Commandinus è græco tranſtulit & illuſtravit, qui Apollonius ob ſubtilitatem & profunditatem ſummam in demonſtrando magnus Geometra vocatus eſt. Cui duo ſuccedunt libri Sereni de ſectione cylindri & Coni ab eodem Commandino illuſtrati. Quibus adjungantur Iohannes VVernerus de ſectionibus Conicis, & C. Mydorgius Mathematicus Clariſs. Hoſce ſequatur Archimedes de dimenſione circuli, cui paraphraſim injecerunt Eurocius Aſcalonita & Guilhelmus Xilander, quos ſecuti ſunt Ioannes Buteo & Chriſtophorus Clavius. Circuli autem quadraturam poſſibilem expoſuerunt Bryſo, Antypho, Hippocrates, Apollonius, Sporus, Dinoſtratus, Campanus, Nicolaus Cuſanus, Longomontanus, Philippus Lansbergius, Albertus Durerus Chriphorus Clavius, & innumeri alii, quorum cenſores extiterunt, Iohannes Regiomontanus, Ioannes Buteo, Chriſtophorus Clavius, Iacobus Chriſtmanus, Ludolphus à Collen, aliique. Hunc librum Archimedis excipit ejuſdem de lineis ſpiralibus ex traditione Commandini, de ſphæra & cylindro, de figuris iſoperimetris, qui extat in Geometria practica Clavii, quem tamen libellum Theon Zenodoro adſcribit; de arenę numero, de inſidentibus aquę. Hos ſequuntur Pappi Alexandrini collectiones Mathematicę à Commandino translatæ & illuſtratæ, cujus octavus liber Mechanica continet, Mahometes Bagdadinus de diviſionibus ſuperficierum, Theodoſii Tipolitæ Sphærica, & Menelai Romani triangula Sphęrica, quorum doctrinam unico volumine complexus eſt Clavius, ſuperaddendo tractatum de triangulis planis, de ſinubus, tangentibus & ſecantibus. Hęc Trigonometrica ſcripſerunt quàm plurimi, ut Iohannes Regiomontanus, Ioachimus Rhæticus & Valentinus Otto in vaſtiſſimo volumine, cui titulus eſt opus Palatinum, Thomas FincKius, Adrianus Romanus, Philippus Lansbergius, Bartholomæus Pitiſcus, VVillebrordus Snellius, Ludovicus Frobenius, Io. Baptiſta Morinus & nuper Bonaventura Cavalierius, aliiq; innumeri. Porrò Hero Alexandrinus edidit introductiones in univerſam Geometriam, Ben Muſa de figuris planis & Sphæricis, Petrus Antonius Cattaldus Geometricam transformationem, Franciſcus Vieta & Marinus Ghetaldus Apollonium redivivum, Petrus Ramus Scholas Mathematicas, Arithmeticam item & Geometriam, &c.

PRACTICA eſt ars bene metiendi.

Hujus partes tres ſunt pro numero ſpecierum magnitudinis, ſc.

Euthimetria, Embadometria, & Stereometria.

Euthimetria ſeu Longimetria metitur lineas rectas, longitudinem puta, latitudinem & profunditatem ſeu altitudinem.

Eſtq; vel Mechanica, vel Mathematica. Quarum illa perficitur ſola duntaxat applicatione mecha-

nico-

Digitized by Google

nicorum inſtrumentorum, virgæ ſc. menſoriæ, catenę, decempedę, aliorumque; Hæc verò *abſolvitur per inſtrumenta artificialia ratiocinatione.*

Embadometria ſeu Planimetria conſiderat ſuperficies. Cujus partes potiſsimum ſunt hæ quinque: quarum prima conſiſtit in planorum deſcriptione, 2. in earundem dimenſione, 3. auctione & imminutione, 4. diviſione. 5. transformatione.

Stereometria, *ſeu ſolidimetria abſolvitur ſolidorum corporum deſcriptione, auctione & diminutione, & eorundem dimenſione, quæ eſt artificioſa capacitatis ſolidorum inventio, ut pyramidis, cubi, priſmatis, cylindri, coni, Sphæræ, murorum, puteorum, ſaccorum, doliorum, vallorum, terræ, aliorumq; corporum.*
Hanc Geometriam practicam publici juris fecerunt: Hero Mechanicus *de Geodæſia, & machinis bellicis, à* Franciſco Barocio *translatus, & illuſtratus*, Hero Alexandrinus *de Geometrumeno*, Severinus Boethius *in duobus libris ſuæ Geometriæ*, Petrus Appianus, *Lucas de Burgo*, Coſmus Bartholus, Gemma Friſius, Silvius Bellus *de modo menſurandi per viſum*, Eraſmus Reinholdus, Nicolaus Tartalia, Petrus Antonius Cattaldus, Orontius Finæus, Petrus Ramus, Abel de Fullone, Petrus Riff, Chriſtophorus Clavius, Daniel Schwenterus, Metius, Ioannes Roias, Ioannes Keplerus, Simon Stevinius, Antonius Maginus, Hartmannus Beyerus, Ioannes Krabbius, Samuel Marloas, Henricus Hofmannus, Chriſtophorus Scheinerus, Pechlerus, Zublerus, VVaſerus, Ritterus, Lochmannus, Cantzlerus, Sems, Aiduſer, Schmidt, Hirſchvogel, Bramerus, Vrſinus, VVittekindus, Galgemeyer, Hulſius, Schueltzius, Meicher, *alii innumeri.*

GEOMETRIA MIXTA *eſt, quæ circa quantitatem continuam cõcretam occupata eſt, adeoq; partim Geometrica eſt, partim Phyſica, ut ex utraq; quaſi mixta ſit.*

*E*ſtq; vel perfectè ita dicta, vel imperfectè.

Perfectè dicta eſt vel corporis, vel qualitatis.

Geometria corporis *dicitur* COSMOGRAPHIA, *quæ eſt ſcientia totam Mundi machinam, ejuſq; principia & affectiones variè expendens.*

Machina Mundi, quæ aliis Sphæra dicta, eſt vel realis, *cujus conſiderantur diviſiones & proprietates, ut magnitudo, figura, ſitus; vel* repræſentatitia, *quæ eſt corpus gibbum totam mundi Sphæram artificioſè oq oculos ponens.*

COSMOGRAPHIA eſt duplex Uranoſcopia, & Geographia.

VRANOSCOPIA *eſt ſcientia de Sphęra cæleſti.*

*E*ſtq; vel Aſtronomia, vel Aſtrologia.

ASTRONOMIA *eſt ſcientia de menſura motus & temporis Sphęræ cæleſtis.*

Dividiturq; in abſolutam & relatam.

Abſoluta *eſt, quæ tractat de motu abſolute, & in ſe ſpectato.*

*E*ſtq; vel obſervatrix, vel ſyſtematica.

OBSERVATRIX *eſt prima Aſtronomiæ pars, quæ loca, altitudines & diſtantias ſyderum, in iiſq; ſtellarum inhærentium, ad certa temporis momenta obſervat, pluresq; inter ſe obſervationes inſtrumentis meteoroſcopicis & dioptricis inſtitutas comparat, varietates motuum, ordinem, & numerum orbiũ cæleſtium, periodum magnitudines, ſtellarumq; ſitum manifeſtat. Hanc Aſtronomiam obſervatricem expoſuerunt* Cl. Ptolomæus, *cujus plan ſphærium interpretatus eſt* Commandinus, *Venerabilis* Beda *in Aſtrolabio, de eodem* Ioannes Stoeflerus, Gemma Friſius *de Aſtrolabio Catholico*, Ioannes Schonerus *in opere ſuo Mathematico*, Guidubaldus *de planiſpheriorum univerſalium theoria*, Iordanus *de planiſphærii figuratione*, Petrus Appianus *de Aſtronomico Cæſareo, aliiſq; Inſtrumentis Aſtronomicis*, Tycho Brahe *in Aſtronomia Mechanica*, Antonius Maginus *de variis inſtrumentis Mathematicis*, Joannes Gallucius *in theatro inſtrumentorum Mathem.* Ioannes Roias *de Aſtrolabio, de eodem* Ioannes Grammaticus, Chriſtophorus Clavius, Ioh. Krabbius, Adrianus Metius, Iacobus Kobel, Philippus Lansbergius, *aliiq;*.

SYSTEMATICA *de totius univerſi conſtitutione diſponit, figuramq; mundi & principales ejus partes, numerum & ordinem Sphærarum, earundemq; ſoliditatem & fluiditatem, ſitum, locum, motum, vel quietem terræ ſtatuit, & explicat.*

Sunt autem ſyſtemata Mundana duorum generum. *Quorum* prius *probat terram quieſcere*, poſterius *eandem moveri.*

Prius. *quod terram quieſcere aſſerit*, triplex eſt: Ptolomæi. *Tychonis*, & Roſini.

Syſtema Ptolomaicum *terram eſſe centrum mundi univerſale, & in medio poſitam, eandemq; etiã immobilem, centrumq; omnium orbium planetarum, Sphæram inſuper octavam cũ omnibus Sphæris planetarum moveri, planetas verò certis orbibus, iiſque eccentricis, & epicyclis rotari aſſerit.*
Quod ſyſtema, ab aliquibus orbibus liberando, reformare nuper tentavit Doctiſs. Mathematicus Antonius Deuſingius, *in tractatu, cui titulus, ſyſtema Mundi.*

Syſtema Tychonis Brahei *terram centrum univerſale mundi eſſe in medio collocatam, eandemq; centrum motuum Solis, & Lunæ, Solemq; centrum motus quinq; reliquorum planetarum, terram deinde immobilem, Stellas fixas & erraticas motu diurno moveri, planetas deniq; nec in orbibus, nec in aere,*

ſed

Digitized by Google

ſed in liquidiſſimo & ſimpliciſſimo Cælo circum volvi ſtatuit.

Syſtema Heliſæi Roſlini terram centrum univerſale mundi eſſe in medio fundatam, & centrũ orbium Solis & Lunæ, Solem verò centrum orbiũ reliquorũ quinq; planetarum, terrãm inſuper immobilem, Sphæramq; octavam cum omnibus Sphæris planetarum motu diurno mobilem, & planetas certis orbibus, iiſq; eccentricis mobiles eſſe concludit.

Poſterius, quod dicit terram moveri, duplex potiſſimũ eſt, alterum Copernici, alterũ Raymari Vrſi.

Syſtema Nicolai Copernici, Solem & terram centrum univerſale mundi in medio conſtitutam, eandem centrum tantum orbis Lunæ, Solemq; immobilem, terram e centro in aere non minus ac planetas certis orbibus mobilem, ſed Sphæram octavam immobilem eſſe defendit.

Syſtema Nicolai Raymari Vrſi terram centrum univerſale Mundi in medio poſitam, eandemq; mobilem, etiam centrum motus Solis & Lunæ, Solem autem centrum motus reliquorum quinq; planetarum, Stellas fixas immobiles eſſe, planetas tandem & ſtellas non orbibus impactas, ſed in aere vel conſiſtere, vel ut aves certo tamen modo vagari contendit.

Hoc poſterius mundi Syſtema, paulo aliter diſpoſuerunt Schulterus, Caſmannus, Gigas, Mullerius, Havemannus, aliiq;, qui videri poſſunt.

Præterea Syſtematica duplex eſt: Sphærica, & Theorica.

SPHÆRICA eſt ſcientia de tribus Sphæris ſuperioribus: ut ſunt primum mobile, Cœlum cryſtallinũ & ſtelliferum.

Harum Sphærarum ſpectatur dimenſio, & repræſentatio.

In primo mobili ſpectatur dimenſio magnitudinis, & motus. Hęc poſterior abſolvitur decẽ circulis, ut ſunt æquator, zodiacus, horizon, duo coluri, meridianus, duo tropici, & duo circuli polares, arcticus ſc. & anctarticus.

In Cælo Chryſtallino conſideratur motus tantum dimenſio.

In cęlo ſtellifero occurrit magnitudinis & motus dimenſio, tum ipſius cæli, tum ſtellarum fixarum, in quibus accidit diviſio propria, quæ dividuntur primò ſecundum ipſarum magnitudinem in ſeptẽ ordines, ſecundò ſecundum figuram in formatas, informes; & affectio ipſis communis cum planetis, eſtq; ortus & occaſus, longitudo, latitudo, & declinatio.

Repræſentatio trium ſuperiorum Sphærarum cæleſtium fit per Sphæram armillarem, globũ cæleſtem & aſtrolabium, quorum inſtrumentorum fabrica conſideratur & uſus, de quibus conſule Iohan. Schonerum tract. de globis, de iiſdem Gemmam Friſium, Robertum Hues, & Guilhelmum Blau.

Hanc doctrinam Sphæricam tradiderunt Autolycus de Sphæra, quæ commovetur, & de ortibus, & occaſibus. Proclus Diadochus, in quem commentaria extant Heniſchii, Cleomedes de Meteoris, Laurentio Valla interprete, Euclides in phænomenis, Auria interprete, Campanus in Sphęra, Maurolycus in Coſmographia, Ioh. de Sacrobuſto in Sphęra, quam doctiſſime expoſuit Chriſtophorus Clavius, Alfraganus in elementis Aſtronomicis, & recenſione Chriſtmanni, Piccolomineus in Sphęra, Theodoſius Tripolita de diebus, noctibus, ex habitationibus, Auria interprete, Iulius Higinius in Sphęra, & ſignis cęleſtibus; Ariſtarchus Samius de diſtantiis ſolis & lunę, interprete Commandino, Iohãnes Regiomontanus in epitome magnę conſtructionis Ptolomæi, Theon Alexandrinus in eandem μεγάλην Συντάξιν, Ptolomęi, Geber Arabs in opere Aſtronomico, Albategnius ſeu Mahometes Aracenſis in ſcientia ſtellarum, Nicolaus Copernicus in Revolutionibus orbium cęleſtium, cui notas iniecit Nicolaus Mulerius, Tycho Brahe in progymnaſmatibus mechanicis, cometis, epiſtolis, Ioh. Keplerus de ſtellis novis, Galilęus de Galilęis in nuncio ſydereo, & maculis ſolaribus, Ioannes Vernerus de motu octavę Sphæræ, Guidubaldus in problematibus Aſtron. Aratus Solenſis in phænomenis, in quem commentaria ſunt Hipparchi gracè & latine edita, Hypparchus in Aſteriſmis, Archimedes de arenæ numero, Orontius Finęus in Coſmographia, in eadem Petrus Appianus, in quem Gemma commentatus, Antonius Maginus, Schreckenfuchſius, Ioannes Fernelius, Ioannes Laurentii Avanię, Mæſtlinus & Keplerus in epitome Aſtronomiæ, Longomontanus in Aſtronomia Danica, Blancanus in Coſmographia, item Fortius, Alexander de villa Dei, Adolphus Scribonius, Nicolaus Selnecærus, Iacobus Ziglerus, Abraham Cai Iudęus, Gaſpar Peucerus, Petrus de Aliaco, Manilius de Aſtronomia cum commentariis Ioſephi Scaligeri, Valentinus Nabod, Victorinus Strigelius Abraham Sculterus, Bartholomæus Kekkermannus, Nicodemus Friſchlinus, Hermannus VVitteKindus, Petrus Crugerus, Ioh. Bapt. Morinus in Aſtronomia reſtituta, in qua longitudinem locorum ſe inveniſſe gloriatur.

THEORICA eſt ſcientia de dimenſione motus planetarum.

Hęc eſt communis, & propria.

Theoria planetarum communis conſiderat partim orbes, eoſq; vel ſimplices concentricos, ut nodos, epicyclos, & orbes æquantes; vel compoſitos, ut deferentes apogæi, & perigæi; partim communes planetarum affectiones, quales ſunt motus, iiſq; medius, verus, apparens; & paſſiones, quæ ſunt tum reſpectu orbium, & ita planetæ dicuntur 1. directi retrogradi, & ſtationarii. 2. veloces, tardi & mediocres curſu. 3. aucti vel imminuti numero 4, aſcendentes vel deſcendentes; tum reſpectu planetarũ

inter

enter ſe, & ſic accidit ipſis aſpectus, qui eſt conjunctio, aſpectus ſextilis, quadratus, trigonus, & Oppoſitio; tum demq; reſpectu ſolis, & hoc modo planetæ dicuntur lumine aucti, minuti, & hypaugi 2. orientales & occidentales 3. orientes & occidentes ortu & occaſu coſmico, chronico, heliaco, & aſtronomico.
Theorica planetarum propria ſingulorum motum explicat. Cujus partes duæ ſunt: prima eſt de ſpecialibus affectionibus quorundam planetarum, ut ſunt parallaxis, et ecclypſis, quæ vel univerſalis, vel particularis, quæ vel totalis, vel particularis eſt, & hæc vel dimidiata, vel non dimidiata, quæ major & minor, prout plures vel pauciores, quàm ſex digiti obſcurantur: ſecunda eſt de ſingulis planetis, ubi eſt theoria Saturni, Iovis, Martis, Solis, Veneris, Mercurii, & Lunæ. De theoria planetarum conſule authores ſupradictos, inprimis Petrum Nonium, & Eraſmum Reinholdum in theoriam Georgii Purbachii, Paduani Viridarium, Sebaſtiani Munſteri organum Vranicum, Iohannis Schoneri opera Mathematica, Nicolaum Simum, Antonium Maginum, Oſvaldū Schreckenfuchſium, Nicolaū Copernicum, Davidem Origanum, Antonium Rhætam.
Aſtronomia Relata eſt ſcientia conſiderans motum ſyderum reſpectu temporis.
Eſtq; vel ſupputatrix, vel computus.
SVPPVTATRIX eſt, quæ ad certum tempus ſtellarum tam erraticarum quàm fixarum loca colligit, unde ephemerides, aliaq; tabulæ Aſtronomicæ originem ſuam ducunt. Quas ediderunt Ptolomæus, Alphonſus Rex Hiſpaniæ, Nicolaus Copernicus & Tycho Brahe; haſce quatuor in unum faſciculū collegit Nicolaus Mulerius; extant etiam Tabulæ Rudolphinæ & directionum Ioannis Regiomontani; prutenica Eraſmi Reinholdi doctiſſimæ; Iohannis Schoneri omnium facillimæ; eclipſium Georgii Purbachii; directionum Antonii Magini, quas imperfectas ſupplevit Antonius Roncho; Solis & Martis Antonii Magini & Cæſaris Marſilii; primi Mobilis Iohannis Regiomontani, Eraſmi Reinholdi, Antonii Magini, Henrici Brucæi, Adriani Metii, Andreæ Argoli; Secundorū Mobilium ſeu motuum planetarum Ptolomæi, Alphonſi Regis, Nicolai Copernici, Iohannis Schoneri, Eraſmi Reinholdi, C. Severini Longomontani, Iohannis Kepleri; Ephemeridum, ut Stofleri, Carelli, Cypriani Leovitii, Davidis Origani, Antonii Magini, Iohannis Kepleri, Andreæ Argoli; Iohannis Stadii, hæc ſupputatrix eſt vel Geometrica, vel Tabularis. Quarum illa utitur calculo trigonometrico; hæc verò tabellarum compendio, ut ita dicam, præ conſtructivo.
COMPVTVS agit de ipſo tempore.
Eſtq; vel aſtronomicus, vel politicus, vel Eccleſiaſticus.
Aſtronomicus conſiderat tempus naturale Aſtronomicum, quod eſt numerus motus cæleſtis, ad ſpatia, quæ ſtellæ, vel etiam quævis cæli puncta percurrunt, numeratus. Ex hiſce tribus motibus: primo ſc. qui adſcribitur primo mobili; ſecundo, qui aſtris, vel eorundem orbibus; tertio, qui ex hiſce duobus, vel ex pluribus ſecundis conſtat, derivantur anni ſyderei ſc. planetarii, ſolares, lunares &c. anni ac menſes periodici & ſynodici, dies, horæ & minuta.
Politicus eſt generalis vel ſpecialis.
Politicus generalis tempus expendit civile quod durationis rerum menſura, qua quælibet natio ſuo more ad ſacra & profana ſua curanda, ipſamque durationem menſurandā & numerādam utitur.
Eſt hoc tempus ſimplex & compoſitum.
Simplex eſt, quod ad unicam periodum proxime inſtituitur, ut dies, menſis lunaris, annus ſolaris, iſq; medius & verus, ut communis & biſextus. Compoſitum eſt ex aliquot ſimplicibus, ut ſeptimana, annus lunaris, qui primo perfectus, ut 12. Menſium, & imperfectus, ut 10. Menſium; Secundo communis & biſextus; luſtrum, quod vel Iulianum, Romanum, Aegyptiacum, & maximum, ut Perſicum, & Canicùlare; Olympias & Cyclus, iſq; Solis, Lunæ. & magnus, qui Iulianus, Arabicus & Paſchalis, aliis dicitur periodus Dionyſiana. Exordimur autem Aeram ſive Epocham à facto aliquo illuſtri, ut à condito mundo, diluvio, Chriſto nato, Imperatoribus &c.
Politicus Specialis eſt, quem quælibet gens juxta ſpeciale inſtitutum adhibet. Qualis eſt computus Hebræorum, Romanorum, &c.
Eccleſiaſticus eſt ſpecialis computus, quo feſta fixa & mobilia ordinantur, qui Calendarium dicitur, quod eſt vel vetus, ut Iulianum, vel novum, ut Gregorianum. Vtrumq; ſumitur vel generaliter, quatenus eſt methodus, qua cognoſcimus magnitudines annorum, & menſium, pro feſtis loca, aureum numerū, epactas, literas Dominicales, & ſimilia: item qua ratione per cyclos, & periodos, tempus tam cæleſte, quàm civile ad æqualitatem redaci poſsit.
Eccleſiaſticus duplex eſt: Iudaicus & Chriſtianus, hic verò Aethiopicus, Græcus, & Romanus, prout Eccleſia Chriſtiana olim in tres iſtas partes diviſa fuit. De computu legantur Dionyſius Exiguus Abbas Rom. Venerabilis Beda, Campanus, Iohannes de Sacrobuſco, Alfraganus Arabs, & in cū Iacobus Chriſtmannus, Schreckenfuchſius de calendariis variarum nationum & temporum, Ioannes Lucidus, & Ioſephus Scaliger de emendatione temporum, qui etiam conſcripſit commentaria in Euſebium, ubi doctiſsimos canones chronologicos proponit, Petrus de Aliaco Card. Cameracenſis, Ioh. de Monte Regio, Paulus de Middelburgo Epiſc. Petavius & Clavius contra Scaligerum, Samuel Petitus contra Petavium, Schonbornus de computu, Caſmannus de Aſtrologia, Heniſchius in Proclū, Nicolaus Mulerius de anno lunæ-ſolari, de Chronologicis Beraldus, Eberus, Eutingius, VVolphius, Calviſius & Vbbo Emmius.

Pra-

Præterea ad Aſtronomiam *referenda eſt* GNOMONICA, *quæ eſt ſcientia in quocunq; plano dato, & ad quamvis loci latitudinem deſcribendi horologia ſolaria. Quam nonnulli Opticæ, velut ejus ſubalteranti ſcientiæ ſubiiciunt; propterea, quod ex triplici optica parte, Orthographia ſc. Ichnographia, & Schenographia ſeu Sciagraphia, tum aſtrolabia, tum horolabia, tum etiam analemmata omnia derivetur, quorum beneficio ſciotirica iſta deſcribantur. Dicimus ergo, quamvis hæc nobiſsima ſcientia propter delineationes varias Opticæ annumerari poſsit, tamen propter ipſius deſcriptionis ſubiectum, quod totum Aſtronomicum eſt, variaque etiam inſtrumenta horaria, quorum fabrica ex Opticis petenda non eſt, propius ad Aſtronomiam accedere. Suppoſita enim ſeu lemmata Gnomonica in ſeſe continent tam inſignes operationes Aſtronomicas, & multiplices ejus tabulas, quales ſunt dierum diurnorum, latitudinum horizontalium, altitudinum ſolarium & polarium, ſignorum aſcendentium & deſcendentium, longitudinum dierum, quam lineæ meridianæ deductiones. ſectionum Conicarum deſcriptiones, planorum horariorum varias declinationes & inclinationes &c. Quidquid ſit, ut Algebra propter ejus ſubiectū, quod eſt quantitas tam diſcreta, quam continua, partim Arithmetica eſt, partim Geometrica; ita Gnomonica propter ejus lemmata, quæ partim Aſtronomica, partim Optica ſunt, ſciētia ex utraq; mixta erit.* Sunt autem Horologia Solaria *alia mobilia, alia immobilia; declinantia, non declinantia; univerſalia ut ſunt illa, quæ in omni poli elevatione horas oſtendunt, & particularia, quæ in certa duntaxat elevatione polari horas indicant. Reliquæ diviſiones horum horologiorum à formis deſumpta, ſunt accidentales, individua ac penè infinita: Ita ſcioterica alia dicuntur* Germanica, *alia* Bohemica, *alia* Italica, *alia* Perſica, *alia* Babylonica *&c. Hanc Gnomonicam primus omnium publici iuris fecit* Vitruvius, *qui lib. 9. ſua Archit. quorundam, de rationibus Gnomonicis, principiorum mentionem facit. Quē ſequitur* Cl. Ptolomæus *de Analemmate, quod è Græco in latinum vertit & illuſtravit* Commandinus, *Venerabilis* Beda *de horologii menſura,* Albategnius *ad finem de ſcientia ſtellarum,* Franciſcus Maurolycus *de lineis horariis,* Ioh. Bapt. Vimercatus *de horologiis ſolaribus, de iiſdem* Orontius Finæus, *ut tamen rectius ipſum legas, Conſule* Petrum Nonium *lib. de erratis* Orontii, Andreas Schonerus *de Gnomonica,* Chriſtophorus Clavius *vaſtiſsimum conſcripſit Gnomonicæ Corpus, quod in compendium redegit* Voellus, Bartholomæus Pitiſcus *in Trigonometria,* Adrianus Metius *in Aſtronomia & Geometria,* Ioh. P. Gallucius *de fabrica & uſu inſtrumenti ad horologia deſcribenda ad omnem poli elevationem,* Marius Bettinus *in apiario IX.* Ioſephus Blancanus *in tractatu de horologiis,* Guilhelmus Blau *in tract. de Globis.*

ASTROLOGIA eſt altera Vranoſcopia pars, explicans res futuras ex aſtris præcognoſcendi, quatenus à DEO condita ſunt; & poſita, ut ſint ſigna rerum humanarum. In qua, fateor, inveniuntur ſuperſtitioſa non pauca, quæ tamen à veris hujus ſcientiæ principiis diſcernenda ſunt, quæ enim, ſi ſe intra ſuos terminos contineat, & tractetur ab homine στοχαστικῷ, *probanda, ſi vero* χειρουργία καὶ ψυχρολογία *Chaldaica adhibeatur, merito explodenda eſt.*

Eſt autem Aſtrologia vel apodictica, vel contingens.

APODICTICA, quæ certa eſt, dicitur, quæ rem unam atq; eandem ſua natura citra aliquam ambiguitatem prædicit.

CONTINGENS, alias incerta, veroſimilis, eſt, quæ contingenter, & vero ſimili quadam conjectura indicat rem futuram.

Hæc eſt vel introductoria, vel judiciaria.

INTRODVCTORIA eſt, quæ ſyderum naturam, vires & qualitates cōſiderat abſolutè, prout in ſe ſunt.

Eſtq; vel Canonica vel thematica.

Canonica eſt, *quæ ſtellarum tam erraticarum, quàm fixarum naturam & earum inter ſe commixtiones & habitudines inquirit, ut inde influentiarum canones componat.*

Thematica eſt, *quæ ad datum tempus thema, vel figuram cœli erigit.*

Eſt autem thema cœleſte *figura repræſentans duodecim cœli domicilia.*

Eſtq; vel revolutionis cæleſtis, vel nativitatis.

Thema revolutionis cæleſtis eſt, *quod conſtitutionem cæli per totum annum oſtendit.*

Revolutiones nativitatū *ſunt reditus ſolis ad ea loca, in quibus ſol ſub initiū alicujus rei cōſtitutus fuit.*

Præterea in erectione thematis duo conſideranda veniunt, domiciliorum ordo, & inſcriptio.

Ordo domiciliorum *continetur hiſce duobus hexametris:*

1. 2. 3. 4. 5. 6.
Vita, lucrum, fratres, genitor, nati, valetudo,
7. 8. 9. 10. 11. 12.
Coniunx, mors, pietas, laus, fidus amicus, & hoſtis.

Inſcriptio domiciliorum *varia eſt, & potiſsimum quintuplex, primum modum deſcripſit* Abraham Aben Ezra, *quem ſecutus* Iohannes Regiomontanus, *qui modus dicitur rationalis; ſequitur alter æqualis dictus, qui eſt* Iohannis Schoneri; *Tertius eſt* Campani *&* Gazuli, *de quo* Adrianus Metius *tom. 1. Inſtitut. Aſtronom. cap. 10.; Quartum ex* Porphyrio *proponit* Lucas Gauricus; *Quintus adſcribitur* Iohanni Pontano, *&* Hieronymo Cardano. *Eſt deniq; alius modus, quo eriguntur domi-*

Digitized by Google

cilia cæli beneficio Aſtrolabii, quem vide apud Iohannem de Roias, Krabbium *alioſq; in Aſtrolabiis.*
IVDICIARIA eſt, quæ ſyderũ naturam, vires, qualitates ſeu affectiones conſiderat in ordine ad aliud.
Eſtq; generalis, vel ſpecialis.
Generalis duplex eſt: Catholica in ſpecie ſic dicta, & Genethliaca.
CATHOLICA *eſt, quæ eventus univerſales ad totas provincias pertinentes prædicit. Ut ſunt ortus, mutationes & interitus urbium, regnorum, imperiorum & monarchiarum, ſicuti etiam pacis, belli, ſectæ, peſtilentiæ, terræmotus & diluviorum.*
Hæc eſt vel idiomatica, vel Meteorologica.
Idiomatica *eſt, quæ in communi harum vel illarum gentium ſtudia, & mores prædicit.*
Meteorologica *eſt, quæ de variis tractat aeris conſtitutionibus, & de iis, quæ inde ſequuntur accidentia inſignia, ut ſunt ſanitas & morbus, lues, ſterilitas, annonæ copia vel penuria, & abũdantia, inũdatio &c.*
Genethliaca *agit de hominum temperamento, & privata eorundem vita, tam quo ad corporis ſtatum; quam ad fortunam, variaſq; alias animi inclinationes.*
Specialis *iudicat de initiis operum, actionum, rerum, & de electionibus, revolutionibuſq;. Cæterum Aſtrologica ſcripta nobis reliquerunt* Cl. *Ptolomæus in Quadripartito, & Centiloquio, item libello de ſtellarum effectionibus, in quem commentati ſunt* Hieronymus Cardanus, *Franciſcus* Iunctinus, *&* Iohannes *Pontanus*; Iulius *Firmicus*, Cardanus *in ſuis aphoriſmis Aſtrologicis, item* Iunctinus *in Speculo Aſtrologico*, Guido Bonatus, Lucas Gauricus *in opere Aſtrologico*, Iohannes Schonerus *in opere Mathematico, item de judiciis nativitatum*, Iohannes Garcæus *in opere Aſtrolog.* Robertus Fluddus *in Macrocoſmo*, Cyprianus Leovitius, David Origanus, Antonius Maginus *&* Carellus *in ſuis ephemeridibus*, *Maginus in Iſagoge Aſtrologica*, Henricus Ranzovius, Auguſtinus Niphus, *& in eum* Rudolphus *Goclenius*, Satlerus, Taiſnerus, Indagines, Agrippa, Poſſelius, Campanella, Gemma; *ex antiquis*, Hermes, Albumazar, Albotalus, Albohazen Haly, Rodoan, Abraham Avenefre. Gazulus, Alchindus.
Hanc *Aſtrologiam Iudiciariam, Genethliacam inprimis improbant & refutant Cicero, Bion, Democritus, Ariſtoteles, Alexander, Ptolomaus, Porphyrius, Avicenna, Sextus Empyricus, Auguſtinus, Damaſcenus, Jodocus Clictoveus, Baſilius, Ambroſius,* Gregorius. *Leon, Nazianzenus, Cyprianus, Epiphanius, Iuſtinus, Cyrillus, Chryſoſtomus, Theodoretus, Origines, Euſebius, Nyſſenus, Nemeſius, Gregorius Neocæſarienſis, Lactantius, Thomas, Sixtus Senenſis, Iuſtinianus, Thomas VValdenſis, Iulius Sirenus, Marſilius Ficinus, Ianduuus. Benedictus Pererius, Iohannes Picus Mirandulanus, contra quem ſcripſerunt tamen Lucius Bellantius Senenſis, Gabriel Briovanus, Franciſcus Rœſlinus:*
GEOGRAPHIA eſt doctrina de Sphæræ terreſtris, ex aqua & terra conſtantis, dimenſione.
Eſtq; vel generalis vel ſpecialis.
Generalis *eſt, quæ generalem Sphæræ terreſtris diſtinctionem explicat.*
Eſtq; vel abſoluta, vel comparata.
ABSOLUTA eſt, quæ ſimpliciter & abſolutè terram diſtinguit.
Tractatq; de terræ affectionibus, & diſtinctione generali abſoluta. Affectiones globi terreni *ſunt vel* primæ, *ut magnitudo ejus, & figura; vel* ſecundæ, *ut ſitus, mobilitas vel immobilitas.*
Diſtinctio generalis abſoluta eſt vel prima, vel a prima orta.
Prima *eſt, quæ conſiderat circulos terram ſimpliciter dividentes.*
Iſti circuli *alii ſunt* majores, *illiq; vel principales, ut meridianus, æquator & horizon; vel minus principales, ut zodiacus; alii* minores, *illiq; vel innominati, vel nominati, ut tropicus cancri, & capricorni, polaris item arcticus & antarcticus.*
A prima orta *eſt, quæ expendit circulos eoſdem ad ſe invicem collatos.*
Qui circuli ſunt vel *zonæ, eaq; partim temperata, partim intemperata, ut intemperate calida, & intemperate frigida, utraq; vel Septentrionalis, vel meridionalis; vel climata, quæ varia ſunt.*
COMPARATA eſt, quæ terræ partes certo aliquo reſpectu inter ſe diſtinguit.
Et hæc diſtinctio fit vel reſpectu cæli, *& quidem*
Primo *reſpectu cæli plagarum, earumq; cardinalium, & intermediarum;* ſecundo *reſpectu cæli poſitus, ita terra ſita eſt in Sphæra rectã, obliqua & parallela*; tertio *reſpectu Solis, quo incolæ terreni globi dividuntur in anumbres, biumbres &c. videlicet ſecundum umbras à Sole ſparſas*; vel reſpectu circulorum cæleſtium, *meridiani ſc. & æquatoris, quo terræ loca conſiderantur ſecundum longitudinem & latitudinem, & utramq; tam univerſalem, veterem & novam; quam particularem*; vel reſpectu partiũ inter ſe. *Et hoc modo terreſtris Sphæræ incolæ inter ſe collati erũt vel periœci, vel antœci, vel antipodes.*
Specialis *eſt, quæ ſpecialiter globum terreſtrem conſiderat.*
Hæc eſt vel theoretica, vel practica.
THEORETICA eſt vel geographia ſpeciatim ſic dicta, vel hydrographia.
GEOGRAPHIA globum terræ in varias partes, partiumque particulas ſub dividit, conſiderando ejus partes partim minores, *& illas principales, ut ſunt continens, inſula, peninſula, iſthmus, promontorium, mons, vallis, campus, ſylva, portus; vel minus principales, ut collis, ſaltus, arbuſtum, virgultum,*

E du-

Digitized by Google

dumetum &c. partim majores, eaſq; tum veteres, ut Europam, Aſiam, & Aphricam; tum novas ut Americam & Magellanicam.

HYDROGRAPHIA explicat dimenſionem aquæ, cujus conſiderabuntur ſpecies & affectiones. Species aquæ ſunt, quod ſit vel primitiva, ut mare, illudq; tum univerſale exterius, ut oceanus; & interius, ut mare mediterraneum; tum particulare, & hoc vel exterius, vel interius, ut ſinus & fretum; vel interius ſpecialius, ut propontis, pontus Euxinus, & Mæotis palus; vel derivativa, ut lacus, flumen, fons, & rivus.

Affectiones aquæ ſunt tum quantitas, tum ſalſedo & dulcedo, tum calor naturalis, & frigus naturale, tum motus localis, iſq; partim ſimplex, ut naturalis & violentus; partim mixtus, qui dicitur æſtus marinus conſtans ex maris fluxu & refluxu, unde plemmyra, & ampotis. Hanc Geographiam expoſuerũt Plinius in Hiſtoria Naturali, Cl. Ptolomæus in Geographia, cum commentariis Iohannis Verneri, Gerhardi Mercatoris & Antonij Magini, Strabo & Pomponius Mela de ſitu Orbis, in quem quamplurimorũ extant commẽtaria & notæ, Solinus de polybiſtore, cujus doctiſſima Claudii Salmaſii edita ſunt commentaria, de Coſmographia Sebaſtianus Munſterus, Georgius Rhau, Petrus Appianus, in quem Gemma Friſius, Gerhardus Mercator de Atlante majore & minore, Abrahamus Ortelius de theatro & theſauro Geographico, Hõterus de Coſmographia, Matthias Quadus de tabulis Geographicis, de iiſdem Petrus Bertius, Lucas Gauricus, Caſpar Peucerus de dimenſione terræ, Alexander Piccolomineus de magnitudine terræ & aquæ, Danæus de Geographia Poetica, Carpentarius Geographica ſcripſit idiomate Anglico, Bartholomæus KecKermannus de ſyſtemate Geographico, de eodem I. Henricus Alſtedius, Cluverius, Iacobus Chimæus, quibus addantur Chorographi, quales ſunt Cornelius Tacitus libello de moribus Germanorum, in quem commentati ſunt BircKheimerus, & Althamerus, Philippus Cluverius & Petrus Bertius de Germania, Paulus Merula de Italia, Hiſpania & Gallia, Cambdenus de Britannia, Guicciardinus de Belgio, Ioſephus à Coſta de novo Orbe, de eadem America Amar, Veſputius, Chr. Columbus, Ioh. de Laet, Ioh. Petrus Maffæus, Levinus Apollonius, legantur etiam Volaterranus, Franciſcus Alvarez, Ludovicus Marmoleus, Vaſcus de Gama, Petrus Martyr in legatione Babylonica, Augerius Busbequius de epiſtolis legationis Turcicæ, Iohannes Leo Afer, Michael Neander de diviſione orbis terrarum & Geographia, Marcus Polus Venetus de Rebus mundi mirabilibus, Godefridus de Archontologia, Iohannes Boterus de Relationibus, Petrus Bellonius de ſuis in Oriente obſervationibus, Iohannes Lerius, Alexander Gnolinus, Antonius Pinetus, Benedictus Bordonius, Georgius Bruin Agrippinenſis, Gualtherus Ludovicus, Alexander Sardus, Iulius Ballinus, Vibius Sequeſter, Vincentius Gallus, VVolfangus Lazius, Zacharias Lilius, Bartholomæus Amantius, Lucas Ianſſonius Aurigarius, Hegenitius de itinerario Hollandiæ & VVeſtfriſiæ, Golnitius de Ulyſſe Gallo-Belgico, Schottus & Furtenbach de Itinerario Italiæ, Antoninus Auguſtus de itinerario.

PRACTICA eſt orbis terrarum in plano vel gibbo delineatio. Quæ eſt vel univerſalis, totam terrã cum ſuis circulis delineans, idq; vel in ſuperficie globi, vel in planiſpherio; vel particularis, quæ mappas partium terræ particulares, ut regnorum, et regionum deſcribit, unde mappæ iſtæ, tabulæ vel chartæ chorographicæ, & topographicæ nominantur. Hanc praxin docent Rudolphus Goclenius in Coſmographia, Gemma Friſius in Coſmographia Appiani Bartholomæus Pitiſcus in problematibus Geographicis, Iohannes de Roias in Aſtrolabio, Petrus Crugerus in Trigonometria.

Geometria Qualitatis ſequitur, quæ eſt vel princeps, vel minus princeps.

Geometria Qualitatis principis, & quidem viſibilis dicitur

OPTICA, quæ eſt ſcientia de viſione.

Hæc eſt generalis, vel ſpecialis.

GENERALIS explicat huius ſcientiæ communia, ut ſunt viſibile, & viſio in communi.

Viſibile eſt omne id, quod radiat per medium, cuius conſiderantur tum communes affectiones, ut radiatio, & radiatio per medium. tum ſpecies, ita viſibile erit vel per ſe, illudq; primarium, ut lux, & ſecundarium, ut color; vel per accidens, quod eſt magnitudo & locus.

SPECIALIS eſt vel theoretica, vel practica.

THEORETICA est, quæ agit de viſionis ſpeciebus.

Eſtq; vel ſimplex, vel compoſita.

Simplex, quæ fit à ſolo incidentiæ angulo, eſt confuſa, & diſtincta; In illa viſibile totum ſimul videtur in inſtanti indiſtinctè; in hac verò viſibile videtur diſtinctè per radium, ſuper axem perpendicularem. Utraq; autem eſt vel vera, vel falſa per ſingula ſc. viſibilium genera, ita viſio ſimplex eſt magnitudinis, loci, figuræ, intervalli, ſitus, numeri, pulchritudinis, deformitatis, levitatis, aſperitatis, ſimilitudinis, diverſitatis, continuationis, ſeparationis, motus, quietis, diaphanitatis, ſeu tranſparentiæ, opacitatis, umbræ & obſcuritatis.

Compoſita eſt, in qua in diverſis ſpeciebus duo concurrunt radii.

Cuius ſpectantur partes & ſpecies.

Partes viſionis ſunt radius, punctum & perpendicularis obliquationis, imago item & planum.

Spe-

Species viſionis *quod attinet, erit Viſio vel reflexa, vel refracta.*

VISIO REFLEXA eſt viſio compoſita in idem medium. Hęc *pars opticę dicitur CATOPTRICA.* In hac conſideratur modus reflexionis, & tò reflexum.

Reflexio *eſt radiorum non penetrantium corpus denſum, ab eodem in eandem, unde devenerunt, partem, reverberatio, ex qua duplex oritur angulus, incidentię & reflexionis: quorum* iſte *à radio incidentię & cōmuni ſectione,* hic *verò à radio reflexo, & communi ſectione ejuſdē reflexivi cōprehēditur.*

REFLEXIVUM eſt, quod reflectere poteſt.

Eſtq; vel aſperum, vel politum.

Reflexivum aſperum *eſt, quod tantam lucem & colorem reflectit.*

Politum *vero, quod præter lucem & colorem etiam reflectit imaginem, vel quamvis figuram; diciturquè ſpeculum, quod eſt vel* naturale, *idq; tum animatum, ut oculus; tum inanimatum, ut aer denſus & ſpiſſus, aqua, ſol, luna, & omnes ſtellæ, gemmæ, ligna, marmor, chalybs &c. vel* artificiale, *quod conficitur è metallis, lapidibus & vitro, conſideraturq;* communiter, *ita ſpectandę ſunt ejus affectiones, veritas nimirum & fallacia; vel* particulariter, *ita occurrunt ejus ſpecies. Quapropter ſpeculum artificiale erit vel regulare, cujus figuræ ſunt regulares, eſtq;* planum, *quod ęqualiter intra ſuos terminos interjacet; &* gibbum, *ut concavum & convexum; vel irregulare, in quo omnia magis varia ſunt, ut imago quadruplex & alia. Eſtq; vel cylindraceum, vel conicum, vel parabolicum &c. Hoc loco non excludenda ſunt ſpecula* uſtoria, *quibus radii ſolares repercuſſi, in unum quaſi punctum ita uniuntur, ut iiſdem appoſita apta materia illico ex ea ignis eliciatur.*

VISIO REFRACTA eſt viſio cōpoſita in diverſum mediū. Hęc opticę pars dicitur DIOPTRICA.

Eſt autem Refractio vel ſimplex vel mixta.

Refractionis Simplicis ſpectantur partes, *quæ quinque ſunt, ut Medium diverſum, quod raritate & denſitate differat, punctum refractionis, quo radius incidentiæ infringitur; Radius dioptricus, qui vel rectus, vel obliquus; Refractionis perpendiculum, quod eſt recta per refractionis punctum perpendicularis refractio; Angulus refractionis & refractus, quorum ille à continuato incidentię radio, & radio refractionis;* hic *verò minor à radio refractionis, & perpendiculari comprehenditur;* & affectiones, *ut ſunt veritas, & fallacia ſeu hallucinatio.*

Pertinet etiam ad hanc Opticæ partem operatio. Quæ in camera undique clauſa per exiguum foramē, ſpecies objectorum una cum lucis radiis, immittuntur, corporaq; ipſa cum ſuis adiunctis coloribus, ſitu recto & verſo, in quavis ſuperficie, præſertim alba, repræſentantur. 2. Quæ duobus vitris, certo intervallo diſtinctis, ac tubo incluſis, eminus res videntur, quæ oculo libero conſpici non poterant. Quæ inſtrumenta vocantur Tubi Optici & Teleſcòpia.

REFRACTIO MIXTA eſt, quando reflexio & refractio miſcentur, quo fit, ut eiuſdem rei duplex appareat imago, diciturq; DIOCATOPTRICA, quæ pro obiecto habet radium & repercuſſum & infractum

Mixtio reflexionis & refractionis eſt vel *naturalis ut in iride, quæ eſt Solaris &* Lunaris, *& videtur* tum *in cryſtallo ſexangula, quæ in aqua poſita variis modis iridem repræſentat;* tum *in aqua, ſi videlicet in vitreum vaſculum aquaplenum ſpeculum immerſum ſoli opponatur,* vel artificialis, *quę fit duobus modis: 1. ſi per vitrum in ſpeculum introſpicias, hoc enim modo, quæ videntur, gemina apparent. 2. ſi Solem in ſpeculo aquæ … videas.*

PRACTICA eſt, quæ beneficio Theoreticæ operatur.

Inter Opticos primò recenſendus eſt Euclides, *cujus Optica & catoptrica interpretatus eſt* Iohannes Pena, *cujus verſio correctior eſt illa* Zamberti *&* Ignatii Dantis. *Proximum locum merentur Opticæ* Alhazeni *Arabis, & Vitellionis Poloni, quamvis in hoc non pauca reperias, quæ emendationē expoſtulent, quandoquidem ejus ſcriptum ex variis authoribus, ut* Euclide, Archimede, Ptolomæo, Alhazeno, *aliiſq; congeſtum eſt. His adjungantur* Rogerius Bacco, Iohannes Piſanus *de perſpectiva communi, Optica* Aguillonii; Orontius Finęus *de ſpeculo uſtorio,* Franciſci *Maurolyci aphoriſmi & diaphana de ſpecillis & iride,* Petrus Nonius *de crepaſculis,* Ioh, *Baptiſta* Porta *de Magia naturali,* Iohannis *Kepleri paralipomena ad* Vitellionem, *Eiuſdem Optica & dioptrica,* Marinus Ghetaldus *de parabola, & Speculo uſtorio, de radiis viſus, luciſq; in vitris perſpectivis, & iride,* Guidubaldus *Marchio de perſpectiva Scenographica artem* Democrati *&* Anaxagorę *reſtaurāte,* Heliodori Lariſſęi *capita Opticorum,* Chriſtophori Scheineri *oculus, ſeu fundamentum Opticum,* Simon Stevinius *in tomo ſecundo hypomnematum Mathem.* Iohannis Riſneri *&* Ambroſii Rhodii *Optica,* Marius *Bettinus de Apiaro Optico,* Antonius Maginus *de Speculis,* Marinus Merſennus *commentario in Geneſim, & Geometria mixta, Dioptrica Renati* des Cartes, Antonius Rhæta *in Aſtronomia, detectio dioptrica cæleſtium corporum* Hirtzgarteri, Hieronymus Sirturus *de Teleſcopio,* Iohannes Dee *Londinenſis de monade Hieroglyphica. Legi etiam hic poſſunt tractatus Clariſſimorū virorū,* Franciſci Marolyci *de lumine & umbra,* Fortunii *Liceti de latiori umbra ducta ex eodem opaco mane, & veſpere, quàm meridie, &* Petri Gaſſendi *de apparente magnitudine Solis humilis, & ſublimis. Cæterùm Optici practici ſunt* VVentzel Lamitzer, *cujus ingenioſiſſimi voluminis cō-*

dendum extat, dictumq; ſyntagma Opticee, editum à Iohanne Ianſſonio, Iohannes Franciſcus Niceron *de Thaumaturgo Optico*, Petrus Bourdinus, Sebaſtianus Serlius *de perſpectiva, de eadem* Daniel Barbarus, *Lorentzo* Sirigatti, Ignatius Danti, Guidubaldus, Albertus *Durer*, Samuel Marloas, Pietro Accolti, Iodocus Hondius, Vignola, *Federicus* Commandinus *de Scbenographia*.

Geometria Qualitatis minus principis, *& quidem figuræ dicitur*

ARCHITECTONICA, quæ triplex eſt: Civilis, Militaris, & Navalis,

ARCHITECTONICA CIVILIS eſt ſcientia de extruendis ædificiis.

Eſtq; vel generalis, vel ſpecialis.

GENERALIS agit de Architecto, eiuſque fine, & mediis.

Architectus eſt vel principalis, vel ſubſidiarius, Quorum ille eſt Mathematicus, et Architectonica peritus: Hic *vero miniſter, ut faber, pictor, lapicida, &c.*

Finis, *ad quem Architecto collineandum*, triplex eſt: firmitas, utilitas, *&* venuſtas, *vt rectè* Poſſevinus *lib. 15. biblioth. cap. 18.*

Media, *quibus Architectus, ad conſequendū hunc finem, uti debet, ſunt numero ſex .i.* Ordinatio, *qua membra futuri ædificii ſeparatim inter ſe comparantur* 2. Diſpoſitio, *quæ apta rerum collocatio, cujus tres ſunt partes*: Ichnographia *quæ eſt areæ jacentis deſcriptio*, Orthographia, *quæ eſt ipſius frontis erectio, &* Schenographia, *quæ eſt frontis, & laterum abſcedentium adumbratio, & ad circini centrum omnium linearum reſponſus*; 3. Eurythmia, *quæ venuſta ſpecies, commoduſq; in compoſitionibus membrorum aſpectus*; 4. Symmetria, *quæ eſt operis ipſius membris conveniens conſenſus*; 5. Decor *eſt emendatus corporis aſpectus, probatis rebus compoſitiscum auctoritate*; 6. diſtributio, *eſt commoda ſumptuum, loci, materiæq; diſpenſatio.*

Eſtq; vel partium, vel materialium.

Partes, *in quas res ædificationum diſtribuuntur*, ſunt ſex: Regio, *quæ eſt conſtitutio loci, in quo ædificium extruendum eſt. In qua conſiderabis hæc quinq;: cælum, aerem, aquam, terram & pulchritudinē* 2. Area, *quæ eſt ſpatium ædificio extruendo deſtinatum.* 3. Partitio, *quæ propter ædificii partes, aream primam in minores dividit.* 4. Parietes, *ſuntq; ſtructura à terra altius erecta, tectoq; ſuſtentando deſtinata.* Quarum ſpectabimus ornamenta & genera. Ornamenta *ſunt columnatio & cruſtatio: illa parietes columnis exornantur; hæc veluti veſte ornantur*; genera *quod attinet, eſt paries alius cratitius, alius marmoreus, cæmentitius, teſtaceus, lateritius &c.* 5. Tectum, *quod eſt ſuprema ædificii pars, imbribus, nivibus, & grandinibus excipiendis deſtinatum*; 6. Apertiones, *quæ rebus omnibus introitus & exitus patet; ſuntq;* vel majores, *ut oſtia, intercolumnia & ſcalæ*; vel minores, *ut feneſtræ & ſcaphæ.*

Materialia ædificiorum ſunt quinq; Materia, Lapis, Lateres, *iiq, vel crudi, qui à Sole ſiccantur, vel teſtacei, qui ad ignem coquuntur*: Calx, *cuius genus conſtituis* Gypſum, *quod paratur è cocto lapide tenero & friabili*, Arena, *eaq; foſſilis, fluvialis & marina, ſeu littoralis.*

SPECIALIS tractat de graphide, examine, & ſtructura in ſpecie.

Graphis *in ſpecie eſt ſingulorum ædificiorum delineatio iuxta quinq· columnas, ut ſunt Tuſcana, Dorica, Ionica, Corinthia, & Romana ſeu mixta.*

Examen *ædificii eſt, quo breviter expenduntur communia illa ſuperius tradita, quatenus illa in quolibet ædificio occurrunt. Quod examen ita inſtituendum eſt, ut conſiderentur ædificiorum tum cauſæ, ut finalis, efficiens, materia & forma, quæ conſiſtit in idea ſeu graphide, & perfectione, quæ ſita eſt in proportione & œconomia debita; tum ſpecies. Quapropter*

Ædificium eſt vel univerſale, *ut urbs, quam inhabitat univerſa hominum multitudo*; vel particulare, *idque vel publicum, & hoc tum neceſſarium, quo carere non poſſumus, quod eſt vel togatum, & hoc ſacrum, ut templum, ſchola; Et civile, quod eſt vel in urbe, ut principis, diciturq; aula, & ſubditorum, vel omnium, ut curia, ærarium, forum, granarium; vel paucorum & quorundam, eorumq; malorum, ut carcer, & ægrorum, ut Noſocomium; vel extra urbem, ut ſepulchretum, via, pons, navale, & portus; vel* bellicum, *ut armamentarium; tum amœnum ſive jucundum, quod eſt vel in urbe, ut theatrum & balneum; vel extra eam, ſuntq;, quæ palæſtræ, aliiſque exercitiis bellicis ſunt deputata; vel privatum, cujus ſpectantur ſitus, & partes.*

Partes ædificiorum privatorum aliæ *ſunt infra terram, ut cella, quæ vinaria & penuaria eſt, & Cloaca diffuſoria, ſubdiva, & urinaria; aliæ ſupra terram, ſuntq; tum parietes, iiliq; vel extremi domum ambientes, vel medii, domum interſecantes. Partes autem parietibus extremis & mediis incluſæ ſunt vel exteriores, ut podium penſile & exedra, vel interiores quæ ſunt ad immittendum lumen, ut feneſtra, & ad actiones domeſticas, eaſque ſordidiores, ut ſellæ familiaticæ, & honeſtas, quæ ſunt vel eundi gratia, ut oſtia; vel habitandi. Quæ partes veniunt nomine habitationis; Hæc eſt vel inferior, cuius partes in ingreſſu ſunt veſtibulum; in medio, atrium, cuius partes ſunt porticus & Cavædium; vel ſuperior, dicta Contignatio, cuius partes ſunt pavimentum, coaſſatio & lacunar; tum tectum, quod eſt vel pectinatum, vel teſtudinatum, quorum partes ſunt faſtigium & culmen ex lignis & tegulis conſtās. Architectonicam hanc Civilem perſecuti ſunt*

Vi-

Vitruvius, *in quem commentati ſunt* Guilhelmus Xilander, *&* Daniel Barbarus, Iohannes Iucundus, Leo Baptiſta Albertus, Iacobus Pontanus, *Andreas* Palladius *de Architectura, de eadē* Samuel Marloas, *Andreas* Schemorzius, *& Sebaſtianus* Serlius, Albertus Durerus *in tractatu de circino & regula*, Antonius Poſſevinus *in Bibliothecæ lib* 15. I. Henricus Alſtedius *in Encyclopædia*, Iohannes Bapt. Villalpandus *comment. in* Ezechielem, *ubi agit de templo Ezechielis*, Ioſephus Furtenbach *in Architectura civili*.

ARCHITECTONICA MILITARIS eſt ſcientia erigens arces ſeu propugnacula adverſus hoſtium impetum, in incolarum ſalutem.

Illius partes duæ ſunt: generalis & ſpecialis.

Generalis *explicat artium definitiones, diviſiones, & communes affectiones, ut ſunt Eurythmia, Symmetria, & Decor*.

Specialis eſt vel ſtructiva, vel defenſiva, vel offenſiva.

STRVCTIVA *eſt arcium in plano conſtructio*.

Eſtq; vel regularis, vel irregularis.

Regularis eſt, *quæ figuras æquilateras, & æquiangulas, & tot propugnacula, quot angulos habent, omnia inſuper propugnacula ſimilia & æqualia conſtruere docet*.

Eſtq; vel interna, vel externa.

Interna eſt, *quæ arcium internam, eiq; adhærentem ſtructuram pertractat*.

Structura hæc eſt vel linearum, vel ſolidorum, vel quaſi ſolidorum.

Structura linearum duplex eſt: ichnographica & orthographica.

Ichnographia *eſt totius operis plana ſupra horizontem repræſentatio*.

Eſtq; vel polygoni, vel *(ut ita dicam)* fortificationis.

Fortificationis eſt vel ſolidi, vel foſſæ, vel defenſionis.

Solidi linea eſt vel partialis, vel totalis.

Partialis *eſt propugnaculi ſeu valli, in quo invenienda ſunt* lineæ propugnaculi unius, vel collateralium.

Vnius propugnaculi ſunt vel conſtitutionis, vel integrationis, vel terminationis.

Conſtitutionis lineæ tres ſunt: princeps, *quæ eſt media linea propugnaculi, ducta ex ipſius centro;* collum, *quæ eſt extrema linea lateris cortinæ adhærens, &* ala, *quæ eſt linea connectens faciem & cortinam*.

Integrationis duæ ſunt: facies, *quæ duplex, eſt extrema propugnaculi linea; &* ala, *quæ itidem duplex*.

Terminationis tres erunt: elevans, *quæ ex angulo propugnaculi perpendiculariter cadit in collum prolongatum;* extendens, *quæ duarum cortinarum extremitates verſus idem propugnaculum copulat, &* æquans, *quæ eſt pars arcis ſemidiametri, inter angulum propugnaculi, & extendentem, intercepta.*

Lineæ propugnaculorum collateralium duæ ſunt Cortina, *quæ eſt linea inter duo propugnacula interiecta; &* polygona, *eaque* exterior, *quæ apices propugnaculorum connectit; &* interior, *quæ eſt latus arcis*.

Linea ſolidi totalis *eſt arcis peripheria triplex: interior, media, & exterior*.

Foſſæ conſideratur margo *exterior & interior, ſicuti &* perimeter *exterior & interior*.

Linea defenſionis duplex eſt; activa & paſſiva.

Activa eſt vel ſtringens, *qualis eſt facies prolongata uſque ad cortinam;* vel figens, *qualis eſt linea ex angulo cortinæ & alæ ad angulum propugnaculi ducta*. Paſſiua eſt triplex; ala, facies, & portio Cortinæ *minor intercepta inter faciem prolongatam, & alam*.

Orthographia *eſt valli & foſſæ, plano perpendiculari ad angulos rectos diſſectorum, repræſentatio. In qua linea fundamentalis Horizontalis dicitur, quod Horizontem, ſive terræ planum in interſectione ob oculos ponat*.

Hæc eſt valli, foſſæ, loricæ & arearum.

Vallum *eſt agger ſuper horizonte, cui ſuperius lorica imponitur. Cuius valli conſiderantur* latitudo *ſumma, ima, media; &* altitudo.

Lorica eſt, *quæ ſuper horizonte abſq; vallo ædificatur ad foſſæ defenſionem. Cuius conſideratur* altitudo *anterior, poſterior; &* latitudo, *quæ ſumma eſt & ima*.

Structura ſolidorum eſt vel abſoluta, vel relata.

Abſoluta *reſpicit foreſlitium, quod eſt* vel *principale, ut maximum, medium, & minimum;* vel *minus principale*. Relata eſt vel integrans, vel concomitans.

Integrans *reſpicit vel propugnaculum, vel aggerem*.

Propugnaculum *eſt valli prominentia arcem defendens*, Conſideratur vel abſolutè, *& quidem* ratione formæ, *quatenus eſt ordinatum & inordinatum;* ratione ſitus, *quatenus eſt directum & contortum;* vel relate, *ita erit congruum & incongruum*.

Concomitans, *& quidem reſpectu foſſæ eſt lorica, quæ vel citerior, ut ſuperior & inferior; vel ulterior, quæ eſt viæ coopertæ*.

Stru-

Digitized by Google

Structura quaſi ſolidorum reſpicit foſſam, *eſtque quicquid infra horizontem, effoditur, propriè tamen, quæ aquis recipiendis excavatur.*

Eſtque vel principalis, vel minus principalis.

Structiva externa *eſt, qua opera extra arcis foſſam & viam coopertam, ad arcis valli defenſionem, erigere docet.*

Suntq; illa opera externa vel propinquiora, vel remotiora.

Propinquiora ſunt duo: parmula & lunula.

Parmula *eſt terra moles ante cortinam inter duo propugnacula ſita.* Lunula *eſt terra moles ante angulum propugnaculi collacata. Quæ duo ab arcis vallo defenduntur.* Quibus non abſimiles ſunt Forpiculæ, *quæ angulis interioribus defenduntur, & à parte poſteriori non clauduntur;* & lineæ tranſverſales, *quæ quacumq; forma anguſtias aliquas muniunt.*

Remotiora itidem duo ſunt: opus tum cornutum, tum cornnatum;

Quorum illud *conſtat duobus ſemi propugnaculis;* hoc *vero intra duo ſemipropugnacula etiam propugnaculum integrum interpoſitum habet; hæc duo opera partim ſe ipſa protegunt, partim etiam defenduntur ab artis vallo.*

Structiva irregularis *eſt vel* ordinata, *in qua compoſitio fit aut ex duabus figuris regularibus, ut in circulis oblongis;* aut ex *figura regulari, & propugnaculo plano; vel* inordinata, *in qua compoſitio fit ex pluribus, quàm ex duabus formis propugnaculorum.*

DEFENSIVA Architectonicæ pars praſcribit regulas, quibus arx jam extructa commodè defendi poſſit. Quod ex. gr. fit abſceſſionibus, *quando ſe obſeſſi ad extremas anguſtias redacti, portionē propugnaculi, vel aliam aliquam partem munitam deſerunt, & novum vallum extruunt.*

OFFENSIVA eſt, quæ arcem jam extructam oppugnare docet.

Ad hanc oppugnationem requiruntur caſtra, *quæ ſunt vel temporanea, ſtataria & ſuſtentoria, quæ ambit lorica foſſa munita. Caſtra autem exterius conjungit* linea continuationis *dicta, quæ eſt lorica habens foſſam verſus campum; eadem interius copulat* linea communicationis, *quæ eſt lorica gaudēs foſſa verſus urbem obſeſſam. Hiſce extructis parantur* acceſſus *verſus locum obſeſſum, qui ſunt foſſæ cum aggere, quibus imponuntur* velamina, *ad viſum hoſti impediendum; & apponuntur* ſuggeſtus tormentarii, *quibus tormenta majora implantantur, ut vallo, aliiſq; operibus obſeſſorum defenſivis ruinam inferant; Vineæ, quæ ſunt ex aſſeribus constructæ moles, per ipſam arcis foſſam ductæ, terra ut plurimum obductæ, ne igni miſſili ſint obnoxiæ, ut milites per eandem tuti ad vallū appropinquare queant;* Cuniculi, *qui ſunt ſubterranei meatus ad pulverem pyrium ſub vallo abſcondendum, illudq; diſiiciendum effoſſi. Hanc Architectonicam militarem explicarunt apud Italos,*

Petrus Sardus, Bonajutus Lorinus, Philippus Cataneo, Tenſinus.

Apud Gallos, Claude Flammands, Samuel Marloas, *Peret, Faber, & Rev. P.* Petrus Bourdinus; *apud Belgas,* Simon Stevinius, Adrianus Metius, *&* Iodocus Hondius; *apud Germanos*, Albertus Durerus, Daniel Speckelius, Bartholomæus *Pitiscus*, Guntherus krull, Martinus *Eylend*, Ioſephus *Furtenbach*, Adamus Freitag, Iohannes Faulhaberus, *cujus compendium extat* Abdiæ Treven, Dieterich *Dilichius*, Nicolaus Goldman, Celarius, *&* Chriſtianus Orterus, *cujus ſubtiliſſimæ circa Architectonicam tam civilem, quàm militarem inventiones, quod ſciam, nondum editæ ſunt. Hiſce annumerari poſſunt ii, qui urbium obſidiones deſcripſerunt ut* Hugo Grotius, *qui Grollam*, Daniel Heinſius *Sylvam-Ducis*, Alluerius Boxhorn *Bredam ab* Henrico *Auranſiorum Principe; Ieſuita* Hermannus Hugo *tandem ab Ambroſio* Spinola *expugnatam.*

ARCHITECTONICA NAVALIS eſt ſcientia explicans navium fabricam & uſum. Unde duæ erunt ejus partes: *quarum prima docet navem conſtruere,* altera *verò eandem in velificationibus dirigere. Ad poſterius quod attinet, ad dirigendas in vaſto oceano naves multa requiruntur. Quapropter aget* Nautica primò *de circulis cæleſtibus, tam majoribus, quàm minoribus; de ſtellis tā erraticis, quàm fixis, earumq;* Longitudine, *Latitudine, & altitudine, cum curſus navium ad ſyderum curſus dirigendus ſit.*

Secundo *de ventis, eorumque natura, lineis nauticis, quas rhombos vocant.*

Tertiò *de magnete, ejuſque natura, inclinatione & declinatione, ut nauta pro vario terræ ſitu, polorumque mundi elevatione & depreſſione curſus ſuos moderari poſſit.*

Quarto *de maris natura, & motu, utpote ejus acceſſu & receſſu.*

Quinto *de ratione inquirendi locorum inprimis inſignium portus, deque mapparum Nauticarum delineatione, quæ littora ac portus tantum, quibus maximè indigent, additis variis ventorum lineis, ſeu rhombis, ob oculos ponunt. De hac Architectonica Navali agunt Ariſtoteles in problematibus, cujus conſulantur commentaria Averrois,* Thomæi, *Piccolhominæi,* Blancani *&* Monontholii, *Petrus* Nonius *in Nautica, in eadem Petrus* de Medina *&* Michael Coiguet, Iohannes Buteo *in tractatu de Arca* Noe, Gemma Friſius *de globis, Bartholomæus* kerkermannus *in problematibus Nauticis, A*drianus Metius *in primo Mobili*, Galilæus de *Galilæis de acceſſu & receſſu maris,* Ioſephus Furtēbach *in Architectura Navali;* De *Magnete* Ioh. *Bap.* Porta *in Magia naturali,* Guilhelmus

Gil-

Gilbertus *de Magnete*, Nic. Cabeus, Athanaſius kircherus, Martinus Baſſus *de navigatione*, Levinus Hulſius *de inſtrumentis Mechanicis*, Petrus Ramuſius *de antiquis & novis navigationibus*, Aurigarius *de ſpeculo nautico*, UVillebrordi Snellii *Typho* Batavus.

Geometria imperfectè dicta *dicitur STATICA, quæ eſt Scientia de ponderibus.*

Eſtque vel generalis vel ſpecialis.

Generalis *explicat communia totius Staticæ principia, & affectiones.*

Specialis *agit de ponderibus in Specie dupliciter conſideratis.*

Primo pondera illa conſiderantur vel abſolutè, vel relatè.

Abſolute *& in ſe conſiderata pondera tractat CENTROBARYCA, centra gravitatis magnitudinū expendens.*

Relate *& ratione gravitatis ſi inter ſe pondera comparentur, aget de iis ISORRHOPOSTATICA, quæ conſiderat magnitudines æquiponderantes; ſc. quomodo plures, ſive æquales, ſive inæquales, vel eadem etiam magnitudo ratione ſuarum partium, inter ſe conferri ac ſuſpendi poſſint, ut ſequatur æquilibrium.*

Secundo pondera conſiderantur vel in ordine ad motum, vel ſecundum materiam, ex qua conſtant, & in ordine ad medium, in quo fieri debet motus.

Pondera, quæ conſiderantur in ordine ad motum, conſiderat *MECHANICA*, quæ eſt ſimplex & composita.

Mechanica ſimplex *eſt, quæ ſimplicia inſtrumenta tractat.*

Eſtq; ratione inſtrumentorum, quibus fit motus, potiſſimum quintuplex: *ut ZYGOSTATICA, quæ agit de libra, MOCHLOSTATICA de vecte, TROCHLEOSTATICA de trochlea, ERGATOSTATICA de ergatis, & SPHENOSTATICA, quæ de cuneo.*

Mechanica Compoſita *eſt, quæ ex ſimplicibus machinis mixta, & compoſita eſt, dicitur etiam Polymechanoſtatica.*

Pondera, *quæ conſiderantur ſecundum materiam, ex qua conſtant, ſunt vel ſolida, vel liquida.*

Deniq; pondera, quæ conſiderantur in ordine ad medium, in quo fieri debet motus, tractat Statica ſimplex & compoſita.

Simplex pro diverſis mediis eſt triplex: *Pyroſtatica*, Aeroſtatica, & Hydroſtatica.

PYROSTATICA explicat Pyrotechniam, quæ eſt ſcientia de igne recreativo, defenſivo, & offenſivo.

AEROSTATICA *agit de iis, quæ aeri incumbunt, eumque transvolant.*

Beneficio hujus fabricantur inſtrumenta, quibus aliqui alligati ex uno colle in alium, atque iterum ſubiectos fluvios volatu ſe transmittere poſſint.

HYDROSTATICA *tractat de iis, quæ aquis innatant.*

Eſtque communis & propria.

Communis *eſt ſcientia tum liquida movendi, quàm ſolida in liquido ponderandi.*

Propria eſt triplex. *Bareocolymbia*, Bareodyſia & Hydarholcia.

BAREOCOLYMBIA *agit de aquæ innatantibus: nam ſi gravia ipſa aqua leviora ſint, partim merguntur, partim natant: quantum ergo merguntur & quantum non, hæc ſcientia definit.*

BAREODYSIA agit de ponderibus, quæ aquis immerguntur, quantum autem iſta in diverſis mediis ponderent, expendit.

HYDATHOLCIA explicat qua ratione aqua attolli, attrahi & deduci poſſint. Aget conſequenter de machinis hydraulicis, aquæductibus, aquarumq; librationibus.

Compoſita *eſt ex Aeroſtatica & Hydroſtatica mixta: Cuius ope extruuntur inſtrumenta, quibus per aeris vel condenſationem vel expulſionem, aqua in altum contra naturam ſuam cogitur, & quaſi in infinitum elevatur, & elicitur. In Staticis hiſce diſciplinis omnes antiquitate præcedat* Ariſtoteles, *cuius quæſtiones mechanicæ agunt de Staticæ primis fundamentis, utpote de circulo, libra, vecte, trochlea, ergatis, cuneo, aliiſq;, in cuius libellum vere aureum commentati ſunt* Averroes, Nicolaus Leonicus, Thomæus, *meliorem tamen paraphraſin ediderunt* Alexander Piccolhomineus, Ioſephus Blancanus, Bernardinus Baldus, *&* Henricus Mononrholius. *Hunc* Ariſtotelem *excipiant commentaria doctiſſima* GuidVbaldi *in* Archimedem *de æquiponderantibus*, Lucas Valerius *de centro gravitatis ſolidorum, &* Paulus Guldinus *de centro baryco*, Archimedes *deinceps de iis, quæ vehuntur in aqua, & in eum* Marinus Gethaldus *de* Archimede *promoto*, Iordanus Nemorarius *de ponderibus*, Pappus Alexandrinus *de Mechanicis in libro 8. ſuarum collectionum Mathemat.* Guidubaldus *de Mechanicis*, Galilæus de Galilæis *de iis, quæ vehuntur, vel moventur in aqua*, Hero Alexandrinus *de ſpiritalibus, & automatis*, Hero mechanicus *de machinis bellicis*, Simon Stevinius *de Statica*, Guidubaldus *de cochlea aquatica*, Iohannes Baptiſt. Benedictus *de mechanicis*, Hero Cteſibius *de Belopoia*, Ioſephus Cedrenus *de cochlea* Archimedea, Iohannes Baptiſta Porta *de pneumaticis*, Hieronymus Cardanus *de ſubtilitate, varietate rerum, & proportionibus*, Athenæus *de machinis bellicis, idem de mechanicis*, Vegetius *de re militari, in quem commentatus* Godſchalckius, Iuſtus Lipſius *in libris poliorceticon ſeu de machinis, &* Militia Romana, Augu-

ſtus

ſtinus Ramellus *de machinis*, Iacobus Beſſon *de theatro inſtrumentorũ*, *Levinus* Hulſius *de inſtrumentis mechanicis*, Iohan Faulhaber *de mola*, Robertus Fluddus *in Macrocoſmo*, Adrianus Romanus *de Pyrotechnia*, *de qua etiam* Hieronymus Ruſcellus, Ioachimus Biechiel *&* Schnitlap, Iohannes della Faille *de centro gravitatis*, Salomon de Cauſis, *&* Zenſinus *Germanice*, *&* Giovanni *Bimza Italice*. *Huc etiam referendi ſunt tractatus agentes de motu, quales ſunt* Proclus *in libello de motu*, Galilæus *in ſyſtemate mundi*, Iohannes *Bapt. Balianus de motu naturali gravium ſolidorum*, Petrus Gaſſendus, *de motu impreſſo à motore translato, item de proportione, qua gravia decidentia accelerantur*, Marinus Merſennus *in ſynopſi univerſæ Geometriæ*.

PHILOSOPHIA PRACTICA eſt, cuius finis eſt actio virtutis · quam non tantum propter ſe ipſam & cognitionem intellectus volumus, verum etiam propter aliquid extra intellectum. Hocq; *aut ſola electio eſt, & actio voluntatis, quæ proprio nomine dicitur electio, vel alicuius potentiæ exterioris operatio, qua artes omnes conſtituuntur, quæ propriè vocantur factiones, cum ex materia externa efficiant opus.*

In hac reſident tres partes: Moralis, Domeſtica, *&* Civilis. *Quarum Prima*, ETHICA *dicta, nos ipſos duce prudentia regimus, atque ut hominem decet conſtituimus.*

Secunda, OECONOMICA dicta, uxorem, filios, ſervos, fortunæq; bona, ac tandem domum ipſam optime adminiſtramus.

Poſtrema, POLITICA dicta, Reipublicæ ac civitati, cui maxime nati ſumus, optima gubernatione ſuccurrimus.

Atq; hæc eſt brevis diſciplinarum Philoſophicarum & Mathematicarum imprimis recitatio.

Digitized by Google

Digitized by Google

ALGEBRÆ NOVÆ
LIBER I.

De

ALGEBRA SYNTHETICA.

PARS I.

De

NVMERATIONE SIMPLICI.

SECTIO I.

De

Magnitudinibus Rationalibus.

TITVLVS I.

De

MAGNITVDINIBVS RATIONALIBVS INTEGRIS.

CAPVT I.

De

Algebræ Authore ſeu inventore, præſtantia, utilitate, & facilitate.

Elementum.

1 *DE primo huius nobiliſſimæ Scientiæ Analyticæ Authore ſeu Inventore non omnes idem ſentiunt.*

Sunt enim nonnulli, qui *Arabibus* & *Phœnicibus*, in primis *Gebro* apud *Arabes Aſtronomo* iſtius inventionem adſcribunt, vnde *Arabibus* ſaltem κατ' ἐξοχὴν iſtius inventum acceptum ferendum eſt, quamuis alioquin à *Græcis* id hauſerint *Arabes*. *Cardanus* lib. 16. de Subtil. authorem conſtituit ſimiliter *Arabem*, puta *Mahometum Moſis* filium. Nonnulli, inter quos etiam *Franciſcus Vieta* videtur eſſe, nominant *Platonem*, ut capite 2 huius, elem. 2. dicetur. *Iohannes* verò *Regiomontanus* in præfatione *Alfragani* inventorem dicit *Diophantum Alexandrinum*, cui aſſentitur *Chriſtophorus Clavius Algebræ* ſuæ cap. 1. eò quòd ipſe *Diophantus* in tredecim ſuorum librorum præfatione, quos hac de re ſcripſit ad *Dionyſium*, ſe primum huius ſcientiæ inventorem profiteatur, & à nemine ante ſe in lucem datam, imò ad ſuam vſq; ætatem ignotam omnino, teſtetur. Quicquid ſit, nos exiſtimamus, imò firmiter credimus, ipſum etiam *Euclidem* huius ἀναλύσεως non ignarum fuiſſe, prout eius liber ſecundus & decimus, propoſitio item octava libri noni elementorum, aliaq; manifeſte ſatis innuere videntur, ac properea hoc nobiliſſimum inventum minus rectè ipſi *Diophanto Alexandrino* attribui; Quamvis tamen Eum illuſtraſſe & auxiſſe idipſum certo vobis perſuadeamus.

2 *Præterea, prout hæc diſciplina varios habuit authores & inventores, ita etiam ipſa Algebræ vox maiorem nacta eſt varietatem.*

Dum alii nomen *Syriacum*, vel potius *Arabicum* eſſe putant, quod denotat artem vel doctrinam hominis excellentis: Al quippe eſt articulus, & Geber indigitat virum; quod nomen illis populis interdum eſt honoris, ut apud nos Magiſter aut Doctor: Exiſtimant enim nonnulli, excellentem quendam extitiſſe *Mathematicum*, qui ſuam *Algebram Syriaco* idiomate exaratam *Alexandro* M. obtulerit, eamq; nomine Almuchabulæ inſigniverit, hoc eſt, liber de rebus occultis, quem etiam hodierna adhuc luce magni faciunt doctiſſimæ iſtæ in Oriente nationes, *Indiq;* harum ſcientiarum peritiſſimi *Algebram* vocant Aliabram, item Alboret. Non deſunt tamen alii, qui ab articulo Hebraico אל, & nomine גבורה, id eſt, fortitudo, derivari putant. Sicut etiam *Iohanni Lantzio* à radice *Hebraica* גבר (quod ſignificat prævalere, ſuperare, ut videre eſt Exodi XVII. 11. item Geneſeos VII. 18. pſalmo vero CXVII. robuſtum eſſe) vocis ἔτυμον deſcendit. *Arabes* & *Phœnices* mercatura celebres, à quibus huius analyſis uſus primum manaſſe putatur, artem hanc inveſtigandæ veritatis barbaro nomine Cathayin vocarunt. Alii dixe-

runt artem majorem, & magnam, inter quos etiam *Cardanus*, eò, quod inter reliquas *Arithme-ticæ* regulas facile principem ſeu maximum teneat locum Romani regulam cenſus, & rei, id eſt quadrati, & lateris, hoc eſt, radicis appellarunt; Quandoquidem ut plurimùm ænigmata in hac ſcientia oblata beneficio quadratorum & laterum calculi explicantur & enucleantur: Hac de cauſa *Iohannes Buteo* in Logiſt. & *Marius Bettinus* in Apiario progymnaſm. 1. cap. 2. *Algebram* appellant ſcientiam quadraturæ in numeris. *Itali* vocitant Regulâ Coſe, ſeu della coſa, forſitan ab *Arabico* [Hebrew] quod fit ab *Hebræo* [Hebrew] id eſt, numerare, vel a radice [Hebrew], quod eſt ſupputare, vel numerare, ut Exodi xi 1. 4. propterea, quod in ſolvendis problematibus ſemper unum latus ponitur, quod illi coſam nominant. Et hanc rationem puto, quod etiam apud *Germanos* hodie hæc *Algebra* audiat die regel Coſs. Verum apud ipſos etiam *Arabes* diverſos, diverſa quoq; vocabula hæc doctrina ſortita eſt: quæ enim, cùm in *Mathematicarum* quæſtionum ſolutione occupata eſt, ſemper magnitudinis tam datæ, quàm quæſitæ equalitatem ſcrutatur, ut quicquid in illa diminutum fuit, reſtituat atq; reſtauret, hinc illis *Algebra* dicta fuit Reſtaurario. Quæ cùm ad æqualitatem peruenit; duas magnitudines ſibi inuicem æquales quidem, diverſo tamen nomine ſibi oppoſitas inuenit, idcirco *Almuchabala* ab aliquibus dicta Oppoſitio. Vſus tamen obtinuit, & adhuc hodiernus obtinet, ut *Algebra*, vel *Mathematica Analyſis* vocetur.

3 Porrò cùm præſtantia, dignitas et nobilitas alicujus diſciplinæ cenſeri ſoleat antiquitate, præſtantia ſubiecti, finiſq; & deniq; concluſionum certitudine. Non dubium eſt, *Algebram hanc alius nobilitate, antiquitate, præstantia ſubiecti, finiſq; ſaltem parem eſſe, certe euidentia & certitudine demonſtrationum longe anteferendam*. Cum autem de antiquitate ejus in §. 1. & de ejus nobilitate & præſtantia in Epiſt. ded. c. p ef. ad Lectoré & paſsim alibi tractaverim, nec non de eius ſubiecto & fine cap. ſequenti 2. agere conſtituerim, nihil aliud reliquum eſse videbitur, quàm ut demonſtrationem tam veram, quam falſam declarem, quãdoquidem illa ſola eſt, quæ cæteris omnibus *Mathematicis* diſciplinis ſpiritum et vitam infundit, & qua reliquæ ſcientiæ deſtituta, *Philoſophiæ* nomine prorſus indignæ cenſeantur. Hac veteres illi *Geometræ*, ut *Euclides*, *Apollonius* & *Archimedes* nixi, admirabiles illas demonſtrationes, quæ noſtris fere ingeniolis impoſsibiles videntur, feliciter excogitarunt. Vt nos, ſi velimus, eas ex illorum ſcriptorum aſsiduo ſtudio & imitatione conſequi poſsimus, ut verè ait *Petrus Nonius* in libello de erratis *Orontii*, cap 4.

4 *Est autem Demonſtratio illa Mathematica vel Algebrica diſcurſus certus ex propriis verisq; Matheſeos principiis per Enthymemata ad concluſionem quæſitam procedens.*

Cæterum veritas *Mathematicæ* concluſionis conſiſtit in materia non ſenſibili ſed intelligibili, quæ ſola *Mathematicæ* perfectionis capax eſt, quę eſt quantitas abſtracta ut dicetur cap. ſeq. 2. vera & *Geometrica* verb. gr. æqualitas ea eſt, qua ex gr. duæ lineæ ita ſibi invicem ſunt ęquales, ut nulla prorſus inter illas cernatur differentia, non ſenſibilis tantum, ſed etiam intelligibilis: quædam enim ad ſenſum duntaxat apparent æqualia, quæ *Mathematicè*, & verè ęqualia minimè exiſtunt. Hoc loco obſerva, quod *Geometra* demonſtrans ſe habere hanc materiam intelligibilem præſentem, atq; in illa ducendo lineas, angulos, figuras ſe poſse operari, ſupponat. Quamuis in ſuo abaco deſcribat lineas, angulos & figuras ſenſibiles, non idcirco tamen, teſte *Ariſtotele*, tex. 25. primi poſter. falſum ſupponit: quia deſcriptiones illas ſenſibiles pro intelligibilibus aſsumit, ut melius illas capiat. Verumq; , ut inquit *Ariſtoteles*, *Geometra* nihil concludit exinde, quod hæc linea quam explicat, ſit ſenſibilis, ſed virtute illius intelligibilis, quæ per ſenſibilem exhibetur; et etiamſi hæc materia intelligibilis nulla extaret, ſatis foret, ſi extare poſsit: ſcientia etenim abſtrahit ab exiſtentia ſui ſubiecti. Et tantum de demonſtratione vera, de qua etiam aliquid inferius cap. 2. in medium proferemus, plura tamen qui deſiderat, legat tractatum de natura Matheſ. *Ioſephi Blancani* in fine oper. de locis Mathem.

5 Sequitur *Demonſtratio falſa*, aliis fallacia, paralogiſmus & pſeudographia dicta, *quæ adverſus rectum demonſtrandi uſum committi ſolet, quæ varia ſeu multiplex eſſe poteſt.*

6 Prima *Si aliquid authoritate probetur.*

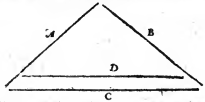
Quę demonſtratio *Geometrica* non eſt, cùm non procedat ex propriis *Geometriæ* principiis, & ea de cauſa nihil evincit, cum *Mathematici* non ſtent authoritate, ſed ratione; authoritates ergo aliquid illuſtrabunt duntaxat, non autem confirmabunt. Vt ſi quis probet unitatem non eſse numerum authoritate *Euclidis*, qui lib 7. Element. defin. 2. numerum definit ex unitatibus compoſitam multitudinem; Item ſi quis demonſtret quadraturam circuli eſse poſsibilem authoritate potiſsimum *Ariſtotelis* motus, qui aliquo in loco dixit, multa ſciri poſse, quę nondum ſcita ſunt, & ſi ſcita non ſit, nihil obſtare, quin ſciri non poſsit.

Secun-

Digitized by Google

7 Secunda. *Cùm quis ad demonſtrandum experientiâ ſenſus utitur.*

Vt ſi quis demonſtrare velit in præſenti triangulo A B C lineam D quæ baſi C eſt parallela, eſse eadem baſi C minorem, propterea quòd ipſi viſus hoc dictitet, quæ demonſtratio foret falſa, cum *Geometriæ* ſubiectum non ſit materia ſenſibilis, verùm intelligibilis: *A*dde quòd ſenſus non ſemper aliquam inæqualitatem notare valeat, poteſt enim accidere, ut linea D adeo vicina ſit lineę C,



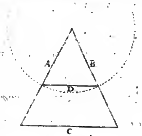
ut ſenſus nullam differentiam percipere poſsit; ſemper tamen *Mathematicè* demonſtrabitur minor.

8 *Præterea ad hanc fallaciam referenda eſt Menſuratio.*

Vt ſi quis circino, regula, aliove inſtrumento *Geometrico* lineam vtramq; C & D metiatur, probetq; hoc modo illam D eſse hac C minorem.

9 Tertia, *cùm quis ad demonſtrandum adhibet magnitudinem ſenſibilem.*

Ex. gr. ſi quis in iſoſcele A B C ducta recta D ipſi baſi C parallela, probare velit, duas lineas A & B abſcindi æquales, & id propter quis delineet peripheriam ex angulo A B tanquam centro, interuallo B, hęc peripheria quoq; tranſibit per A ſecundum *αὐτοψίαν*. Hinc patet, lineas A & B eſse ductas ex angulo A B veluti centro ad peripheriam D, ergo erunt æquales. Quapropter erit fallacia ſenſus, cùm illud demonſtret ex oculari demonſtratione. Certum quidem eſt, lineam B eſse radium ductum ex A B centro ad circumferentiam D, ſed ſenſus beneficio certum eſse nequit, lineam *A* præcisè terminari in ipſa circumferentia, cùm deſcripta non ſit poſt delineatam peripheriam, nec etiam ſupponatur peripheriam D tranſire per extremitatem lineæ *A*. Vt



10 Quarta. *Cùm in conſtructione aliquid aſſumitur, cuius conſtructio ignoratur.*

Vt ſi quis ad duplicandum cubum dicat: quærantur duę lineæ rectę medię proportionales inter duas datas, hæc inquiſitio quidem nondum *Geometricè* inventa eſt, ſed mechanicè, aſt hac utitur ſenſu, idcirco falſa. Similiter ſi quis ad quadrandum circulum dicat: ſumatur linea recta æqualis circumferentiæ circuli, quod in hunc vſq; diem nondum inventum eſt. Pari ratione peccant omnes illæ demonſtrationes, in quibus reperiuntur lineæ illæ punctuales, qualis eſt linea Cōchoidis *Nicomedis* apud *Clavium* in Geometria practica lib. 8. Cuius etiam farinę eſt linea quadratrix dicta, deſcripta ab eodem *Clavio* lib. cit. & ad finem lib. 6. *Euclidis*. Huiuſmodi lineæ non ſunt quid continuum, cùm ex punctis conſtent, & id propter non poſſunt partes ipſorum præcisè haberi, cùm incertum ſit, ubinam ſint puncta lineam conſtituentia. In quadratrice autem ultimū punctum demonſtrari nulla ratione poteſt.

11 Quinta eſt, *cùm in demonſtrādo aliarum ſcientiarum cōmunia adhibemus principia.*

Ita Bryſo in quadrando circulo hoc adhibebat principium: quęcunq; ſunt iisdem ſimul majora, & minora, ea ſunt invicem æqualia, quod commune eſt tam quantitati diſcretæ, quam conti-

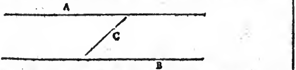
uuæ, temporibus & qualitatibus, & ideo ab *Ariſtotele* reprehenditur textu poſter. 1. & ab aliis, ut *Buteone, Chriſtmanno, Clauio, Longomontano* &c. Eãdem ob cauſam nõ licebir quoq; *Mathematico* uti hoc principio : quę ſunt eadem uni rertio, ſunt quoque eadem inter ſe, quia idpſum aliis diſciplinis eſt commune, verùm huius loco ſubſtituendum eſt hoc *Euclidæum* ; quæcunq; ſunt æqualia uni tertio, ea quoq; ſunt æqualia inter ſe.

12 Sexta eſt, *cùm in demonſtrationibus utimur rationibus probabilibus*.

Tales namq; apud *Mathematicos* habentur pro paralogiſmis. Ex. gr. cùm *Lanſbergij* ad aſtruẽdum motum terrę hanc rationem probabilem adferunt, ſc. veroſimilius eſſe terram in exiguo admodum circulo circa ſolem motu nõ celeri & ſenſibili rotari, quàm ſtellas erraticas, inprimis fixas in tam vaſtiſſimis circulis motu incomprahenſibili. Sic etiam ille in demonſtrando pſeudographiam admittit, qui lineam ſuperiorem D baſi C parallelam eſſe minorem eadem baſi C, probat ex eo, quod ſit in anguſtiori loco poſita, quàm baſis D; ratio eſt, quia ibi linea maior baſi col locari poteſt, quæ tamen ei non ſit parallela.

13 Septima eſt, *Quãdo in demõſtratione aſſumimus pro vero id, quod eſt demõſtrãdũ.*

Quę dicitur petitio principii: Cuius fallaciæ *Ariſtoteles* lib. 2. prior cap. 31. tale adducit exẽplum: Vult quiſpiam demonſtrare duas in ſequenti figura lineas A & B eſſe parallelas; quod faciant angulos alternos A C & B C æquales, nam hoc poſito per 27. lib 1. *Euclidis* id ſequitur, volens poſtea probare, tales angulos eſſe æquales, id probat ex eo, quod ſint parallelæ, ut patet ex prop. 29. l1. *Euclidis*, petit quod in initio probandũ erat, videlicet lineas *A* & B eſſe parallelas. Vt



14 *Porrò in eundem ille incideret paralogiſmum, qui demonſtrationem aliquam proferret, quæ ex alia demonſtranda adhuc penderet.*

Vt ſi quis *Euclidis* lib. 1. propoſitionem 6. probare vellet per eiuſdem 32.

15 Octava eſt, *Si propoſitio aliqua non omnibus ſubiectis ſpeciebus & caſibus convenire poſſit,*

Diciturq; hæc fallacia uniuerſalis. Ex. gr. ſi quis dicat: in omni triangulo parallela baſi, eſt eadem minor, in demonſtrando autem id tantum demonſtret in iſoſcele.

16 Nona eſt, *quando impingimus in principia Geometriæ.*

Ita erravit *Antiphon*, dum ad quadrandum circulum pręſuppoſuit circularem conſtare ex minimis rectis, quod veritati minime conſentaneum, vide *Ariſtotelem* cap. vltim. Elench. & in eum explicationes *Ioſephi Blancani*.

17 Decima eſt, *cùm aliquid, etiamſi illud verum, aſſumimus quod nõ ſit certum aut probatum.*

Sic *Euclides* in prop. 1. lib. 1. elem. aſſumit duos illos circulos ſe mutuo ſecare, quod non probat. Alia ſimilia ſunt apud eundem, alioſq; quę tamen ſi bene expendantur, certiſſima ſunt, & idcirco abſq; probatione, ut vera, aſſumuntur.

18 Vndecima eſt, *quando aliquod falſum vel impoſſibile aſſumimus.*

Sic H*ippocrates Chius*, cùm lunulam quadraſſet, aſſumpſit poſtea, ex quodam trapezio accipi poſſe tria triangula tribus lunulis ęqualia, eo plane modo quo antea ex quadrato quodam triangulum æquale lunulæ acceperat; quod falſum. Vide ſis apud Ioſephum Blancanum in cap. 31. lib. 2. prior. *Ariſtotelis*.

19 Huc pertinet, *cùm aliquid ad demonſtrandum aſſumimus, quod æq; obſcurum eſt, ac ipſa propoſitio;*

Debet enim ex notioribus deduci. Sic *Proclus* errat, dum ad axioma 13. *Euclidis* demonſtrãdum aſſumit illud æq; ignotum: Si ab uno puncto duæ rectæ lineę angulum facientes in infinitũ producantur; ipſarum diſtantia omnem finitam magnitudinem excedet, de quo paralogiſmo conſule Clauium in ſcholio prop. 28. lib. 1. *Euclidis*.

20 Duodecima eſt, *quando vitioſa admittitur illatio.*

Ita fallit *Averroes*, cum ſic ratiocinatur: ut 6 ad 3, ita 4 ad 2. Ergo permutando infert, ut 6 ad 2, ſic 4 ad 3: hæc enim non eſt permutata proportio, ut ex lib. 1. part. 2. cap. 2. huius conſtabit.

ſtabit. Nec valet illorum illatio, qua dicunt: tranſitur à minori ad majus, & per omnia media, ergo per æquale: Vide *Clauium* ad prop. 16. lib. 3. elem. *Euclidis*, ubi de angulo contactus diſputat contra *Iacobum Peletarium*.

Sic in eundem errorem incidunt illi.

21 Primò. *qui à figurarum iſoperimetria argumentantur ad earum æqualitatem.*

Ita decipiuntur nautę, & vulgares geodetæ, qui, quas inſulas, aut agrorum ſuperficies eodem temporis ſpatio, aut iiſdem paſſibus circum navigaverint, ivetintq: eas ęquales eſſe pronuntiant.

22 Secundò. *qui ab ijs, quæ accidunt circa gravia ſuſpenſa, & circa terram, argumentantur ad illa, quæ accidunt circa centrum terræ.*

Hic peccant omnes & ſinguli, qui motum perpetuum rei gravis excogitarunt circa mundi centrum.

23 Tertiò. *qui à natura centrorum in ſuperficie terræ deſcriptorum, argumentantur ad naturam centri univerſi.*

Quales ſunt è Sanctis Patribus D. *Auguſtinus* & *Lactantius*, *Antipodas*, propterea, quod futuri ſint penſiles, in rerum natura non admittentes.

24 Decima tertia eſt, *quando neſcimus terminos Geometricos:*

Ita decipiuntur illi, qui ad quadrandum circulum, quadratum delineant, cuius quatuor latera datæ circuli circumferentiæ æquantur. Quos refutat *Clauius* in Geometr. pract. & *Chriſtmannus* in tractatu de quadratura circuli.

25 Decima quarta eſt, *cùm tyrones demonſtrationes Euclidæas repetentes aliquando falluntur ob demonſtrationum ſimilitudinem.*

Hoc modo aliquando probant angulos ad baſim eſſe ęquales in prop. 5. lib. 1. *Euclidis*, per 4. eiuſdem libri: Nam illi anguli opponuntur æqualibus lateribus. ergo inferunt per 4. citatam, ſunt æquales. Sed error eſt, quia in prop. 4. id demonſtratum eſt de duobus diverſis triangulis, in 5. vero demonſtrandum eſt dè vno tantum.

Ab hiſce tamen excludendi ſunt *Aſtronomi*, qui in terræ centro, & *Gnomonici*, qui infra tellurem operari ſe fingunt; in terræ ſuperficie operantur, ac de operationibus ſuis veriſſimas, & laude digniſſimas demonſtrationes produnt; propter immenſam & infinitam pene cæleſtium ſtellarum à terra diſtantiā, quæ in cauſa eſt, ut tota terra ad cęlum collata inſtar pūcti ſeſe habeat.

Et *hæ* ſunt potiſſimum demonſtrationes falſæ, quæ occurrere in demonſtrando poſſunt, ad quas evitandas non inconſultum erit perlegere *Iohannem Regiomontanum* de quadratura circuli *Nicolai Cuſani* Cardinalis, *Petrum Nonium* de Erratis *Orontij*, *Iohannem Buteonem* de variis circuli quadraturis, *Iacobum Chriſtmannū*, *Ludolphum à Collen.* & *Chriſtophorum Clauium* in Cyclometriam *Ioſephi Scaligeri*, qui multorum paralogiſmos manifeſtant, ut nos in iis cautiores ſimus. Supereſt nunc, ut explicata demonſtratione tum vera tum falſa, demonſtrationum quoq; *Algebricarum* evidentiam recitemus, qua hæc *Algebra* alias diſciplinas omnes ſuperare videtur, quod vel ex hoc unico ſatis clarum erit: cùm in aliarum ſcientiarum theorematibus multitudine et varietate opinionum ita ſępe intellectus diſtrahatur & confundatur, ut vel incertus & quaſi ſuſpenſus hæreat. *Pro exemplo* ſumamus vel unam *Phyſicam*, cuius vix duo aut tria theoremata dantur, de quibus (imo de ipſis etiam rerum Naturalium principiis) non variè diſputetur ac dubitetur. Cuius rei fidem faciet nobiliſſima illa & ſatis intricata quæſtio, *an terra motu annuo & diurno rotetur*, cuius ſententiæ authores & patroni, quomodo principia *Peripatetica* & *Ptolemaica* ſcientię *Naturalis* & *Aſtronomicæ* ferme omnia everterint, cuivis videre licet apud eoſdem, nimirum *Copernicum*, *Keplerum*, *Gilbertum*, *Origanum*, *Galileum*, *Hortenſium*, utrumq; *Lansbergium*, alioſque. Simili fato obnoxias eſſe ſcimus diſciplinas reliquas *Philoſophicas*, tam theoreticas quàm practicas. Vt nihil dicam de ipſis etiam Facultatibus: *Theologia*, *Medicina*, & *Iuriſprudentia*, in quibus aliquot mille millenas controuerſias tam verbales quàm reales reperias, in quibus explicandis & decidendis doctiſſimi quiq; ſe ſe non tam miſerè dilacerent, quàm fruſtra ſint, ut vix ac ne vix Humana Ratio in hiſce aliquid poſſe videatur. Vt propterea hiſce æqua lance penſitatis non immerito & abſq; ratione ſuos doctiſſimos de Vanitate ſcientiarum libros conſcripſerit *Cornelius Agrippa*. *Prætereo* etiam *Aſtrologiam*, *Alchymiam*, *Artem Memorativam*, *Lulliſticam*, *Characteriſticam*, alias, *Sigilliſticam*, *Phyſiognomiam*, *Cheiromantiam*, *Geomantiam*, *Cabbalam*, *Magiam*, & ejuſdem *Clavem Salomonis*, quam *Venetiis* manuſcriptam videre licuit, nihil aliud fere in ſe cōtinens, præter illa, quæ in *Zoroaſtro*, *Agrippa*, *Trithemio*, *Fluddo* aliiſq; repperi. Hunc librum è bibliotheca *Mantuana*, ut dicebatur, excerptum, ob ſingularia ſua arcana, emptoribus pro 300. ſcutatis expoſuit venalem poſſeſſor. (Spectatum admiſſi riſum teneatis amici) Quæ omnia & ſingula, licet habeant pulchra non pauca, multa magnæ

ſpei

Digitized by Google

ſpei, plura admirabilia, & quaſi divina plurima non contemnenda, tamen reſpectu mentis noſtræ imbecillitatis conjecturalia quædam ſunt, multa inania, dubia longe plura, & plurima momenti nullius, imò (ſi liberius dicam) maxima ex parte, imprimis propter varios errores, & ſuperſtitioſos horribilesq; abuſus, qui in haſce occultas & abditas, ſed tamen nobiliſſimas diſciplinas irrepſerunt, vana & futilia; quandoquidem in iis vix aliquid certi & ſtabile reperiatur. Vt vel in hiſce: *Arbatelio, Apollonio, Agrippa, Baccone, Cardano, Fluddo,* Ficino, H. *de Piſis,* Hermete, *Iordano Bruno, Indagine, Kunratho, Lullio, Paracelſo, Paepio, Reuchlino, Roſſelio, Schenckelio, Tritbemio, Taiſnero, Watſonio, Zoroaſtro,* aliiſq; cuivis curioſo Naturæ ſcrutatori ſatis ſuperq; patebit. Apud quos omnes & ſingulos, licet argutæ, & ſubtiliſſimæ quidem ſint inventiones, ut plurimū tamen inutiles ſunt ſubtilitates: Ea enim quæ ſcribuntur, hæc tria habere debent: utilitatem præſentem, certum finem, & inexpugnabile fundamentum. In quibus, cùm prænominati authores infelices extiterint, erit res iſta riſu digniſſima, Siſyphæum poſſe volvere ſaxum, nec proficere hylum; videlicet, omnem velle ſcientiam profiteri, & nullam noſſe. Hiſce quoq; annumerari debet fæx hominum, quorum mentionem faciunt hiſtoriæ, & *Corpus Iuris Civile,* qui *Roma* aliquoties expulſi, nomen *Mathematicorum* infame reddiderunt apud *Imperatores,* etiam *Gentiles,* apud *Sanctos Patres,* apud *Iuriſconſultos,* in primis verò apud eos, qui diſciplinarum *Mathematicarum* imperitiſſimi, hoſce homines à veris *Mathematicis* diſcernere non potuerunt, ut non immeritò ſupradictæ diſciplinæ propter multos maximoſq; errores à vulgo irrideantur, à prudentibus reprehendantur, ab Eccleſia exoſæ & ſuſpectæ habeantur, imo reiiciantur. Non ſimili fato obnoxia eſt *Algebra:* Theoremata enim eius, quę partim *Arithmetica,* partim *Geometrica* ſunt, eaſdem hodie retinent demonſtrationes, quas ante tot ſæcula habuerunt, addo demōſtrationum eandem veritatem, puritatē, et immotam firmitudinem. Ratio eſt, quia diſciplinarum reliquarum principia longius remota ſunt a principiis ſpeculativis nobiſcum natis, cùm huius principia ſint ipſi principiorum natura inſitorum fontes, è quibus deductæ theorematum demonſtrationes adeo ſunt immotæ certitudinis, ſinceritatis & veritatis, ut animus nunquam ulterius hæreat ſuſpenſus, ſed arctis quaſi compedibus ad aſſentiendum conſtringatur: Mens enim diſcentium facile hiſce evidentibus demonſtrationibus credere debet, atq; adeo perfectiori inde notitia imbui. Et quod magis mirabere, amice *Lector,* hęc ſcientia ſic amat, ſic expetit & deſiderat veritatem, ut non ſolum nihil falſum, ſed etiam nihil probabile admittat, illud ipſum evidentiſſima demonſtratione nulli amplius hæſitationi obnoxia corroborando. Exemplo nobis ſit vel hęc unica quęſtio (quamvis eiuſdem generis aliquot mille excogitari poſſint) ut quæratur numerus, cuius quadratus cum numero 56. æqualis ſit 14. lateribus eiuſdem quadrati; quæ quæſtio, ſi iuxta *Regulam Analyticam* ſolvenda ſit, veniunt in ipſa operatione 56. ſubtrahenda à 49. quod ulla ratione fieri nequit, quæſtio ergo vana erit & impoſſibilis. Habet idcirco hæc ſcientia præ aliis hoc ſingulare, ut in ipſo opere nos inſtituat, & firmo argumento probet, num problema oblatum ſolvi queat nec ne. Eodem modo hæc eadem *Algebra* per admirabiles ſuas ſpecies, id eſt, alpha-betica elementa recondita illa numerorum myſteria ita aperit & recludit, ut quę apud quam plurimos ut vera ſunt habita, hęc ut falſiſſima reiiciat. Ex. gr. Cùm quaternarius productus ex multiplicatione binarii per binarium ex *Algebra* probetur, quod ſit infinite major quaternario ex eorundem numerorum additione orto, quamuis, tamen eos æquales eſſe judicet imperitum *Mathematicorum* vulgus: ſic etiam ratione evidentiſſima demonſtrat numerum binarium ortum ex additione unitatis cum unitate infinitè eſſe minorem unitate facta ex ductu unitatis in unitatem. Eodem modo aſſerit, factum $\frac{1}{4}$ infinite eſſe maiorem $\frac{1}{2}$ numero ſc. multiplicante & multiplicando, etiamſi hæc etiam vel ipſi rationi contradicere videantur, nihilominus tamen ut veriſſima per prædicta alpha-betica elementa, quaſi per rerum formas demonſtrabimus, capite ſequenti 6, & huius ſectionis tit. 2. cap. 2. §. 20. & 31. de magnitudinibus fractis. Vt, ſummatim loquendo, taceam ancipites quæſtionum ambages, tantas difficultarum moles, tam inextricabiles rerum abſtruſiſſimarum & abditiſſimarum mæandros, quos cum *Arithmetica* explicare nequeat, cognoſcenda & enucleanda *Algebra* tradat & committat. Quod non ſolum de *Arithmetica,* verum etiam de reliquis omnibus *Mathematicis* diſciplinis intelligi velim, quę quàm vaſtis extendantur campis quod præſtare ipſę nequeunt, ab hac unica petere & mutuari poſſunt & debent. Idcirco quicquid ænigmatum tam *Aritmetica,* quàm *Geometria* in ſe cōplectitur, hoc totū quātū, quantū, ſibi aſſumit, ſibi ſoli arrogat, ſibi ſoli reſerrat, & propria ſua admirabili arte feliciſſime ſolvit, ac ingenioſiſſimè demōſtrat. Ita ex hac petuntur ſolutiones problematum eorum, quę quam plurimorum à multis retroſecalis in hanc uſq; diem feliciſſima etiam torſerunt ingenia, videlicet, conſtructionis iſoſcelis habentis angulum ad baſin triplū eius, qui ad verticem, inventionis duarum linearum mediarum proportionalium inter duas datas & conſequenter cubi geminationis, ſectionis anguli, ſeu arcus circuli in tres partes ęquales, inquiſitionis magnitudinis lateris heptagoni perperam a *Carolo Bouillo* aliiſq; inventę, comparationis & æqualitatis lineæ rectę cum curva, & quod inde fluit, proportionis diametri ad peri-

pheriam

pheriā, ſicut & circuli quadraturæ, quam tamē *Vieta* ab *Algebra* excipere & removere videtur, eo quod in hac inquirenda fruſtra aliquoties laboraſſet ipſe, aliarumq; quęſtionum innumerabiliū.

26 *Inquirendum inſuper eſt, an huius ſcientiæ præſtantiæ, & certitudini, etiam aliqua coniuncta ſit utilitas.*

Quæ inquiſitio liberalibus ingeniis ſupervacanea videri poſſet, cùm hæc ex ſupradictis, imo ex cap. 2. ſequenti, & ex toto libro maniſeſtiſſima ſit, idcirco huic declarationi hic ſuperſedebimus, ſi tamen in genere hoc unicum præmonuerimus, nihil eſſe, quod ita liberale ingenium acuat, excitet & præparet ad alias quaſcunq; diſciplinas feliciter imbibendas, ac hæc *Algebra*, ut quæ etiam cogitationes & rationem ipſam à ſenſibus ſeparare doceat, & immotas propinet demonſtrationes, quibus aſſuetum ingenium poſtea in aliis diſciplinis non facilè levioribus argumentis terreatur. Et hanc etiā exiſtimo eſſe rationem, quare divinus *Plato* nullum prorſus *Matheſeos* ignarum ad alias diſciplinas capeſcendas admiſerit, ſed publicè foribus auditorii ſui inſcripſerit: οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, nemo *Geometriæ* rudis intret. Quod *Platonis* inſtitutū non *Ariſtoteles* tantum (quod in eius operibus tot exempla Mathematica teſtantur) ſed omnes propemodum *Græciæ* Scholæ ſequutæ ſunt: nam primo omnium pueros & adoleſcentes ad abacum, hoc eſt, menſam arena conſperſam ducto, figuras *Geometricas* leviter pingere, ac demonſtrare docebant, antequam eos ad alias diſciplinas admitterent. De hac *Mathematum* utilitate *Plato* 7. de Republ. ait: oculus humanæ mentis occæcatus, & effoſſus, per ſola *Mathematica* ſtudia inſtaurari poteſt, ut res ipſas cernere queat, & a rerum nudis ſimulacris ad veritatem, à tenebris ad lucem, è materiæ ſpelunca & tenebris ad incorporeas & inviſibiles eſſentias ſeſe erigere. Idq; propterea, tum quod anima noſtra ſit harmonia, (id eſt, muſicè delectetur rerum proportionibus, & harmoniis, quæ in ſolis *Mathematicis* docentur) tum quod mens noſtra demonſtrationum evidentiam, qualis eſt in *Mathematicis*, imprimis requirat. Et hæc etiam de eius utilitate.

27 Pergimus, ad ultimum huius capitis membrum, ſc. ad *Algebrę facilitatem*.

Hoc addimus, ut obſcuritatem, quam illi vulgus attribuit, huic nobiliſſimę ſcientiæ velut maculam abſtergamus. De hac obſcuritate ita loquitur doctiſſimus *Buteo* in Logiſticis; Utilitatem, inquit, & intelligentiam *quadraturæ* (cui vulgo ab Arabica voce nomen eſt Algebra) difficultas præcipua comitatur magis quidem tradentium vitio, quàm rei natura proveniens. Hi namq; diſciplinarum methodon prorſus ignorantes, verborum atq; rerum latè vaganti barbarie, ſic implicant, atq; perturbant omnia, ut nihil poſſit eſſe confuſius, unde legentium ſenſus conglobatis veluti nebulis obumbrant, nihilq; prius ſtudioſis, quàm deſperationem inducunt, & a quam pauciſſimis longo ſane, moleſtoq; labore tandem intelliguntur. Et quod eſt omnino ridiculum, hi etiam partim imperitia proponendi, partim oſtentatione variæ ſubtilitatis, pravoq; ſtudio rem obſcurandi, quæſtiones de mercaturis, numerataq; pecunia ſic fere ſemper inſtituunt, ut earum ſolutio cadat in radices, ut ipſi vocant, ſurdas atq; ligatas, pronicas, allelas, atq; relatas, radicumq; radices, & quæ radicantur ab illis. Ita ille non ſubtiliſſimam hanc ſcientiam, ſed barbaros eius traditores & implicatores iure meritoq; contemnit. Verum interim eſt, in hac diſciplina pertractanda requiri animum ab aliis diſciplinis plane vacuum, animum (inquam) excitatum, erectum, attentum, & conſtantem. Veruntamen ſi Hæc dextere à fideli ac perito præceptore proponatur, & explicetur, & animus diſcipuli, ut dixi, attentus ſit, tantum abeſt, ut obſcura ſit, ut potius facili quaſi luſu, & ſumma animi voluptate ſit omnia apprehenſurus. Quod imprimis tam de liberalibus ingeniis ad artium ſtudia idoneis, non verò de ſtupidis ad opificia ſordida natis; quam de hoc *Algebrę* ſyſtemate intelligi debet, in quo omnes ferme veterum artis termini, characteres, aliaq; quę primo præſertim intuitu mira monſtra ſeu portenta videbantur, è medio ſublata, ac funditus eradicata ſunt, ſed ita tamen id præſtiti, ut non præter neceſſitatem entia multiplicaverim, & à veneranda Antiquitate temerè, aut petulanter diceſſerim. quo hoc ſyſtema tam facile, tam perſpicuum & univerſale redditum, ut non *Mathematicis* ſolum modo (in *Mathematicorum* enim numero vix centeſimus, aut, ſi aliquanto audacius, & verius fortaſſe dicam, milleſimus reperitur, qui, quid ſit *Algebra*, noverit. Nec hoc mirum, cū idipſum, proh dolor! in reliquis omnibus *Mathematicis* diſciplinis etiam uſu eveniat: Quàm rari etenim *Mathematici*, qui eorum totam encyclopędiam abſoluunt, quiq; variis ſtudioſorum finibus ſatisfacere poſſunt? Quot ſunt, qui, cum (ut aiunt) alicuius nativitatis thema erigere, vel nudum aliquod horologium deſcribere poſſint, ſe propterea *Mathematicos* venditant? Quam rari *Geodatæ* & *Architectonici*, qui cùm ſolummodo in praxi, quam vocant, revera pręſtigiis inſtrumentorum, quibus ridiculi iſti indoctam & mucci plenam plebeculam deludunt, magna artis iactura & contemptu detineantur; *Geometriam, Euclidis, Archimedis, Apollonii, & Pappi* admiranda monumenta perlegunt? Quot ſunt, qui in eo, uti quiſ cantare, & inſtrumenta pulſare vel inflare ſciat, qui tamen nulla ratione *Muſici, Mathematici* aut *Philoſophi* nomen meretur, totam *Euclideę, Ariſtoxenę, Ptolemaicę*, & *Boethianæ Muſicæ* vim conſiſtere putant, imo ſomniant? Ut

inquam

Digitized by Google

inquam, id alicui non mirum videri debeat, ſi vulgares etiam *Logiſtæ* ad *Euclidis, Diophanti, Iordani. Boethii, Maurolyci Arithmeticam*, ne dicam ad *Algebræ* penetralia non perveniant) verum etiam ipſis pueris non difficile futurum ſit, ut vel hoc citius, quam *Grammaticam, Rhetoricam & Logicam* comprehenſuri ſint. Facilius enim ingenio ſuo aſſequetur puer, quid ex. gr. ſit unitas, aut alius quivis numerus, quid item magnitudo A quid magnitudo B, quid C, quid magnitudinum additio, earundem ſubductio, multiplicatio, & diviſio, quid inſuper linea, ſuperficies & corpus; quam quid genus, figura, caſus, nomen, verbum, adverbium, participium aut interiectio &c. Facilius & citius etiam addiſcet magnitudinem datam alii addere, magnitudinem ab alia ſubducere, magnitudinem per aliam multiplicare, magnitudinem per aliam dividere, quã declinare nomina, coniugare verba, conſtruere orationis ſtylum &c. *Hæc* Grammatic*æ* pr*æ*cepta ſunt pueris multo obſcuriora, longeq; multis caſibus, & exceptionibus intricatiora, quam *hæc Algebrica*, qu*æ* ſimpliciſſima ſunt, uniformia, univerſalia. Scilicet termini *Algebricæ* proximè profluunt à principiis natura notioribus, cùm termini reliquarum artium longe remotius inde abſint, eorumq; terminorum conceptus menti plane novus ſit, adeoq; pueris & adoleſcentibus comprehenſu difficilior. *A*dde quòd multos ut plurimum annos, ad diſcendam praxim *Grammaticam* terant, chordaq; oberrent eadem, antequam orationis ſtylum abſq; h*æ*ſitatione formare didicerint; *Algebra* verò diſcipulus rebus indies imbuitur aliis atq; aliis, rebus, inquam, certis & evidentibus, nec unquam poſthac dubiis. Quapropter nullus dubito, ſive pr*æ*cepta *Grãmatica*, ſive *Algebrica* eodem tempore, capta, à pr*æ*ceptore in hiſce omnibus bene verſato *æ*q; fideliter pueto ingenuo proponantur, temporibus ſemper *æ*quis *Grammatico* & *Algebrico* ſtudio tributis, futurum, ut puer citius omnis generis magnitudines addere, ſubducere, multiplicare & dividere, è magnitudine qualibet latus quodlibet educere, laterumq; quantitates analyticè reſolvere, quàm decenti ſtylo loqui poſſit latinè. Si ergo hęc *Algebrica* tant*æ* ſunt facilitatis, ut vel puer iſta capere poſſit, multo facilius, & felicius ea tractare poterit adoleſcens, aut quivis alius. Atq; h*æ*c dico, non ut pr*æ*cepta *Grammatica, Rhetorica,* & *Logica* poſt *Algebram*, reliquaſq; diſcip'inas *Mathematicas* demum iuventuti tradenda ſint, ſed quod *Aritmetica, Algebra* & *Geometria* cum *Grammaticis*, poſteaq; cum *Rhetoricis* & *Logicis* ſimul frugifero ſucceſſu tradi poſſe ſentiam, & obſcuritatis maculam huic ſtudio *Algebrico* aſperſam hiſce oſtenſis abſtergam. Et tantum etiam de eius facilitate.

CAPVT II.

DE

Algebræ fine, genere, ſubiecto, definitione, & diviſione.

1 VT verò huius *Algebræ* natura omnibus & ſingulis, qui illi operam ſuam addixerunt, manifeſta fiat: quidnam ſit eius finis, quodnam eius genus, & ſubiectum in quo, vel obiectum circa quod verſatur, primo inquirendum. Hiſce enim cognitis ipſa eius natura notiſſima fiet, eamq; definire non erit difficile.

2 Et primò quidem *Algebræ finis* apud omnes in confeſſo eſt, illam in hoc unico præſertim occupatam eſſe, ut datarum magnitudinum latera incognita indaget, cognita verò explicet, eademq; lineis iuxta *Geometricas* regulas vel planis, vel ſolidis deſcribat: oblata problemata non ſoluta ſolvat, & malè ſoluta refellat.

3 *Præterea*, cùm *Algebra* diſciplinarum *Mathematicarum* partem conſtituat, ex hoc ejus fine luce meridiana clarius patet, quo modo illi fallant, & fallantur qui putant, ex hoc, quod *Mathematici* non demonſtrant ex fine, diſciplinę quoq; *Mathematicæ* habeant neq bonum, neq; utilitatem aliquam. Aliud enim eſt, aliquam diſciplinam non demonſtrare per finem, aliud verò non habere finem, vel bonum. Addo inſuper ex *Proclo*, quod quamvis forte non poſſit inveniri demonſtratio in illis ex fine, quia figuræ illæ, quatenus tales, non habent operationem, ad quam conſtitui poſſit demonſtratio, & idpropter inquit *Averroes*, 2. Phiſic. 74. bonum non inveniri in *Mathematicis*, quia hoc accidit formis, ſecundum quod ſunt fines. Et *Philoponus* 2 Phyſ. 8. oſtendit demonſtrationes *Mathematicas* ex definitione formali pendere, quibus adſtipulatur *Alexander* referente *Simplicio* 2. Phyſ. 69 Concludimus tamen cum eodem *Simplicio*, qui 3. Phyſic. 70. ex mente *Platonis* dicit, *Geometriam* omnes alias ſcientias perfectiores reddere, illiſq; magnum afferre lumen. Idemq; ſupra citato lib. 2. Phyſ. 69. bonum & illud maximum in *Mathematicis* reperiri ſtatuit. Quod etiamſi ad alias diſciplinas non referatur, in ſe ipſis etiā idipſum inveniri fatendum eſt, quod ex hoc arguit *Proclus*, quod cum primum aliquis primis quaſi labris *Mathematicas* deguſtaverit, tali delectatione capiatur, ut poſthabitis curis omnibus, in hoc totum incumbens, cæteras amplius delectationes non magnifaciat. Nec ratio deeſt, quo quid enim in rerum cognitione certius, eo pulchrius, quo quid pulchrius, eò iucundius. Hinc tanta rerum *Mathematicarum* perceptarum pulchritudo, tanta iucunditas animo ſuboritur. Quod profectò non contingeret, niſi bonum quippiam illis lateret clauſum. Iure optimo igitur *Plato*, cum *Mathematicæ* ſcientię dignitatem & utilitatem inſpiceret, inſcriptione in *Academia* cautum eſſe voluit, ne ἀγεωμέτρητος ingrederetur, cuius etiam paulo ſuperius memini.

4 Cæterùm huius citati *Algebræ* finis gratia olim *Algebra* inventa eſt, & hodie etiamnum excolitur. Nam cùm *Mathematici* animaduerterent, quamplurima dari problemata *Arithmetica*, & *Geometrica*, aliaq; varia & intricata, magniſq; difficultatibus involuta, quæ difficili aut nullo fere modo *Arithmeticę* vulgaris *Syntheticæ* ope ſolvi poterant; ea propter aliam artem condere cœperunt, qua ex fortuitis conjecturis, atq; iſtis quidem falſis, oblatæ quæſtionis veritas, quæ obſcura, & recondita plerumq; eſt, eluceret, quam vocarunt *Analyſin*, quę eſt in *Mathematicis* problematibus veritatis inquirendę quędam via, à *Platone* (ut putatur) inventa, à *Theone* dicta *Analyſis*, & definita aſſumptio quæſiti tanquam conceſſi per conſequentia ad verum conceſſum. Ut contra *Syntheſis* eſt aſſumptio conceſſi per conſequentia ad quęſiti finem & comprehenſionem. De quibus aliquanto prolixius inferius, cap. 10. §. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. & 12.

5 *Hanc Analyſin triplicem ſtatuimus.*

Prima finem ſuum conſequitur per numeros, quamplurimis dicta *Regula Falſi*, non quod illa falſa ſit, ſed quod per numeros falſos verum quæſitum inveniat: *Alias* dicta *Bernbardo Salignaco* Regula veri, aliis Regula poſitionum. Quam ad priorum quatuor Regularum *Algebricarum* exempla (ex veteribus enim nonnulli quatuor, nonnulli ſex, nonnulli octo, nonnulli duodecim, & viginti regulas *Coſſicas* tradiderunt) beneficio eductionis laterum extendit *Gemma Friſius*; quodq; inventum multis in partibus emendarunt, & non ſolum ad priores quatuor, verum etiam ad omnes octo regulas *Algebricas Chriſtophori Rudolphi* accomodarunt *Arithmetici* illi non ignobiles *Simon Iacobus*, & *Iohan Weberus*.

6 *Secunda* ἀναλύσεως ſpecies loco numerorum utitur ſuis characteribus *Algebricis*, ſeu numeris vulgariter denominatis, quorum pręcipuè quinq; à *Diophanto Alexandrino* in defin. 1. & 2. lib. 1. *Arithmet.* nempe δύναμις κύβος, δυναμο-δύναμις, δυναμό-κυβος & κυβο-κύβος recitantur, id eſt, numeri zenſi-zenſi, ſive quadrati-quadrati, ſurdeſolidi, cubi-zenſi, biſurde ſolidi, zenſi-zen

zenſi, cubi-cubi, zenſurde-ſolidi, terſurde-ſolidi &c. in quibus non exiguam operam navarunt
Henricus Grammateus, Chriſtophorus Rudolphus, Hieronymus *Cardanus, Michael Stifelius, Nicolaus Tartalea, Raphael Bombellus, Petrus Nonius, Ioannes Scheubelius, Iacobus Peletarius, Chriſtophorus Clavius*, aliique.

7 *Tertia* Analyſis, de qua hic nobis erit ſermo, dicitur Specioſa, eò quod per ſpecies, ſeu rerum formas, utpote per alphabetica elementa exhibeatur, quæ univerſaliſſima, omniaq; quæ agit, generaliſſima ſunt, & ab omni materia abſtracta, cujus finis eſt ſuperbum illud problema problematum NVLLVM NON PROBLEMA SOLVERE. Quam Analyſin ex veteribus *Diophantus* Alexandrinus, ex recẽtioribus *Franciſcus Vieta, Guilhelmus Ougthredius, Petrus Erigone, Renatus des Cartes, & Paulus Guldinus* ſumma cum induſtria deſcripſerunt, ac exornarunt. Qua de re dici minime poteſt, quàm divinis ingeniis prædiri fuerint huius triplicis ἀναλύσεως inventores, qui in tanta rerum caligine ac denſiſſimis tenebris lucem nobis aperuerunt: quorum ſolertia factum eſt, ut ea, quæ non tantum ipſi vulgo, ſed etiam eruditis inexplicabilia videntur, dictu mirũ, quanto compendio in lucem prodierint, ut nullo iam negotio intelligi poſſint.

8 Ex quo fine etiam eluceſcit, quantam admirabilitatem hæc *Algebra* in ſe contineat, quam vix in reliquis ſcientiis omnibus reperies; ſc. quod nullam quæſtionem, nullum ænigma ad quantitatem tam diſcretam, quàm continuam attinens, indiſſolutum relinquat, adeo ut *Algebræ* ſciẽtes peculiari ratione divinitatis participes aſſerere poſſis, ubi vides illos divinare, quod alioquin nunquam inveniri potuiſſet. Vnde *Petrus Ramus* aliiq; *Algebram* divinam vocant. Quod etiã ex eo patet, cùm belluas præſertim in eo ſuperemus, quod numerare poſſimus; enimvero cùm in infinitum abeant numeri. Vt *Diophantus* initio 1. defin. teſtatur: Ἀλλὰ καὶ πρὸς τοῖς δὲ γινώσκοντι σοι πάντας τοὺς ἀριθμοὺς συγκειμένους ἐκ μονάδων πλήθους τινὸς, φανερὸν καθέστηκεν εἰς ἄπειρον ἔχειν τὴν ὕπαρξιν. Ideſt, verum etiam præter hoc intelligenti tibi omnes numeros compoſitos eſſe ex quadam multitudine unitarum, liquet eos in infinitum augmentum capere, inde fit, ut DEI infiniti peculiarem imaginem habeamus, qua belluæ deſtituuntur. Sic *Cardanus* initio lib. 10. Arithm. cùm omnem humanam ſubtilitatem, inquit, omnis ingenii humani claritatem ars hæc ſuperet, donum profectò cæleſte, experimentum autem virtutis animorum, atq; adeo illuſtre, ut qui hæc attigerit, nihil non intelligere ſe poſſe credat. Vnde quoq; vir Clariſſ. Dn. *Marinus Merſennus*, ubi contra *Atheos* diſputat, argumentum, quo DEVM eſſe probet, etiam ex *Algebra* deſumit, ut videre eſt in eius commentario in Geneſin. Vt propterea iure meritoq; etiam *Clavius* admiratione veluti raptus, ad 2. defin. 2. lib. *Euclidis* elem. credat Regulis *Algebræ* vix in diſciplinis humanis præſtantius aliquid reperiri, quippe cùm miracula quædam numerorum eruant tam abſtruſa atq; recondita, ut facultas illa omnem captum humanum ſuperare videatur, tanta nihilominus facilitate atq; voluptate, ut facilius videatur eſſe nihil.

9 Sequitur nunc eius *Genus*, quod eſt *ſcientia*, quæ ἐπιστήμη ἐστιν ἕξις ἀποδεικτική, ἀμετάπτωτος, καὶ ἀμετάπειστος, eſtq; τῶν μετ᾽ ἀρχῶν, concluſionum. Veruntamen ſcientiæ vocabulum hic non ita ſtrictè, & abſolutè ſumitur per tali doctrina, è qua nullo modo per ſe produci poſſit opus, quales ſunt *Phyſica & Methaphyſica*. Sed ſecundum quid, ſiquidem *Algebra* nec merè contemplativa eſt, nec merè operativa, ſed quiddam ex utroq; mixtum, & quaſi ſcientiæ practicæ operis ſimilitudinem in ſe continens. Quamvis alioquin *Algebra*, & reliquæ diſciplinæ *Mathematicæ*, ut *Arithmetica*, & *Geometria*, ſolæ videantur ſcientiæ nomen ſibi vendicare poſſe, propterea, quod ſemper procedant à præcognitis quibuſdam indubitatis principiis ad concluſiones demonſtrandas (quod proprium eſt officium ſcientiæ) nec unquam aliquid non evidentiſſime probatum aſſumant; id quod aliæ diſciplinæ non ſemper obſeruant.

Subiectum eius eſt *Quantitas*, ποσότης, cuius affectiones variæ per ſua principia demonſtrãtur.

10 *Eſt autem Quantitas corporeæ ſubſtantiæ menſura.*

11 *Menſura ea eſt vel magnitudinis vel multitudinis.*

12 Vnde quantitatis duæ oriuntur ſpecies: *continua* ſive magnitudo, & *diſcreta* ſive numerus.

13 *Eſt etiam quantitas alia ἐξ ἀφαιρέσεως*, id eſt, *ab omni materia abſtracta*, ſeu quæ circa τὰ νοητὰ, hoc eſt, purè rationalia verſatur, ut numerus, triangulum, quadratum, circulus abſolutè, & in ſe conſideratus.

14 Hoc *ſubiectum Algebræ, videlicet quantitas abſtracta in cauſa eſt, cur Mathematicas demonſtrationes omnes in primo ordine certitudinis eſſe ſtatuerit Averroes* 2. Metaph. comm. 16. ſuper hæc verba *Ariſtotelis*: certitudo Mathematica non in omnibus experenda. Quam quidem *Averrois* ſententiam omnes fere Latini, veluti ex veteribus D. *Albertus, D. Thomas, Marſilius & Aegidius*; ex recentioribus vero *Zimara, Sueſſanus, Accidiolus*, & plæriq; alii ita interpretati ſunt, ut propterea *Averroes* illud aſſerat, quia *Mathematicus* ex notioribus, & nobis, & natura demonſtrat, quippe qui vel ſolus, vel maxime, demonſtratione illa, quam potiſſimam appellant, utatur, qua nimirum ſimul, & quod effectus ſit, & cur ſit, liquido innoteſcit. Sed falſo: Cùm *Mathematicæ* demonſtrationes ſint in ſecundo certitudinis gradu, non primo, quia *Mathemata* non eo modo demonſtrant, quandoquidem *Mathematicus* non expendit quantitatis eſſentiam, neque etiam huius affectiones, prout ex tali eſſentia fluunt, neq; etiam eas per proprias cauſas, propter quas quan-

titati inſunt, explicat, neq; etiam ſuas demonſtrationes ex prædicatis propriis, & per ſe, ſed ex cõmunibus, & per accidẽs cõficit, teſte *Bened. Pererio* lib. 1. de prĩcipiis, & affectionibus rerũ Naturalium, cap. 12. & lib. 3. cap. 4. ſed miſſis hiſce concedamus *Mathematicis* diſciplinis primum ordinem certitudinis, verùm cauſa hujus ordinis à *Latinis*, ut ab authoribus cit. minus rectè eſt aſſignata. Quapropter vera huius certitudinis cauſa eſt illa, quam ponit *Ariſtoteles* 6. Ethic. & 7. Metaph. quam *Græci* interpretes corroborarunt. Quærens ergo *Ariſtoteles* in *Ethicis cur pueri prudentes, ſapientes aut naturales fieri non poſſunt, Mathematici verò cum poſſint*, illico aſſignat rationem, quia ſc. *Mathemata* ſunt ex abſtractione, aliarum vero diſciplinarum principia per experientiam aſſumuntur: in pueros autem cùm experientia non cadat, ad abſtrahendum tamen maxime ſunt idonei. Cùm igitur principia, reſq; ipſæ *Naturales*, ſicuti & *Methaphyſicæ* ex effectibus, longa experientia per ſenſum perceptas cognoſcantur, hoc autem longiſſimum temporis intervallum, maximumque laborem, & aſſiduam obſervationem requirat, nil mirum, ſi pueris aditum negaverint, quippe, qui ob ætatem experti eſſe non potuerint. Res autem *Mathematicæ*, cùm abſtractæ ſint, ſe ipſas penitus & medullitus ſenſibus noſtris inſinuant, ſeq; totas manifeſtant. Nec ſolum paſſiones ſuas, verùm etiam ſubiecta, ipſorumq; formas, cum hæc omnia quantitates ſint, ſenſibus noſtris maniſeſtiſſimas exhibent. Quantitas verò eſt omnium ſenſatorum ſenſatiſſimum; *Res* vero Naturales, quamvis operationes noſtro ſenſui tradant, differentias tamen ultimas, hoc eſt, formas ipſas, ac ſubſtantias, à quibus paſſiones, & tandem actiones dimanant, occultiſſime in profundo, & obſcuræ naturæ ſinu, immerſas habent, & vix longa, & diligenti effectuum obſervatione aliquantiſper intellectui noſtro eluceſcunt. Clara ergo eſt ex dictis *Ariſtotelis* cauſa certitudinis *Mathematicæ*. Cum quo convenit *Simplicius* qui lib. 1. de *Anima* 12. propterea cauſam certitudinis *Mathematibus* aſſignat, quod verſentur circa quantum: quantitas enim eſt res ſenſata, & cauſas ſenſatas habet, ideoq; nobis notas. Quod confirmat *Ariſtoteles* 7. Metaph. 37. dum inquit: quod ideo naturalia non poſsint abſtrahi, ſicut Mathematica, quia habent materiam determinatam, tali & tali forma actuatam & & limitatam, quam limitationem ſine longo uſu, & experientia acquirere non valemus. Quapropter res *Mathematicæ* cùm abſtractæ ſint, limitatas materias nullo modo ſibi arrogabunt. Cum ergo facilitas abſtractionis ex maiori vel minori ad materiam determinatione, & limitatione oriatur, ſequitur, quòd res illæ, quæ ad nullam materiam in actu determinantur, ſed cum denudata materia cœteræ ſunt, ſint maximè abſtractæ, & idpropter cognitu facillimę. Concludimus igitur cum *Ariſtotele*, & eius antiquis Interpretibus, non abſque cauſa, diſciplinas Mathematicas eſt certiſsimas non vi ſuarum demonſtrationum, ſed ratione ſubiecti, quantitatis ſc. abſtractę, ut quoq; teſtatur *Antonius Poſſevinus* biblioth. lib 15. cap. 2. cum *Proclo*, cujus in 1. lib. elem. *Euclidis* pagina mihi 57. hæc ſunt verba: πανταχοῦ γὰρ τὸ ἀναγκαῖον, ἔχουσι οἱ γεωμετρικοὶ λόγοι διὰ τὴν ὑποκειμένην ὕλην. Quid poteſt eſſe clarius? clarius tamẽ adhuc *Ariſtoteles*, qui cauſam certitudinis *Mathematicæ* deducit ex hoc, ſc. quia ibi non eſt limitata materia, quæ cauſa eſt certitudinis, cuius hęc 2. Metaph. legũtur verba: ἀκριβολογίαν τὴν μαθηματικὴν οὐκ ἐν ἅπασι ἀπαιτητέον. ἀλλ' ἐν τοῖς μὴ ἔχουσιν ὕλην. Idcirco quantitas ob imperfectionem ſuam, cùm cœterna ſit primæ materiæ, & nulli limitato ſubiecto addicta ſit, conſequenter ab omni materia facillimè abſtrahitur, & ita certitudinem ex ſubiecto ſenſibus familiari & domeſtico *Mathemata* ſortita ſunt. Et tantum de quantitate abſtracta; ſequitur concreta.

14 *Quantitas alia eſt* ἐκ προσθέσεως, id eſt, *materiæ, ſive rei cuidam inhærens*; ſeu quæ circa τὰ αἰσθητὰ, ſeu ſenſualia occupatur; ut æquator, meridianus, zodiacus, horizon, tropici, polares, aliiq; circuli in cœlo vel globo terreno concepti, numeri item Muſici.

15 *Quantitas abſtracta eſt continua vel diſcreta.*

16 *Continua* dicitur *Geometria*, quæ eſt ſcientia contemplandi magnitudinem, eiusq; deſcriptionẽ & ichnographiam, auctionem, diminutionem, ſectionem ſeu partitionem, transformationem & proportionem.

17 *Diſcreta* eſt *Aritmetica*, eſtq; ſcientia expendendi proprietates, affectiones, numerationes, & combinationes numerorum.

18 *Ex hiſce primis puriſq; Matheſeos ſcientiis Arithmetica ſc. & Geometria tertia alia exoritur, utramque hanc copioſe complectens, quæ harum nobiliſſima eſt, Algebra* ſc. quæ in ſuis operationibus numeros adhibet veluti lineas, ſuperficies & corpora, & è contrario hęc ut numeros, & quodammodo hos in illa, & illa in hos, artis quodam miraculo transformat, eoque utriuſque ſcientiæ nexu plane mirabili plurima ac varia & ſpeculatur, & operatur verè admiranda, teſte *Guldino*. Verſabitur itaq; hæc ſcientia tam circa quantitatem diſcretam, utpote numerum; quam circa continuam, ut magnitudinem. *Magnitudinem autem intelligo Geometricè figuratam*, quæ figuras Geometricas deſcribit; *non verò Arithmeticè figuratam*, utpote quæ Arithmeticas figuras (ut ſunt ſuperficiales & corporales. Quarum priores ſunt: trigonæ, quadratæ, pentagonæ, hexagonæ &c. & poſteriores: cubicę, pyramidales, columnares &c.) diſponit, conſtituit & ordi-

uat, earumq; proprietates, & affectiones expendit, Quibus ſpeculationibus ſi quis delectetur, conſulat *Diophantum*, & in eum *Clavium, Gaſparum Bachetum, Franciſcum Maurolycum, Ioh. Remmelinum, Petr. Roodum, Ioh. Bentzium, Ioh. Faulhaber, Paul. Guldinum*, alioſq;. Noſtri enim inſtituti non eſt eas hic inſerere, cum tantum de magnitudine Geometricè figurata acturi ſimus. *Erit idcirco Algebra partim Arithmetica, partim Geometrica*, ita ut inter haſce duas quaſi media exiſtat, non ſecus ac *Matheſis* inter *Metaphyſicam* & *Phyſicam*.

19 *Notandum autem hoc loco probe eſt, quantitatem hanc & magnitudinem, circa quam Algebra occupata eſt, eſſe immutabilem, & invariabilem*; neque enim dependet à conditionibus materiæ, nec ullis etiam cauſis accidentariis & externis impeditur. Id quod etiam *Ariſtoteles* lib. 2. Phyſ. 8. teſtatur, inquiens: *Phyſicas* res eſſe quidem neceſſarias, ſed tamen ex hypotheſi, ſi ſc. aliqua cauſa ſuperior, aut externum aliquod impedimentum non interveniat, *Mathematicas* autem nullo impedimento facile impediri poſſe. Nihil enim ex gr. impedire poteſt, quo minus ternarius additus quaternario componat 7, quo minus ternarius ſubductus à quaternario relinquat 1, quo minus ternarius ductus in quaternarium producat 12, quo minus quaternarius diviſus in ternarium gignat $1\frac{1}{3}$. De hac quantitate immutabili & invariabili diſputans *Proclus* in 1. elem. *Euclidis*, lib. 2. dicit: primum entia ipſa Mathematica, cùm nihil aliud ſint, quàm quantitates ipſæ abſtractæ non poſſe inter ipſa penitus ſenſibilia connumerari. Primò enim, quomodo puncta impartibilia, ſuperficies non profundas, lineas non latas, linearum & ſuperficierum æqualitates, & alia id genus, inter ſenſibilia exiſtentia poni poſſe dicendum eſt? cùm non detur inter quanta naturalia, quod etiam dimenſionem non recipiat, nec vera æqualitas, nec tandem quævis figura, circularis, triangularis, aut quævis alia, exacta penitus, & abſoluta. Dehinc, quomodo in *Mathematicis* fieri poterunt rationes ipſę univerſales, et inconvincibiles, ſi circa ſingularia ipſa quãta, continuò fluentia, & mutationem recipientia, tantummodo verſabuntur? Si verò e contra huiuſcemodi entia *Mathematica* (ſunt verba *Procli* l. c.) omnino à materia ſenſibili ſemoventur, quanam ratione ſpecies illę à materia penitus iam ſemotę, pattiones, contractus, protenſiones, interualla, & huiuſcemodi generis multa ſuſcipere poterunt? Concludit ergo *Proclus* ex *Platone*, quod res ipſę Mathematicæ, de quibus fiunt demonſtrationes, eo omnino in ſubiecto, ſenſibiles ſunt, nec penitus ab ipſo liberatæ, ſed in ipſa phantaſia reperiuntur figuræ illæ *Mathematicæ*, habita tamen occaſione à quantitatibus in materia ſenſibili repertis. Intellectus autem ex iis, quæ in phantaſia ſunt, in quantitatibus rationes illas univerſales colligit. Ex hoc liquet, quare Mathemata a *Proclo* l. c. à *Simplicio* 1. de anima, & à *Ptolomæo μεγάλης συντάξεως*, medię ſcientiæ vocentur. Sua etenim materia medio modo ſe habet, non omnino ſine materia ſenſibili, nec etiam penitus in illa immerſa. *Algebra idcirco ſæpe mentem ſenſibilibus immerſam abſtrahit, & abſtractam ad pure noetica univerſalia deducit*, id quod cum aliis ſcientiis *Mathematicis & Metaphyſica* commune habet. Sed tamen huius abſtractionis præ *Metaphyſica* hoc ſingulare eſt, quod *Ariſtoteles* 2. Phyſ. 18. ait: *Mathematicum* ita abſtrahere ut nullum, cõmittat in abſtractione mendacium: conſiderat enim ex. gr. *Algebricus* quadratum, gnomonemve, non quatenus huic vel illi chartæ inſcriptus eſt, ſed ab omni materia penitus abſtractum. Quę quadrati & gnomonis conſideratio nullis utitur falſis hypotheſibus; at in Metaphyſica, & aliis diſciplinis multa ſæpe committuntur eiuſmodi abſtractionibus plane falſa. Si quis enim ideas *Platonicas*, id eſt, univerſalia à ſingularibus, genera & ſpecies ab individuis, ſi quis item proprium accidens à ſubiecto ſuo ſeparet, ſane falſitatem admittit: unde talis abſtractio ab *Ariſtotele* l. c. appellatur mendax. *Inſignis igitur iſta Algebræ & Matheſeos laus eſt, quod ſola ſine lapſu, ſine falſitate proponant animo res ab omni prorſus materia ſeparatas*. Quibus de *Algebra* fine, ſpeciebus, genere & ſubiecto præmiſſis, progrediemur ad eius definitionem, quæ talis eſt:

20 *Algebra eſt ſcientia Mathematica, datarum magnitudinum, per earum æqualitates repertas, quantitatem inveniendi, explicandi & demonſtrandi; quo ita oblata problemata non ſoluta ſolvantur, & malè ſoluta refutentur.*

21 *Eſtq; vel Synthetica vel Analytica.*

Franciſco Vietæ dividitur in partes três: in *Zeteticem*, qua nimirum invenitur æqualitas, vel proportio magnitudinis, de qua quæritur, cum iis quæ data ſunt: in *Poriſticem*, qua de æqualitate vel proportione ordinati theorematis veritas examinatur & demonſtratur; & in *Exegeticem*, qua ex ordinata æqualitate vel proportione, ipſa, de qua quæritur, exhibetur magnitudo, ſive quantitas; eaq; in numeris & *Arithmeticè*, ſi quæratur numerus, in magnitudine vero & quãtitate continua, ſi quęſitum de illa inſtitutum ſit. Quę tres partes ſunt practicæ, ſeu Analyticæ, de quibus agemus libro 2. Verùm cùm ad haſce partes ritè pertractandas requiratur magnitudinum numeratio Synthetica, ut magnitudinum rationalium & irrationalium, earumq; tam integrarum, quam fractarum algorithmi & computationes, idcirco magnitudinum Analyſi præmittenda fuit Syntheſis.

Digitized by Google

22 *Algebra Synthetica eſt, quæ è certis magnitudinibus datis aliam incognitam, ut veram quæſitam invenit.*

Ut contra Analytica eſt, quæ ἀναλύσεως more procedens, ex magnitudinibus non datis veram quæſitam indagat & explicat.

23 *Synthetica eſt vel Simplex, vel Comparata.*

24 *Simplex eſt, quæ ſimplicem magnitudinum naturam conſiderat.*

25 *Eſt autem magnitudo quantitas continua.*

Hæc eſt, cujus partes communi termino copulantur.

26 *Magnitudinum conſideratur principium, affectio & diviſio.*

27 *Magnitudinis principium eſt punctum, idq; vel proximum*, ut in linea; *vel remotum*, ut in ſuperficie & corpore. Sic punctum erit primum & ultimum cuiuſq; magnitudinis principium. Nec obſtat, quod ſit omnis magnitudinis expers: ſiquidem huius fluxu ſeu motu linea exoritur, ex qua ſuperficies, & ex hac corpus. Itaq; *Ariſtoteles* lib. 14. Topic. cap. 2. recte ſtatuere videtur, punctum idem eſſe in linea, quod unitas in numero. Utrumque enim eſt principium, unitas numeri, punctum lineæ. Et ea de cauſa *Pythagoreis* punctum definiebatur unitas habens ſitum.

28 *Eſt ergo punctum ſignum in magnitudine individuum.*

De hoc puncto intelligendus eſt verſiculus *Iobi*, qui cap. 26. ſic ait: ſuſpendit DEVS terram ſuper nihilum; quaſi dicat, ſuper punctum Mathematicum, cuius pars nulla eſt, & tamen univerſæ Mundi machinæ baſis & fundamentum, ut innuere videtur *David* pſal. 104. Fundavit DEVS terram ſuper baſin ſuam, ne dimoveatur in ſeculum ſeculi. Individuum dico, cùm hoc intelligi velim de puncto *Geometrico* non *Phyſico, & Optico*, ut cùm punctum creta pingitur, vel corpus viſibile eminus viſum oculis, ut punctum, obiicitur. De quo loquuntur *Seneca & Plinius*, hoc modo: Punctum eſt, ò mortales, in quo navigatis, in quo bella geritis, in quo regna diſponitis. Hæc eſt materia gloriæ veſtræ, hæc ſedes: hic honores geritis, hic opes cupitis, hic ad menſuram avaritiæ fines veſtros profertis, ut quam tandem huius puncti portionem defuncti obtineatis? Punctum eſt, in quo tumultuatur humanum genus? punctum eſt, quod inter tot gentes ferro & igni dividitur? ò quàm ridiculi ſunt mortalium termini! Hactenus ille. Admiratione ſane digniſſimum eſt, hoc punctum *Phyſicum*, licet ponderoſiſſimum, ſuper ſolo puncto *Mathematico* fundatum, nullo cæteroquin reali fulcro ſuffultum in aere librari; unde terra, iuxta illud *Poetæ*,

Ponderibus librata ſuis immobilis hæret.

29 *Magnitudinum effectiones ſunt vel abſolutæ vel relatæ.*

30 *Abſolutæ ſunt terminatio & ſectio.*

31 *Terminatio eſt affectio ſequens magnitudinum geneſin:* Itaq;

32 *Terminus erit magnitudinis extremum.*

Qui eſt unico intervallo inferior magnitudine. Ita punctum dicetur terminus lineæ, & minus eſt uno intervallo, quia eſt individuum: Eodem modo linea dicetur terminus ſuperficiei, iterum minor uno intervallo, quia ſola eſt longitudo: ita ſuperficies erit terminus corporis, unoq; minor intervallo, quia eſt longitudo tantum & latitudo. Quapropter terminus nequaquam erit pars terminatæ magnitudinis, ſed ejus initium finiſque. Terminus ergo, quatenus eſt terminus, non eſt pars magnitudinis, ſed quatenus eſt ejus materia, ejus quoque pars erit. Ita linea conſtat ex punctis, & in illa reſolvitur, & hoc modo puncta erunt partes lineæ.

33 *Sectio eſt affectio ſequens magnitudinis analyſin.*

34 *Harum affectionum magnitudinum abſolutarum hæc eſt proprietas.*

Magnitudo infinitè & creatur, & continetur, & ſecatur iiſdem, quibus terminatur. *Quod fit tribus modis: Primò* linea creatur motu puncti, & puncto continetur ſecaturque. *Secundò* ſuperficies creatur motu lineæ, lineaq; continetur & ſecatur. *Tertiò* corpus creatur fluxu ſuperficiei, & ſuperficie continetur & ſecatur. Idcirco magnitudinis tantum triplex eſt diviſio: vel ad unum, ut linea: vel ad duo, ut ſuperficies: vel ad tria, ut corpus, ſicuti idipſum rectè demonſtrat *Ptolomæus* libello de Analemmate.

35 *Affectiones magnitudinis relatæ ſunt vel ratione numeri, vel ipſius magnitudinis.*

36 *Ratione ipſius magnitudinis ſunt contactus, ſectio, congruentia & adſcriptio.*

37 *Contactus eſt affectio magnitudinis, quâ minimum unius magnitudinis tangit minimum alterius.*

Se-

38 *Sectio* (quatenus eſt affectio relata) *eſt affectio magnitudinis, quæ minimum unius magnitudinis ſecat minimum alterius.*

Quæritur hic, *an detur ſectio magnitudinis infinita?* Eiuſmodi ſectionem quamplurimis in locis *Euclides* poſtulat. Ratio eſt, quia magnitudo in rebus Geometricis non Phyſica eſt, ſed à Phyſico corpore abſtracta animo concipitur, idpropter magnitudo Geometra in infinitum erit individua.

39 *Congruentia eſt, cùm magnitudinis partes aliis partibus applicatæ æqualem locum occupant.*

Per hanc congruentiam ſeu ἐφάρμοσιν omnis generis magnitudines metimur. Quia enim magnitudines congruæ ita ſe habent, ut prima primis, media mediis, & extrema extremis uſquequaque reſpondeant, ſola applicatione unius magnitudinis ad alteram quantitatem quæſitam indagamus. Hac congruentia metimur quoque corpora liquidorum & ſiccorum, ſi æqualem illa impleverint locum. Competit autem hæc ἐφάρμοσις corporibus iſtis per ſuperficies: quandoquidem corpora per ſuperficies congruunt. Et ſic apud *Euclidem* corpora definiuntur æqualia, quæ comprehenduntur à ſuperficiebus æqualibus multitudine & magnitudine. *Non tamen congruentia & æqualitas reciprocantur.* Nam etſi omnes magnitudines congruæ ſint æquales, non tamen inde ſequitur, ut omnes æquales ſint congruæ. Sic parallelogrammo æquale dari poteſt triangulum, neq; tamen congruum; quia ὁμοειδῆ ſimilia ſpecie, tantum poſſunt æqualia eſſe, ut inquit *Proclus* ad 4. propoſ. 2. lib. *Euclidis*. *Præterea ἐφάρμοσις hæc non ſemper eſt realis.* Cùm ἐφάρμοσις alia ſit mentis tantum magnitudinumq; mente abſtractarum, ut quando *Federicus Commandinus* poſtulat, ſolidis figuris ſimilibus & æqualibus congruentibus centro quoq; gravitatis inter ſe congruere: alia ſenſilis, rerumque ſenſilium. Quod autem in poſtulato illo *Commandini* non ſit ἐφάρμοσις ſenſilis, hinc liquet: Res ſenſiles habent ſingulas partes loco ſenſili diſcretas, ut duo corpora Phyſica ſimul eſſe nequeant.

40 *Adſcriptio eſt quando magnitudinis unius termini alterius terminis terminātur.*

41 *Eſtq; vel inſcriptio, vel circumſcriptio. Illa* fit intra figurā, *hæc* vero extra eam.

42 *Affectiones magnitudinis ratione numeri ſunt Symmetria & Ratio.*

43 *Symmetræ magnitudines ſunt, quas eadem menſura exactè metitur: Aſymmetræ* contra. De quibus prolixius infra huius libri ſect. 2. tit. 1. cap. 1.

44 *Sequitur magnitudinum diviſio in Rationales & Irrationales.*

45 *Magnitudines Rationales ſunt, quarum ad invicem habitudo ſive ratio certo & expreſſo datæ menſuræ numero explicabiles ſunt.*

Euclides defin. 5. lib. 10. Vt ſi dentur duæ magnitudines, quarum ad invicem ratio poſſit enunciari certo & expreſſo datæ menſuræ numero, ſive integro, ſive fracto, iſtæ dicentur rationales. Vt ſint duæ magnitudines, ex. gr. duæ lineæ, quarum altera ſit 4, altera 7 pedum, non illæ quidem ſunt commenſurabiles, ſed tamen rationales. Altera enim in altera continetur ſemel cum $\frac{3}{7}$ partibus.

46 *Rectè autem magnitudo diviſa eſt in rationalem & irrationalem.*

Videlicet propter Synecdochen, quia magnitudo una dicitur rationalis per latera rationalia inter ſe multiplicata, & productum adplicatum ad alterum latus. Ita parallelogrammum, quod comprehenditur à baſi 4 & altitudine 3 eſt rationale, ſcilicet 12. Sed idem parallelogrammum rationale comparatum ad baſin rationalem 4 conſtituit 3, puta latitudinem 3 rationalem. Sic ibi eſt multiplicatio, hic diviſio,

47 *Magnitudo idcirco rationalis formabitur à duobus lateribus rationalibus, baſi nimirum & altitudine. Latera verò rationalia dicentur, quæ in ſe invicem ducta producunt numerum exactè dividuum.*

Vt ſi rectangulum ſit, cuius altitudo 3, & baſis 5, ſit perticarum; Si vero altitudo ſit 3, & baſis 5 $\frac{1}{3}$, erit illud ipſum irrationale; ratio eſt, quia eius latera eam ad ſe invicem obtinent rationem, quæ datæ menſuræ numero non ſit explicabilis. Quandoquidem altitudo in baſin ducta creat numerum, qui exactè non eſt dividuus.

48 *Sunt autem Magnitudines Rationales in planis Quadrata & Parallelogramma, in ſolidis rectis priſma & cylindrus.*

Ex quibus omnium reliquatum magnitudinum ratio & menſura dependet. Si quidem areas figurarum exploramus per ratiocinationem Arithmeticam,qua baſes & altitudines inter ſe rationales in ſe invicem ducimus.

49 Porrò harum Magnitudinum Rationalium hoc axioma commune eſt:

Quæ ad idem eandem rationem habent, inter ſe ſunt æqualia.

Vt ratio 9 ad 3 æquatur rationi 6 ad 2, quia ratio priorum 9 ad 3 eſt tripla, qualis etiam eſt poſteriorum 6 ad 2 vel 3 ad 1.

50 *Diuiduntur Magnitudines Rationales in abſolutas & Algebricas.*

51 *Abſolutæ ſunt magnitudines vulgares omni carentes denominatione.*

52 *Algebricæ ſunt magnitudines à certis poteſtatibus Algebricis denominatæ.*

53 *Poteſtates iſtæ ſunt vel numeroſæ, vel ſpecioſę.*

54 *Poteſtates Numeroſæ ſunt, quę ex multiplicationibus duorum aut plurium numerorum æqualium naſcuntur.*

Ex. gr. 3. 9. 27. 81. dicuntur poteſtates, quia 1 & 3 gignunt 3; 3 & 3, 9; 3 & 9, 27; 3 & 27, 81. & ſic deinceps. Vt

1	3	9	27
3	3	3	3
3 ——	9 ——	27 ——	81

55 *Poteſtates Specioſæ ſunt, quæ ex duarum plurimumve magnitudinum ductu procreantur.*

Vt ſunt poteſtates: AA, AAA, AAAA. Item BB, BBB, BBBB. Nam *A* in A ductum producit *AA* hoc iterum in *A*, gignit *AAA* & hoc in A dat poteſtatem tertiam AAAA. Idem ſentiendum eſt de B. Vt

A	*AA*	*AAA*		B	BB	BBB
A	*A*	*A*		B	B	B
AA	*AAA*	*AAAA*	poteſtates.	BB	BBB	BBB

Poteſtates voco propterea, quod *Euclides* in definitionibus libri 10. duas lineas rectas potentia commenſurabiles vocat, cùm quadrata earum idem metitur ſpatium. Vbi quadratum, potentia & poteſtas voces ſynonymę ſunt. Imo ſi abſolute loqui velis, lineæ alicuius vel numeri potentia, ſeu poteſtas quaſi per excellentiam ipſius quadratum eſt. Vt latus recto angulo oppoſitum in triangulo potentia æquale dicitur lateribus rectum angulum comprehendentibus, ubi per potentiam intelligitur quadratum. Eadem quoq; ratio eſt ulterius progrediendi in cęteris potentiis.

56 *Harum Poteſtatum ſpectanda eſt ſeries, geneſis & Analyſis.*

57 *Series ſeu ordo poteſtatum talis eſt*

Poteſtates per certos gradus, ſeu per ſcalam in infinitum aſcendunt. Gradus primus eſt ipſum latus, ſecundus quadratum, tertius cubus, quartus quadrato-quadratum ſeu biquadratum &c. ut patet in appoſito ſchemate.

1	2	3	4	5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	10	11	12
L	Q	C	QQ	QC	CC	[illegible]	[illegible]	CCC	QQCC	QCCC	CCCC
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

Ponendus vero loco lateris quivis numerus, à quo reliqui omnes originem ſuam trahant. Nos pro exemplo poſuimus 2. Quo conſtituto demonſtrat *Euclides* lib. 9. prop. 8. tertium ab unitate numerum incluſivè quadratum eſſe, hoc eſt, 4, & ſic unum ſemper intermittendo, omnes reliqui, hoc eſt, alterni, ut 4. 16. 64. 256. & ſic deinceps. Quartum verò eſſe cubum, & duos intermittentes omnes, ut 8. 64. 512. 4096. Poteſtates autem reliquæ, quæ ab hoc ordine excluduntur, tales ſunt, quæ neq; latus quadrati, neq; cubi poſſident (niſi forte ipſum latus quadratum ſit, vel cubicum) ſed ex ſuo latere immediate profluunt.

58 Cæterùm ſicuti ex fluxu puncti fit linea, & ex tranſverſo fluxu lineæ ſuperficies, & ex huius motu

tu naſcitur corpus; ita ſi loco puncti ſtatuatur cubus, ex ejus fluxu procreabitur poteſtas quarta QQ. & ex hujus tranſverſo fluxu quinta Q C, & ex quintæ fluxu ſexta QQQ ſeu CC. Et hac ratione in infinitum extenduntur poteſtatum limites. Harum poteſtatum geneſis tradetur infra cap. , earundemq; analyſis cap. 10.

59 *Vtraq; autem tam numeroſa quã ſpecioſa Magnitudo duplex eſt: Integra & fracta.*

60 *Magnitudo integra eſt, quæ unico duntaxat conſtat termino.*

Vt ſunt magnitudines: A. B. C. D. E. F. G. &c.

Magnitudinis integræ conſideratur diviſio, notatio & numeratio.

61 *Eſt ergo Magnitudo integra vel ſimplex, vel compoſita.*

62 *Magnitudo ſimplex eſt quæ nullo iungitur, aut disjungitur ſigno Algebrico.*

63 Sic ſimplices magnitudines dicentur hæ: A. B. C. D. E. F. G. &c. Item AA. AB. AC. BD. Dicuntur ſimplices, quoniam non ſunt compoſitæ ex hiſce ſignis + & --, id eſt, plus & minus.

64 *Simplex eſt vel homogenea vel heterogenea.*

65 *Homogenea eſt, quę eaſdem habet ſpecies, ſeu alphabetica eiusdem generis elemẽta.*

Ita A & A, item B & B, ſic C & C dicuntur magnitudines, & ſpecies homogeneæ. Vt

AA. BB. CC. DD. EE. FF.

66 *Heterogenea contra eſt, quæ diverſas poſſidet ſpecies.*

ita A & B, C & D, D & E, E & F. dicentur ſpecies heterogeneæ, id eſt, diverſi generis. Vt

AB. CD. DE. EF. FG.

67 *Magnitudines Compoſitæ ſunt, quæ ex ſignis + & --, hoc eſt, plus & minus compoſitæ ſunt.*

68 *Suntq; ſignorum vel eorundem vel diverſorum.*

69 *Compoſitę eorundẽ ſignorũ dicuntur, quæ habent eadem ſigna* ut + & +, vel -- & --

70 *Quæ ſunt vel affirmatæ vel negatę.*

71 *Magnitudines Compoſitæ Affirmatę ſunt, quæ hoc ſigno pluris + connectuntur.*

Sic A + B eſt magnitudo compoſita affirmata, ſicuti & hæc: A + B + C + D, ſicuti etiam hæc Numeroſa: 6 + 4 + 2 eſt affirmata; nam 6 + 4 + 2 affirmantur eſſe, cum conjunctim ſumpta conſtituant 12. Vt

A + B + C + D 6 + 4 + 2 ęquantur 12:

72 *Magnitudines Compoſitę Negatæ ſunt, quæ hoc ſigno minoris -- disiunguntur.*

73 *Sunt autem hæ vel Verę vel Fictæ.*

74 *Veræ ſunt, quæ in ipſa Numerorum Natura dantur.*

Qualis eſt A -- B -- C, item hæc in Numeris 8 -- 4, hoc eſt, 4. ſicuti hæc: 12 -- 7 -- 3 -- 1, hoc eſt, ut ex additione 7, 3 & 1, & huius ſummæ 11 à 12 ſubductione conſtat it. Vt

A -- B -- C ſic 12 -- 7 -- 3 -- 1 æquantur 1.

75 *Fictæ ſunt quæ in numerorum natura non dantur, ſed ſolummodo finguntur eſſe.*

Vt 0 - 8, hoc eſt, nihil detractis prius 8 unitatibus. Sic 3 - 9 ſignificat tres unitates, ſubductis prius novem unitatibus. Vt

0 -- 8. ſic 3 -- 9.

Sicuti autem varia finguntur latera numerorum, qui iis minimè gaudent, quale eſt latus quadrati, cubi, quadrato quadrat. &c. huius numeri 17; ita etiam non temerè finguntur numeri illi minores quam nihil; Et quid hi utilitatis ſecum ferant, exponam capitibus ſequentibus: V. §. 11 12 & VII. § 53 & 4.

76 *Magnitudines Compoſitæ diverſorum ſignorum dicuntur, quæ diverſa habent ſigna.*

Vt hæc magnitudo A + B -- C 1. vel quantitas 6 + 4 -- 2 dicitur diverſorum ſignorum, cum conſtet ex duobus ſignis diverſis, affirmato ſc. & negato. Vt:

A + B -- C ſic 6 + 4 -- 2 æquantur 8.

Et tantum etiam de Magnitudinum diviſionibus.

CA-

CAPVT III.

DE

Magnitudinum Rationalium Notatione, & Enuntiatione.

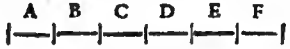
1 OMnibus in rebus, priuſquam vlterius aliquid tentemus, diligentem adhibendam eſſe præparationem, recte Cicero monet lib. 1. officior. Quem ut Clariſſimum Oratorem, nec minus acutum Philoſophum, cùm ubiq; nobis imitandum proponamus: optima ſane ratione atq; conſilio, aliqua nobis prius commemoranda loco præfationis eſſe duximus, antequam ad magnitudinum Numerationem accingamur, à magnitudinum Rationaliũ notatione & enuntiatione facto dicendi initio.

2 *Eſt autem Notatio (Græcis* ······ dicta) *enuntiatio & expreſſio Valoris cuiuſcunq; magnitudinis propoſitæ.*

Quæ gubernatur his xv. potiſſimum regulis. Quarum

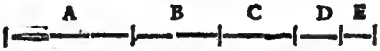
3 Prima. *Magnitudines ſimplices ſignificant lineam, latus ſeu radicem.*

Vt latus A, latus B, latus C, D & ſic deinceps, E. F. G. H. denotant latera. Vt in hiſce lineę ſegmentis videre licet.



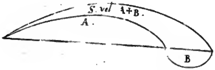
4 Secunda. *In ſpecie vero A notabit lineæ diuiſæ ſegmẽtũ maius, magnitudo B minus.*

Si videlicet linea in duas inæquales partes ſecta fuerit; ſi vero eadem in 3 diviſa; prima pars vocabitur A, ſecunda minor B, tertia & minima C; ſi in quatuor, prima erit A, proxima B, tertia C, quarta & ultima D, & ita deinceps, ne confuſio ſuboriatur, Vt:



5 Tertia. *S. notabit ſummam ſegmentorum, in quotcunque etiam partes, partiumq; particulas latus fuerit diviſum.*

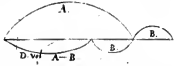
Ita ſi linea in duas partes fuerit diviſa, vocabitur tota linea S; vel etiam *A* + B, id eſt, magnitudo *A*, cum magnitudine B; ſi in tres ſecta fuerit eadem linea, indigitabitur itidem tota linea S, vel A + B + C; ſi in quatuor, nominabitur S, vel A + B + C + D & ſic deinceps. Vt



A + B æquatur S.

6 Quarta. *D. notabit differentiam laterum.*

Ita ſi latus diviſum ſit per 2, vocabitur, ut ſupra; maius ſegmentum A, minus B, iam ablato ſegmento minore B ab A maiore, reſtabit differentia laterum D, vel, quod perinde eſt, A -- B. Vt:



Quinta. *Species cum annexis poteſtatibus exibent latera; quælibet autem ex va lore ſuæ poteſtatis adiunctæ cognoſcitur.*

Sic A Q monſtrat latus quadrati; Sic A C notat latus cubi. Ita AQQ latus quadrato-quadrati ſeu biquadrati ob duplex Q. eodem modo AQC dicit latus quadrato cubi, & ſic in reliquis. Vt

AQ. AC. AQQ. AQC.

Sexta. *Species geminatæ ſeu duplices eiuſdem generis oſtendunt ſuperficies, arceas ſeu plana, & corpora, nonſecus ac ſimplices lineas.*

Sic AA monſtratur quadratum; AAA cubus; AAAA quadrato quadratum; AAAAA quadrato cubus. Hoc etiam intelligi volo de hiſce & ſimilibus aliis ſpeciebus geminatis. Sic BB & CC ſignificat quadratum; BBB & CCC cubum, BBBB & CCCC quadrato-quadratum; BBBBB & CCCCC quadrato-cubum, & ſic in aliis.

AA, BB, CC, DD } quadrata
AAA, BBB, CCC, DDD } cubi
AAAA, BBBB, CCCC, DDDD } quadrato-quadrata.

Septima. *Species heterogeneæ ſemper oſtendunt rectangula, parallelogramma, parallelepipeda, ſeu complementa.*

Ita AB, AC, AD &c. indicant parallelogramma, non ſecus ac AA & BB, CC, indicarunt quadrata. Vt:

AB, AC, AD } parallelogramma. BC, BD, BE } parallelogramma. CD, CE, CF } parallelogramma.

Octava. *Latera ſurda notantur ut rationalia, modo ipſis præfigatur hoc ſignum √. irrationale.*

Sic √Q. AB + 3. BD, ſignificat latus quadrati ex hac magnitudine AB + 3. BD. Ita √C. AA -- 21. A vult latus cubi ex hac magnitudine AA -- 21. A. ita etiam √QQ. AAA + 6 AA petit latus quadrato-- quadrati extrahi ex AAA + 6. AA. Vt:

√Q. A + B + C. √CC A · B + C. √QC. AA + BC + D.

Nona. *Hoc ſignum + eſt ſignum Additionis, vel, ut ſuperius diximus, Affirmationis, & in Additione ſignificat quaſi habeo.*

Vt A + B dicit me habere has duas magnitudines A & B. Sic 4 + 8 affirmantur eſſe, id eſt, habeo 4 + 8, id eſt 12. Ita ſi habeam 9 + 6 + 4 + 2, habebo 21 vei ex additionis calculo constabit. Præterea magnitudini hoc ſignum poſtpoſitum, ſignificat magnitudinem addendam eſſe. Vt ſi ita ſlet exemplum A + B + C, indicat A + B addendam eſſe magnitudini A + B + C. & ſic A + B + C deinceps in aliis. Vt:

A + b + C A -- B + C + D
A + B + A B +

Decima. *Hoc ſignum -- eſt ſignum Subductionis uel negationis, et exprimit debeo*

Ita A -- B negatur eſſe, hoc eſt, habeo ipſum A, non vero ipſum B, quod debeo. Sic 8 -- 3 denotat me habere 5. uti ex ſubductione liquet. Vel me habere 8 & debere 3, quod idem. Cum hoc ſignum magnitudini poſtponitur, vult illam ab alia ſubduci. Vt in hiſce duobus exemplis videre licet:

A -- B + C A + C -- D
A + B -- B + C --

Vndecima. *Magnitudo omnis, cui non eſt præfixum ſignum negationis, eſt affir*

mata hoc videlicet ſigno +, etia ſi non ſit expreſſum.

Sic *A* -- *B* vult + *A* -- *B*, ſic 8 + 4 dicit + 8 + 4, id eſt 12. Vt.

A -- *B*   8 + 4.

+ *A* -- *B*.   + 8 + 4

17 Duodecima. *Pertinent verò hęc ſigna + & -- non ad magnitudinem pręcedentem, cui poſtponuntur; ſed ad ſequentem, cui præponuntur.*

Vt *A* + *B* -- C. Hic ſignum + non refer ad *A*, ſed ad *B*. item ſignum -- non ad *B*, ſed ad C referendum. Vt:

A + *B* -- C.   *A* -- *B* + C.

18 Decima tertia. *Hoc ſignum * eſt multiplicationis,*

Et hoc ſi magnitudin ipoſtponatur, indicat magnitudinem illā per aliam multiplicandam. Vt *A* + *B* multiplicanda venit per *B* + C -- D. Vt

B + C - *D*

A + *B* *

19 Decima quarta. *Hoc ſignum ÷ eſt diuiſionis*, & magnitudini poſtpoſitum, ſignificat magnitudinem aliam per hanc eſſe dividendam.

Vt *AA* + 2. *B* D + *BB* dividenda eſt per hanc *A* + *B*. Vt

A*A* + 2. A B + BB {

A + B ÷

20 Decima quinta. *Hoc ſignum = eſt Aequalitatis.*

Sic 8 + 4 -- 2. dicuntur æquari 10. Notatur ita: 8 + 4 -- 2 = 10.

CAPUT IV.

DE

Magnitudinum Rationalium Additione.

1 TAntum etiam de Magnitudinum Notatione; ſequitur (ex §. 18. cap. præced. 11.) Earundem Numeratio.

2 *Quæ Numeratio eſt prima uel à prima orta,* id eſt, prima vel ſecunda.

3 *Numeratio prima eſt, quæ magnitudinem tantum ſemel numerat.*

4 *Eſtq; Additio & Subductio*

5 *Numeratio ſecunda eſt, quæ magnitudinem datam aliquoties numerat.*

6 *Eſtque Multiplicatio & diuiſio.*

Multiplicatio enim non ſemel magnitudinem numerat, ut Additio & Subductio, ſed bis numerat: primo enim magnitudinem datam multiplicat, deinde magnitudines omnes factas in unam ſummam addit. Sic diviſio non ſemel numerat; ſed ter, primo enim magnitudinem datam per aliam datam dividit, quę eſt operatio prima; deinde quotientem multiplicat per diviſorem quæ eſt ſecunda; tertio facta m a dividenda aufert, quæ eſt operatio tertia. Erunt idcirco duæ numerationes primæ, duæ itidem ſecundæ, ita ut in univerſum ſint quatuor. *Omnia enim, quæ ſub Arithmetica praxi continentur, τῇ συνθέσει καὶ τῇ διαλύσει, compoſitione, & diſſolutione perficiuntur, quæ ſunt duæ, tanquam ſummæ atque primariæ artis partes.* Cæterùm cùm ad compoſitionem referantur Additio & Multiplicatio, contra ad diſſolutionem, Subductio & diviſio, quatuor tantum numero exurgunt diſtinctæ, huius praxeos operandi formæ, quas incommode vulgus plerumq; Arithmetices ſpecies nominat, nos commode partes appellandas eſſe cenſemus, quòd inter ſpecies & partes permultum ſit diſcriminis. Sunt vero hę, Additio, Subductio, Multiplicatio & diviſio. Nam progreſſiones, & radicum eductiones, & quotquot aliæ excogitatę ſint operandi rationes, omnes ad prædictas quatuor, ex quibus conflatæ ſunt, revocari debent. Inter has meritò primum locum obtinet.

7 *Additio* (aliis dicta Compoſitio & *Gręcis* πρόσθεσις) *eſt duarum aut plurium magnitudinum in unam ſummam collectio.*

Maurolycus Arithm. lib. 1. in defin. Quantitas cum quantitate coniungi dicitur, cum ſumitur earum aggregatum.

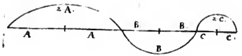
8 *Huius Regula eiuſmodi eſt: primo magnitudines addendas ita conſtitues, ut facto à dextris initio, primi ordinis omnes magnitudines ſibi ſecundum lineam perpendicularem reſpondeant.*

Quod non ſecus de ſecundi, nec non tertii ordinis magnitudinibus & reliquis (quotquot etiam ordines fuerint) ſedulo curandum eſt. *Deinde ſub iſtis ita conſtitutis rectam lineam protrahes, cui ex additione collecta magnitudo ſubiicienda venit,* quæ dicitur Summa, item totum, Gręcis τὸ ὅλον & συγκείμενον. Itaque.

Exemplum 1.

9 *Datis tribus magnitudinibus homogeneis ſimplicibus, inquirere datarum ſummã.*

Ex. gr. Sint addenda hæc duo latera A & A; item & hæc B & B; ſicuti C & C. Erit ſumma 2. A. 2. B. & 2. C. Vt,



Exemplum 1.

Eodem modo addantur 2. latera ſc. 2. A ad 4. latera ſc. 4. A, ut ſumma ſit 6. A; Item 3. A, ad A, ut ſumma ſit 4. A; item 6. quadrata ad 4. quadrata, item 11. cubi ad 8 cubos, ut aggregata ſint 10. quadrata, & 19. cubi. Vt

2. A	3. A	6. AA	11. AAA
4. A +	A +	4 AA +	8. AAA +
6. A	4. A	10. AA	19. AAA.

10 *Datis magnitudinibus ſimplicibus heterogeneis indagare iſtarum Summam; hoc fit interpoſitione ſigni affirmati.*

Ex. gr. Addantur A & B, fiet ſumma A + B, ſic B & C. eritq; ſumma B + C. Item A. B. C. D. erit ſumma A + B + C + D. Eodem modo 8. A, 6. B; 4. C, & 2. D addita faciunt 8. A. + 6. B. + 4. C + 2. D ſc. ex iis aggregatum. Vt

		A	8. A
		B	6. B
A	B	C	4. C
B +	C +	D +	2. D +
A + B.	B + C.	A + B + C + D.	8. A + 6. B + 4. C. + 2. D

In numeris idem videre licet. Addantur 10 & 8, Erit ſumma 10 + 8, hoc eſt, 18. Item 6 & 8 addita conſtituunt 14, Sic 14 & 15 faciunt 29. Eodem modo 26, 15 & 8 coniuncta dabunt 49.

10	8	14	26
8 +	6 +	15 +	15
			8 +
10 + 8	8 + 6	14 + 15	26 + 15 + 8
8 +	6 +	15 +	15
			8 +
18.	14.	29.	49.

11 *Additio Magnitudinum Compoſitarum addit utramq; magnitudinem datam iiſdem aſſeruatis ſignis.*

Exemplum 1.

12 *Datis duabus magnitudinibus, cõpoſitis, iiſq; affirmatis invenire ſummã quæſitã.*

Ex. gr. Addantur ſectiones laterum A + B ad eandem ſectionem A + B, erit ſumma A + B + A + B, id eſt, per reductionem 2. A + 2. B. Sic B + C addita B + C dat B + C + B + C, id eſt, 2. B + 2. C. Vt

A + B	B + B
A + B +	B + C +
A + B + A + B	B + C + B + C
A + B +	B + C +
2. A + 2. B.	2. B + 2. C.

In Numeris. Conjungenda ſint 6 + 4 & 6 + 4, erit ſumma 6 + 4 + 6 + 4 hoc eſt, per additionem 12 + 8, vel 20. quia 6 + 4 æquantur 10, iam hæc addita ipſis 10, fiunt 20. Vt;

6 + 4	10
6 + 4	10 +
6 + 4 + 6 + 4	20.
6 + 4 +	
12 + 8.	
8 +	
20.	

Exemplum 2.

13 *Datis duabus magnitudinibus, iiſq; negatis, elicere ex iis ſummam.*

Conjungenda ſint A - B ſc. differentia laterum, ad eandem differentiam A - B, Erit aggregatum

tum A -- B + A -- 1; hoc eſt, per reductionem 2. A -- 2. B, quod iterum eſt 2. A, uti ex magnitudinum collocatione, ordine & operatione manifeſtum eſt. Sic etiam A -- B additũ ad -- A -- B, dat ſummam A. Vt:

A -- B
A -- B +

A -- B + A -- B
A -- B

2. A -- 2. B
2. B --

2. A

A -- B
-- A -- B +

A -- B -- A -- B
-- B -- A -- B --

A.

In Numeris. Sint addenda 6 -- 4 & 6 -- 4, addita conſtituunt 6 -- 4 + 6 -- 4, hoc eſt, 12 -- 8, quæ conſtituunt 4, uti ex ſubductione liquet. Vt

6 -- 4 2
6 -- 4 2 +

6 -- 4 + 6 -- 4 4.
6 -- 4 +

12 -- 8
8 --

4.

Exemplum 3.

14 *Datis duabus magnitudinibus diverſorum ſignorum, quærere datarum ſummam.*

Sit datam gnitudo 3. A + 2. B -- C addenda huic -- 2. A -- 3. B + 2. C, erit ſumma 3. A + 2. B -- C -- 2. A -- 3. B + 2. C, quæ reducta dat A -- B + C. Vt:

3. A + 2. B -- C
-- 2. A -- 3. B + 2. C +

3. A + 2. B -- C -- 2. A -- 3. B + 2. C.
2. A -- 3. B + 2. C --

A -- B + C.

In Numeris. Addantur 9 + 3 & 9 -- 3, id eſt, conjungantur 12. & 6 & ſumma erit 9 + 3 + 9 -- 3, hoc eſt, 18. Eadem ratione ſumma 3 dimanabit ex addendis + 10 & -- 7. Vt

9 + 3 12
9 + 3 6 +

9 + 3 + 9 -- 3 18.
9 -- 3 +

18

+ 10
-- 7 +

+ 10 -- 7
7 --

3.

15 *Datis magnitudinibus duabus heterogeneis invenire earum ſummam quæſitam.*

Ex. gr. ſit data magnitudo A -- 2. B + 5. C addenda huic -- D + 4. E -- 7. F. Erit ſumma A -- 2. B + 5. C -- D + 4. E -- 7. F. quæ ſumma ob diuerſas heterogeneas ſpecies reduci nequit. Vt:

A -- 2. B + 5. C
-- D + 4. E -- 7. F +

A -- 2. B + 5. C -- D + 4. E -- 7. F.

16 *Additionis proprietas eſt, quod omnes magnitudines ſimul datæ ſint æquales earundem aggregato.*

In Numeris exemplum, 9 + 6 æquantur 15, & 9 -- 6 æquabuntur 3; addita ergo 15 ad 3, erit ſumma 21. æqualis aggregato ex 9 + 6 & 9 -- 3. Vt.

9 +

9+6	15
9−3	6+
18+3	21.
3	
21.	

CAPUT V.

DE

Magnitudinum Rationalium Subductione.

1 ITa fuit Additio, prima ſc. pars Numerationis primæ; ſequitur altera pars, quæ Subductio vel Subſtractio dicitur, Græcis ἀφαίρεσις ἀποτομή,

2 ***Subductio eſt minoris magnitudinis à maiori***

Subductio, ſeu ἀφαίρεσις, ut habeatur reliqua, quæ etiam dicitur differentia, exceſſus, reſiduũ, non ſecus ac in Additione magnitudo inventa dicebatur ſumma, vel aggregatum. Maurolyco lib. 1. Arithm. *in* defin. Quantitas a *Quantitate* ſubtrahi dicitur, cùm ſumitur majoris ſuper minorem exceſſus.

3 Huius ſcopus eſt, ſubducta parte aut partibus ex toto, cognoſcere reliquum, aut duarum magnitudinum inveſtigare differentiam. Quare neceſſario hic occurrent duo datarum magnitudinum ordines, quarum unus eſt, à qua ſubductio fit, alter ſubducenda appellatur, hic ſummã, quæ ſubducenda eſt, in ſeſe continet, quę nunquam eam, à qua auſſerri debet, valore ſuperare poteſt: nam majorem à minori ſubduci, rerum natura non patitur.

Differt autem Subductio ab Additione,

4 1. Quod additioni contraria eſt. 2. Additio eſt æqualium & irregularium magnitudinum tã minoris cum minore, quàm minoris cum maiore. Subductio autem proprie tantum eſt minoris de majore. 3. *A*dditio fit ſimul plurium magnitudinum; Subductio tantum *i*nter duas: Nam ſi inſtituenda ſit Subductio vel plurium magnitudinum, vel e pluribus; in unam ſummam prius omnes illæ magnitudines redigendæ ſunt, ut inter duas tantum peragatur alterius ab altera Subductio.

5 ***Subducturus idcirco unam magnitudinem ab altera, magnitudinem ſubducendam ſub altera, à qua debet fieri Subductio, ita ſtatues, ut primam notam inferioris primæ ſuperioris, ſecundam ſecundæ, tertiam tertiæ, & ſi plures fuerunt, ſingulas ſingulis ſubiicias: quibus ſic conſtitutis lineam rectam ſubtendes,*** veluti in magnitudinem compoſitione diximus. ***Hinc fact. à ſiniſtris initio, progredere verſus dextram, & ultimam inferioris magnitudinis ex ultima ſuprâſcripta magnitudine ſubducito, & differentiam ſub linea iiſdem notis examuſſim ſubſcribo.***

Exemplum.

6 ***Datis duabus magnitudinibus ſimplicibus homogeneis ſubducendis, ſcrutari illarum differentiam.***

Ex. gr. ſint data ſubducenda 2. A à 3. *A*, item 3. B à 7. B, & orietur harum differentia A. & 4 B. id eſt, remanent ex ſubductione 3. laterum à 7. lateribus, 4 latera. Sic ab 8. quadratis & 9. cubis ſubducta 2 quadrata & 2 cubi, erit differentia 6. quadratorum & 7. cuborum. Ut

3. A	7. B	8. BB	9. CCC.
2. A−	3. B−	2. BB	2. CCC−
A	4. B.	6. BB.	7. CCC.

Subdu-

7 *Subductio magnitudinum ſimplicium heterogenearum abſoluitur inter poſitione ſigni negati --- .*

Exemplum 1.

Vt. Subtrahenda ſit B ab A, item 2. C à 7. B. ut reliquæ ſint A -- B & 7. B -- 2. C. Vt:

A	7. B.
B --	2. C.
A -- B	7. B -- 2. C

Exemplum 2.

8 Subtrahatur quadratum BB à cubo AAA, item quadratū BB à quadrato--cubo AAAAA, & remanebunt latus A & cubus AAA. Vti ex reductione conſtat, in qua pro quadrabis BB ſubſtituuntur in aliis ſpeciebus, duo alia quadrata ſc. AA prioribus homogenea. Vt:

AAA	AAAAA
BB --	BB --
AAA -- BB / (A | AA -- AA, AA --) id eſt.	AAAAA -- BB / (AAA | AA -- AA, AA --) id eſt.
A.	AAA.

In Numeris. Subtrahantur à 16. 4, erit reſiduum 12. ſicuti ex ſubductione 4 à 27. proveniunt 23. Vt:

16	27
4 —	4 —
12.	23.

9 *Subductio Magnitudinum Compoſitarum conjungit vtramq; magnitudinem datam, mutatis ſignis omnibus Magnitudinis ſubducendæ.*

Exemplum 1.

Datis duàbus magnitudinibus affirmatis, alteram ab altera ſubducere.

10 Ex. gr. ſubtrahatur A + B ab A + B, remanebit A + B -- A -- B, id eſt nihil. Subtrahantur deinceps 2. A + 8. B ab 8. A + 2. A, remanebit denuo nihil. Vt:

A + B	8. A + 2. A
A + B --	2. A + 8. A --
A + B -- A -- B	8. A + 2. A -- 2. A -- 8. A:
-- A -- B --	-- 8. A -- 2. A --
nihil.	0.

Hoc poſterius exemplum etiam reſolvi poteſt hoc modo: Vt:

8. A + 2. A
2. A + 8. A --
—————
6. A -- 6. A
6. A --
—————
0.

Eodem modo ſubducantur 2. A + A à 4. A + 2. A, remanebunt 4. A + 2. A -- 2. A -- A, id eſt, 3. A. Vel etiam reliquus erit 2. A + A, cui reſpondent 3. A. Vt.

4. A + 2. A	4. A + 2. A
2. A + A --	2. A + A --
4. A + 2. A -- 2. A -- A Vel ita:	2. A + A
2. A + A +	A +
6. A. 3. A	id eſt. 3. A
3. A. --	
3. A.	

In Numeris. Sit ſubtrahenda à 6 +- 8, hæc 6 + 8, vel ab 8 +- 6 hæc 6 + 8, relinquetur nihil, uti ex triplici huius exempli calculo apparet. Vt:

6 +- 8	8 +- 6	8 +- 6 ——— 14
6 +- 8 --	6 +- 8 --	6 +- 8 ——— 14
6 +- 8 -- 6 -- 8	8 +- 6 -- 6 -- 8	2 -- 2 0.
-- 6 -- 8	-- 8 -- 6	2 --
0.	0.	0.

Ita & in hoc exemplo ſubtracta vides 6 +- 3 ab 8 + 10, id eſt, 9. ab 18, ut reliquus ſit 9. Vt

8 +- 10 ——— 18			8 +- 10
6 +- 3 ——— 9 --		Vel hoc modo:	6 +- 3 --
8 +- 10 -- 6 -- 3.	9.		2 + 7
10 +	2 +		2 +
18	9		9.
9 --			
9.			

Exemplum 2.

12 *Datis duabus magnitudinibus Negatis, unam illarum ab altera ſubducere.*

Subducantur ab *A* -- *B* hæc *A* -- *B*, ut relinquatur nihil. Subducantur etiam 2. A -- 8. *A* ab 8. *A* -- 2. A, ut reliquus ſit 12. *A*. Vt:

A -- B	8. A -- 2. *A*	8. A -- 2. *A*
A -- *B* --	2. A -- 8 A --	2. *A* -- 8. A --
A -- *B* -- *A* + B	8. *A* -- 2. A -- 2. *A* + 8. A	6. A + 6. A
-- A + B --	8. A + 2. A +	6. A +-
nihil.	16. A + A	12. A
	4. A --	
	12. A.	

In Numeris. Subducenda ſint 8 -- 6 ab 8 -- 6, quod eſt 2. à 2. item 4 -- 2 à 6 -- 4, quod itidem eſt 2 à 2. Vt reſidua ſint 8 -- 6 -- 8 + 6 & 6 -- 4 -- 4 + 2. Quibus duobus reſpondet nihil.

8 -- 6	6 -- 4
8 -- 6 --	4 -- 2 --
8 -- 6 -- 8 + 6	6 -- 4 -- 4 + 2
6 + 6 +-	2 +- 4 +-
14 14	8 8
14 --	8 --
0.	0.

Aliud exemplũ.

Sint ſubtrahenda ex 6 -- 4, hæc 9 -- 8, hoc eſt 1. ex 2. Primo ſubduc -- 8 ex -- 4, id eſt, quia ſuperior numerus minor eſt, ſubducito 4 ex 8, & reliquo numero 4, præſcribe contrarium ſignũ, ſc. affirmatum, iuxta regulam ſubductionis ſuperius expoſitam. Quandoquidem hic numerus 4 hunc numerum -- 8 excedere intelligitur quatuor unitatibus, cùm -- 4 cadat infra nihil quatuor unitatibus, at -- 8 infra idem nihil deſcendat 8 unitatibus, id eſt, quatuor unitatibus magis, quàm -- 4, recedat à nihilo. Quod etiam hinc manifeſtum fiet, quod huic numero -- 4 deſint tãtùm quatuor unitates, ut nihilo æquetur, ſed huic -- 8, deſint 8, vel nihil æquet. Secundò ſubtrahe + 9 ex + 6, majorem videlicet numerum ex minore. quod fieri nequit. Ita non reperies numerum aliquem verum, quem pro reſiduo collocare poſſis, ſi 9 ex 6 ſubtraxeris. Si etenim ſuperior numerus 6, major foret inferiore, 9 reliquus foret verus ex illa ſubductione numerus: Et ſi numerus ſuperior æquaverit inferiorem remaneret nihil. Quapropter, cum numerus ſubducendus 9 excedat numerum 6, numerum ſc. à quo fieri debet ſubductio, neceſſe eſt, ut numerus infra nihil, id eſt, minor 0, reliquus ſit, ille videlicet, qui ſuperiori deeſt, ut ab eo inferior ſubductus relinquat nihil, qualis eſt numerus, qui ex ſubductione ſuperioris ab inferiore

reliquus eſt, addito ſigno negato, nimirum — 3. Vt integrum reſiduum ſit — 3 + 4. Verum enim vero cùm minus rectè ad numeri alicujus principium præſcribatur hoc ſignum negatum, hoc modo notabis reſiduum; 4 — 3. Vel, ſi placuerit, detrahes 3 ex 4, ut verus reliquus ſc. 1. unico termino ſimplici efferri queat. Vt:

6 — 4 ——— 2
9 — 8 ——— 1 —

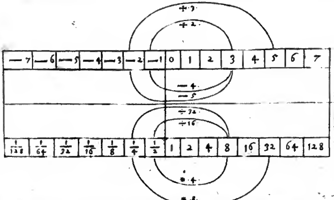
— 3 + 4 ——— 1.

4 — 3
3 —

1 Reſiduum.

12 *Ex hiſce liquet, quàm pulchrè hæc ſcientia pro immenſa ſua copia adhibeat & ea, quæ in rerum natura ſunt, & ea, quæ in eadem non ſunt, ſed ſolummodo finguntur eſſe.*

Quod inſuper unico aut altero verbo declarare placet. Sicut autem ſupra vnitatẽ conſtituũtur numeri integri, & infra eandem unitatis minutiæ, ſeu partes, ita ut unitas inter numeros integros & fractos media exiſtat; ſic etiam ſupra nihilum, quod eſt 0, ſtatuitur vnitas cum reliquis numeris veris, & infra idem nihil fingitur vnitas cum reliquis numeris, ſemper tamen præfixo ſigno negato, ita ut nihil medium exiſtat inter numeros veros & fictos. Cujus rei fidem facient duę ſequentes progreſſiones, quarum ſuperior eſt Arithmetica, eaq; naturalis, inferior autem Geometrica, eaq; dupla, cujus numeri a ſuperioribus exponuntur. Scilicet numeri ſuperioris progreſſionis idem faciunt additione, & ſubductione; quod inferioris progreſſionis numeri multiplicatione & diviſione. Sicuti enim ex multiplicatione $\frac{1}{4}$ in 32 fiunt 8, ita ex additione — 2 ad 5, fiunt 3. ita ſicuti ex multiplicatione $\frac{1}{2}$ in 8, fiunt 4. ita ex additione — 1. ad 3, fiunt 2. Præterea, ut ex diviſione 8 per $\frac{1}{4}$ oriuntur 32, ita ex ſubductione — 2 ex 3, reliqui fiunt 5. Et ſicuti ex diviſione 8 per $\frac{1}{2}$ prodeunt 16, ſic etiam ex ſubductione — 1 ex 3 ſuperſunt 4. Vt in hoc ſchemate appoſito videre eſt.



13 Ex *quibus apparet*, 1. quòd in Additione & Subductione diverſa ſigna mutent ſpeciem operationis. 2 quòd huiuſmodi numeri ficti ſeu nihilo minores non fruſtra ſint excogitati, cùm tã concinne eorum additio ad numeros integros, vel ſubductio, reſpondeat multiplicationi, & diviſioni numerorum integrorum progreſſionis Geometricæ per numeros fractos ejuſdem progreſſionis. Plura de hiſce numeris fictis, ſi vis, conſule caput ſequens VII. §. 53. & 54.

Exemplum 3.

Datis

14 *Datis duabus magnitudinibus diuerſorum ſignorum unam ab altera auferre.*

Sit auferend. A — B ab A + B. itẽ - 2 A — 3 B + 2. C ab 3 A + 2. B — C. ut reſidua ſint 2. B, & 5 A + 5. B — 3. C. Vt:

A + B
A — B —
―――――
A + B — A + B
— A + B +
―――――
2. B.

3. A + 2. B — C
— 2. A — 3. B + 2. C —
―――――
3. A + 2. B — C + 2. A + 3. B — 2. C.
2. A + — 2. C + 2 B +
―――――
5. A — 3. C. 5. B
――――― ideſt
5. A + 5. B — 3. C

In Numeris. Auferantur 8 — 4 ab 8 + 4; item 12 — 3 ab 12 + 3. ut reliqui ſint 8 & 6. hoc modo.

8 + 4 ═══ 12
8 — 4 — ═══ 4 —
―――――
8 + 4 — 8 + 4 8.
4
4 +
―――――
16
8 —
―――――
8.

12 + 3 ═══ 15
12 — 3 — ═══ 9
―――――
12 + 3 — 12 + 3 6
3
3 +
―――――
18
12 —
―――――
6.

Exemplum 4.

15 *Datis duabus magnitudinibus heterogeneis unam ab altera auferre.*

Ex. gr. Auferantur D — E + F ab A + B — C reliqua erit magnitudo A + B — C — D + E — F. quæ ad minores reduci nequit. Vt:

A + B — C
D — E + F —
―――――
A + B — C — D + E — F

16 *Proprietas Subductionis eſt, ut magnitudo ſubducenda unà cum differentia æqualis ſit magnitudini ex qua.*

Vt in hiſce exemplis videre licet. Vt

A + B —
A — B —
―――――
2. B
A — B +
―――――
A + B ═══ A + B

8 + 4 —
8 — 4 —
―――――
8
8 — 4 +
―――――
8 + 4 ═══ 8 + 4

CAPVT VI.

DE

Magnitudinum Rationalium Multiplicatione.

1 ITa fuit Numeratio Magnitudinum Rationalium prima; reſtat (ex §. 2. cap. IV.) earundem Numeratio ſecunda, quæ à prima orta eſt, Multiplicatio ſc. & diuiſio.

2 *Conſideratur autem Multiplicatio hic dupliciter: vel Algorythmice,* quatenus ſc. eſt in catalogo quatuor Arithmetices partium, *vel ratione differentiarum,* quæ ex illa ortum trahunt.

3 *Priori modo Multiplicatio conſiderata nihil eſt aliud, quàm Additionis Cõpendiũ:*

Nam utramq; ſub compoſitione contineri, prius diximus; Græcis dicitur πολλαπλασιασμὸς.

4 Quid vero ſit multiplicare, Euclides ſequenti modo 15. defin. 7. libro elem. definit. Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις. Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quote ſunt in ipſo unitates, toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis. Quod hiſce verbis exprimere licet. Multiplicare eſt ex ductu alicujus numeri in ſe vel in alterum, numerum procreare, qui toties complectatur multipli antem, quoties hic unitatem. *Maurolyco* lib. 1. *Arithm.* part. 2. Quantitas quantitatem multiplicare dicitur, cum ſumitur quantitas quæ ad multiplicatam eamdem habet rationem, quám multiplicans ad poſitam. *Hinc patet, quid diſcriminis ſit inter Additionem, & Multiplicationem.* Scilicet additio & Multiplicatio eſt collectio: differentia autem inter illas hac eſt: *A*dditio eſt collectio numerorum datorum unius abſolutè ſumpti cum altero. Multiplicatio autem eſt numerorum datorum unius proportionaliter ſumpti collectio, id eſt quoties in datorũ altero invenitur unitas.

5 *Multiplicatio eſt inventio Magnitudinis, in qua altera multiplicantium toties continetur, quoties in altera unitas.*

Magnitudines datæ appellãtur factores, è quibus alter *Euclidi* dicitur πολλαπλασιάζων multiplicans, alter πολλαπλασιαζόμενος, multiplicandus.

6 Magnitudo per multiplicationem inventa in numeris dicitur γινόμενος, vel facta, producta, rectangulum item & planum. Quandoquidem una è propoſitis magnitudo eſt ſuperficiei longitudo, altera verò latitudo, quę duæ magnitudines alias dicunt ut factores & latera.

7 *In Multiplicatione nihil refert, an majorem per minorem, vel contra minorem per majorem multiplicaveris,*

Vt probabitur ex prop. 16. lib. 7. *Euclidis*, cuius hæc ſunt verba, ſi duo numeri ſe ſe mutuò multiplicantes fecerint aliquos; geniti ex ipſis ęquales inter ſe erunt. Vel ut *Campani* verba ſonant: ſi duo numeri ſeſe mutuo multiplicaverint, procreabitur unus idemq; numerus. Sumamus pro exemplo propoſitionem 6. in Geodæſia *Heronis*, quæ talis eſt: ſi dimetientis paſſus 210 ad ipſos 165 quartæ partis ipſius ambitus multiplicentur, 34650 fiunt, quæ circuli area eſt. Nam ſi 200 in 100 multiplicentur, 20000 efficiunt; ſi verò in 60, 12000; & in 5, 1000. Et rurſus; 10 in 100, 1000: in 60 vero 600; nec non in 5, 50. Quapropter reperta eſt quæ quidem in centro circuli 105. dimetiens autem 210; & ambitus 660; area verò, ſive totum ſpatium à dimetiente, & quarta ambitus parte factum, paſſuum 34650. Prætermiſſa autem modo *Heronis*, qui talis eſſe videtur.

210
165 *

20000
12000
1000
1000
600
50

34650.

Ita

Ita iuxta noſtram methodum multiplicandi calculum hac duplici forma formare licet. Vt.

210
165*
———————— vel
1050
1260
210
————
34650

165
210*
————
000
165
330
————
34650

165
210*
————
1650
330
————
34650

8 *Multiplicatio præterea inſtituitur dupliciter; tam à dextra verſus ſiniſtram, quàm à ſiniſtra verſus dextram.*

Quæ poſterior operatio magis arridet, cùm commodior, ac propterea eam retinebimus.

Quæ ſingulas figuras unius magnitudinis datæ in ſingulas alterius figuras ducit: & factas demum, habita ordinum locorumue ratione, in unam ſummam colligit.

9 *Exemplum ubi operatio inſtituitur à dextra uerſus ſiniſtram.*

Sint ergo multiplicanda A — B per A — B, item A + B per A — B, vt magnitudines productæ ſint AA — 2. AB + BB & AA — BB. Vt:

A — B
A — B*
————
— AB + BB
AA — AB
————
AA — 2. AB + BB.

A + B
A — B*
————
— AB — BB
AA + AB
————
AA — BB.

In Numeris. Sint data 4 — 2 multiplicanda per 4 — 2. Sic 4 + 2. per 4 — 2 ut facti ſint 4 & 12. Vt:

4 — 2 2
4 — 2 2*
————
— 8 + 4 4.
16 — 8
————
16 — 16 + 4
4 +
————
20
16 —
————
4.

4 + 2 6
4 — 2 2*
————
— 8 — 4 12.
16 + 8
————
16 — 4
4 —
————
12.

10 *Exempla, ubi calculus formatur à ſiniſtra uerſus dextram.*

Exemplum 1.

Datis duabus magnitudinibus ſimplicibus homogeneis inquirere magnitudinem ab ijs factam.

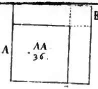
Ex. gr. ſit multiplicandum A per A, ex. gr. duo latera quadrati, vel ejus unum latus in ſe, quæritur magnitudo producta ab iſto latere: ℞ AA. ſuperficies ſcilicet ſuper lineam A deſcripta, quia A multiplicatum per A, facit non 2. A, ut in additione, ſed AA; id eſt, aream quadrati ſuper latus A deſcripti. Ratio eſt, quia ex defin. 1. lib. 2. *Euclidis*, parallelogrammum rectangulum contineri dicitur ſua longitudine & latitudine. *Hinc parallelogrammum rectangulum dicitur fieri ſeu procreari è ductu longitudinis in latitudinem*. Quod probè obſervandum, quandoquidem ex hac definitione Euclidæa cognoſcitur cujuſcunque rectanguli planum, tum ſi fuerit quadratum, tum etiam ſi parallelogrammum.

In Numeris. Sit data quadrati longitudo A pedum 6 ſimplicium, & ejuſdem latitudo B totidem, erit ejus ſuperficies ſeu area pedum quadratorum 36; cum ſexies ſena conſtituant 36. Vt.

Sic

A ———— 6
A ———— 6

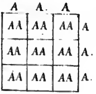
AA. 36.



Sic etiam ſi latus quadrati diviſum fuerit in partes æquales 3. & una iſtarum vocetur A. proveniet eius area 9. AA ut ex hiſce novem quadratis perſpicuum fit. Vt;

3. A
3. A *

9. A A



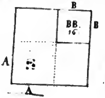
Exemplum 2.

11 *Datis duobus lateribus quadrati, indagare ejus aream.*

Sit datum latus B, cui æquatur in quadrato ſemper alterum, ut ex definitione ejus patet. Erit ergo ejus quadratum BB. Sic in Numeris datur ſegmentum B partium 4, erit ejus quadratum BB. 16. cùm quater quaterna ſint ſedecim. Vt;

B ———— 4
B ———— 4 *

BB. 16.



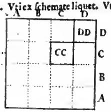
Exemplum 3.

12 *Dato latere quadratorum indagare illorum plana.*

Sit latus datum C, 3. & D 2, erunt illorum plana CC, 9 & DD. 4. Vt ex ſchemate liquet. Vt.

C ——— 3   D ——— 2
C ——— 3 *   D ——— 2

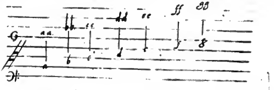
CC. 9.   DD. 4.



Quæritur hoc loco, quare A, B & C in ſe multiplicata, producant AA, BB & CC, Non autem 2 A, 2. B, & 2. C. vel, vt alii volunt, A Q. B Q, C Q? Reſpondeo id propterea me feciſſe, quod homogeneæ ſpecies ſemper producant homogeneas, ſicut heterogeneæ heterogeneas, quod cap. præcedenti tertio docuimus, & hoc ſequenti exemplo *Muſico* demonſtrabimus. Nam ex clavibus minuſculis ſeu minutis, quas etiam *Muſici* medias vocant, nimirum A, B, C, D, E, F, G, fiunt hæ claves ſupremæ ſeu geminatæ AA, BB, CC, DD, EE, FF, & GG, cùm hæ poſteriores à prioribus ſuam trahant originem, multiplicatione videlicet poſteriorum in ſe, & hac ratione ex A fit AA, ex B, BB, & ex C, CC & ſic deinceps. Ad hoc declarandum *in numeris* ſumamus pro exemplo conſonantiam διὰ πασῶν, quam Octavam dicunt, quæ conſiſtit in ratione dupla ſc. 2. ad 1. vti in hoc cantu la re, in cantu molli la mi videre licet. Sit ergo data clavis A ſeu vox muſicalis re, quę ſit ex. gr. 2. quęrenda hujus octava, quę eſt in clavibus AA,

in

in clavibus AA, in vocibus la ? *A*d hanc inveniendam duc in ſe binarium, ut productus ſit quaternarius pro la ſeu *AA*, vt denuo exſurgat ratio dupla videl. 4. ad 2, ſeu contractis terminis, ut 2. ad 1. Erit idcirco la ad re, vel AA ad *A* octava, ſive ἁρμονία διὰ πασῶν, ut 4. ad 2, vel ut 2 ad 1. Quocirca ex hiſce liquido conſtat; *A* ductum in A, producere *AA*, non ſecus ac ex ductu 2. in ſe fit 4; nam ſi *A* æquetur 2. æquabitur etiam *AA* factus ipſi 4 facto. Eadem quoque ratio in reliquis omnibus ſpeciebus B, C, D, E, F, G &c. Vt



2
2 * ?

A
A * ¹

2 —— 4 —— A —— AA

12 *Sequuntur Magnitudines ſimplices heterogeneæ, quæ eodem modo multiplicantur vt homogeneæ. Et ſicuti ex homogeneis creabantur quadrata; ita ex hiſce heterogeneis procreantur merè parallelogramma, ſeu rectangula.*

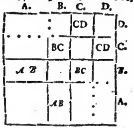
Ratio eſt, quia ex. gr. magnitudo A major eſt magnitudine *B*, erit idcirco *A* longitudo figuræ, *B* vero latitudo; ſi ergo A in B ducam proueniet *A B* planum rectanguli. Sit itaq; *A* partiũ 6, qualium B 4, erit planum AB 24. Sit itidem B, ut ante, 4, & C 3 & *D* 2; Erit BC 12, & CD 6. Vt.

A —— 6 B —— 4
B —— 4 * C —— 3 *

A B 24. BC. 12.

C —— 3
D —— 2 *

CD. 6.



13 *Ceterùm in Multiplicatione Magnitudinum compoſitarum ſimilia ſigna affirmant, diverſa negant.*

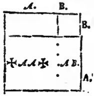
Exemplum 1.

Datis duabus Magnitudinibus compoſitis affirmatis, indagare ab iis magnitudinem productam.

Ex. gr. Datur quadrati lateris ſectio major A, & minor B; A verò ſit partium 6, qualium B 4, erit *A* + B 6 + 4, id eſt, 10. quæritur facta ab iis magnitudo, ſi *A* + B ducatur in *A* ? R quadratum *AA* & rectangulum AB. 36 + 24, id eſt 60.

+ A + *B* —— 6 + 4 = 10
+ A * —— 6 * 6 *

+ AA + *AB*. 36 + 24 = 60.



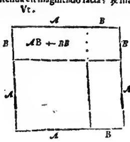
Aliud

14 *Aliud exemplum.*

Sit etiam data ſectio major A 6 & ſectio minor B, ut ante, 4, erit latus integrum quadrati A + B 10. multiplicandum per ſectionem minorem B. 4. quærenda eſt magnitudo facta? R illam eſſe quadratum BB vna cum rectangulo AB. hoc eſt 40. Vt.

+ A + B —— 6 + 4 = 10
+ B —— 4 = 4 *

+ AB + BB. 24. + 16 = 40.



15 *Exemplum 2.*

Datis duabus magnitudinibus compoſitis negatis, earum productam ſcire.

Multiplicetur enim — A — B per — A, ſicuti & — A — B per — B, ut magnitudines producta ſint: + AA + AB, item + AB + BB. Vt.

— A — B
— A *

+ AA + AB.

— A — B
— B *

+ AB + BB.

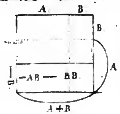
16 *Exemplum 3.*

Datis duabus magnitudinibus diverſorum ſignorum productam ab ijs magnitudinem cognoſcere.

Ex. gr. datur multiplicanda magnitudo A + B per — B eritq; facta magnitudo — AB — BB. In Numeris. Sit data A 5, B 3, erit tota linea A + B 8, & cùm B ſit 3 & A 5, erit A — B 2, ducantur ergo 8 per 2, & factus dabit 16 pro ſuperficie — AB — BB. Vt.

A + B —— 5 + 3 = 8
— B —— 2 * 2 *

— AB — BB. 10 + 6 = 16.

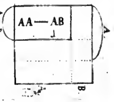


17 *Aliud exemplum.*

Datur latus A — B multiplicandum per latus A, erit magnitudo facta AA — AB. In Numeris. Sit data A (vt ſupra) 5 & B 2, erit A — B 3, quę multiplicata per 5. valebit AA — AB 15. Vt:

+ A — B + 5 — 2 = 3.
+ A + 5 * 5 *

AA — AB. 25 — 10 = 15.



18 *Aliud exemplum.*

Datur

Datur latus *A* — *B* multiplicandum per *B* erit magnitudo, deſiderata *AB* — *BB*. In numeris ſit data *A*. 5. & *B* 3; eritq; ut ſupra, *A* — *B* 2 multiplicanda per 3, ut factus ſit 6. Vt:

+ *A* — *B*	+ 5 — 3 ═ 2
+ *B*	+ 3 * 3 *
AB — *BB*.	15 — 9 ═ 6

Et ſic deinceps de cęteris idem iudicium. Ex. gr. Multiplicetur *A* + *B* per — *A*, item — A — B per *A*, item — *A* — B per B, item + *A* — *B* per — B, ut factæ magnitudines ſint: — *AA* — *A*B. — *AA* — *AB*. — *AB* — *BB*. — *AB* + BB. Vt:

+ *A* + *B*	— A — *B*	— *A* — B	+ A — B
— *A* *	+ *A* *	+ *B* *	— *B* *
— *AA* — *A*B.	— *AA* — AB.	— *AB* — BB.	— AB + BB

Eodem modo multiplicata — A + B per A, — A + B per B, — *A* + B per — B, — A + B per — A, dant factos — AA + AB, — *A*B + BB, + AB — *B*B & + AA — *A*B. Vt:

— A + B	— A + B	— *A* + *B*	— *A* + B
+ *A* *	+ B *	— B *	— *A* *
— *AA* + *A*B.	— *AB* + BB.	+ *AB* — *BB*.	*AA* — AB.

19 ***Proprietas Multiplicationis eſt, ut unitas ad unum è factoribus, ſic alter è factoribus eſt ad factum.***

Vt ſint factores 4 & 3 factus erit 12. Dico ergo, vt ſe habet 1, ad 4 ſic ſe habebit 3 ad 12. item ut 1, ad 3, ſic 4 ad 12. Vt.

4
3 * :
———
1 } ad { 4 ſic { 3 } ad — 12.
1 } ad { 3 ſic { 4 }

20 ***Ex hiſce apparet, Multiplicationem eſſe nihil aliud quàm multiplicem Additionē,***

Vt etiam ſupra diximus, ut ſi ducam 4 in 3, idem eſt, ac ſi 4 ter addam, vel 3 quater addam, Erit enim hoc modo agendo ſumma ſemper æqualis facto. Vt:

	3	
4	3	
4	3	4
4 +	3 +	3 * :
12 ═	12 ═	12.

Cùm ergo Multiplicatio ſit multiplex additio, ac propterea factus duarum magnitudinum nũquam æquabitur, vel minor erit datarum earundem aggregato, *quæritur idcirco, qui fiat, quod vnitas ducta in unitatem producat unũ; unitas vero vnitati addita faciat* 2. *Quare itẽ quaternarius ſe. factus ex binario per binariũ æqualis ſit quaternario videlicet ex* 2 *&* 2 *ſũma*? Reſpõdeo ſi 1. addas ad 1. ſummam fore 2. quæ ſunt duo latera; aſt vnitas facta ex 1. per 1. non repręſentat duo

latera; at vnitas facta ex 1. per 1. non repræſentat duo latera duntaxat, ſed unam ſuperficiem quadratam *A A* ex illis 4. Sic quoq; 2. additus ad 2, gignit ſummam 4. non æqualem huic 4, orto ex ductu binarii in binarium. Cum 4 ſumma tantum indicet 4. *A* id eſt, 4 latera: Hic vero 4 factus 4. *A A*. hoc eſt, 4 ſuperficies quadratas. Iam vero conſtat ſuperficiem infinitis vicibus ſuperare latera.
Lapſus ergo videtur *Bettinus* in Apiario ſuo xi. progym. 3. cap 8. 5 vlt qui unitatem per ſui in ſe multiplicatione minime, ſed ſui additione creſcere, ſimiliter binarium tantundem creſcere multiplicatione ac additione exiſtimat, & hoc ipſū unitatis & dualitatis proprietati adſcribit.



CAPVT VII.

DE

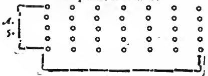
Magnitudine Plana, utpote Quadrato Perfecto, & Imperfecto.

1 SEquitur (ex §. 2. cap. 6. huius) Multiplicatio magnitudinum conſiderata ratione differentiarum, quæ ex illa oriuntur.

2 *Multiplicatio igitur conſideratur ratione differentiarum, quatenus ex illa originem deſumit diſtinctio magnitudinum Geometricè figuratarum in planas & ſolidas.*

3 *Magnitudines planæ dicuntur, quę habent ſuperficiem planam.*

Numerum vero planum *Euclides* defin 19. lib. 7. elem. ita definit: cùm autem duo, *inquit*, numeri mutuo ſeſe multiplicantes aliquem fecerint, plan s appellabitur. Qui verò numeri mutuo ſeſe multiplicaverint, latera illius dicentur. Vt numerus 35. procreatus ex multiplicatione mutua duorum numerorum 7 & 5, planus vocatur cuius latera ſunt duo hi numeri multiplicantes 7, & 5, qui ideirco numeri producti latera dicuntur, quod ipſum complectantur, non ſecus ac rectæ lineæ angulum continentes rectum, parallelogrammum rectangulum continere dicuntur. Appellatur autem iſte numerus planus, quia ſecundum ſuas unitates in longum & latū diſpoſitas parallelogrammum rectangulum refert, cujus unum latus ſeptem unitates, alterum verò quinque complectitur. Vt ſchema præſens demonſtrat.



B. 7.
A 5

A B. 35.

4 *Notandum hic poſſe unum idemq; numerum planum plura obtinere latera,*

Cum ex pluribus multiplicationibus produci poſſit. Exemplo nobis ſit numerus 48, cuius latera ſeu numeri multiplicantes non ſolum ſunt 24 & 2, 16 & 3, 12 & 4, verùm etiam 8 & 6, quod ex hiſce omnibus numeris, ſi bini & bini inter ſe multiplicentur, gignatur.

5 *Superficies erit magnitudo duarum dimenſionum,* hoc eſt, *longa & lata.*

6 *Harum Magnitudinum planarum ſpectatur proprietas, & diviſio.*

7 *Proprietas harum & quidem ſimilium*

(Vtpote quæ & angulos ſingulos ſingulis æquales habent, ac latera circa æquales angulos proportionalia) *eſt, quòd ſint in duplicata ratione* (id eſt, ut quadrata) *homologorum laterum*, ac propterea erunt, ut quadratum ad quadratum.

8 *Hujus nobiliſſimi theorematis conſectaria ſunt duo:* 1. Circulos *eſſe, ut à diametris quadrata.*

Eſt prop. 2. lib. 12. *Euclidis.* Cujus ſenſus hic eſt: Inæqualium circulorum areæ ſunt ad invicem in eadem ratione, quam habent ad invicem diametrorum quadrata. Demonſtratio apud *Euclidem* non ſolum eſt prolixa, ſed etiam perplexa ac tædioſa per negationem ab abſurdo deducta. Ad hoc ergo demonſtrandum, ſumamus theorema præcedens de planis ſimilibus, quæ ſunt in duplicata ratione homologorum laterum, tanquam lemma, nempe ſi plana fuerint ſimilia (qualia ſunt omnes circuli inter ſe comparati) areas eorundem ad invicem eſſe in ratione homologorum laterum duplicata ſive iterata. Hoc eſt, ſi duobus iſtis homologis lateribus inveniatur tertia proportionalis, (ad hanc enim tertiam prima habet rationem duplicatam ejus, quam habet ad ſecundam) tum aream plani primi ad aream ſecundi habere rationem eandem, quam habet latus plani primi ad proportionalē tertiam. Iam in circulis homologa latera ſunt diametri. Er-

go circuli ſunt in duplicata ratione diametrorum. Porro quadrata è diamerris facta ſunt etiam plana ſimilia, ac propterea rationem etiam habent eandem. Ergo quæ ratio eſt circulorum, eadem eſt ratio quadratorum è diamerris factorum.

9 *Vſus hujus theorematis inter cateros eſt, ut è datâ unius circuli areá ac diametro & alterius tantum diametro poſterioris illius area etiam explorari poſſit.*

Ex gr. Eſto alicujus circuli diameter ex. gr. hic *A* partium 14, area ejusdem 154, alterius diametri majoris eſt 196, poſterioris 49. Iam vt AA 196 ad BB 49) quę ratio hoc loco eſt, vt 4 ad 1.) Sic area 154 ad alterius circuli aream $38\frac{1}{2}$ Vt.

A. 14.
A. 14*
———
56
14
———
AA. 196 ——— BB. 49 ——— 154 ——— $38\frac{1}{2}$

B. 7
B. 7*

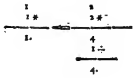
10 *Hoc inſigni theoremate detegitur fraus, quæ accidere poteſt circa figuram cylindraceam qua forma fere prediti ſunt ſacci, qui frumentis onerari ſolent.*

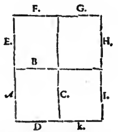
Commodaverit igitur ruſticus vicino ſuo ſaccũ frumenti, qui in diametro ſua contineat pedes 6, vicinus autem pro iſto vno ſacco reddiderit alios tres æq; profundos, qui ſinguli in diametro contineant pedes 2, quo facto exiſtimavit vicinus, commodatum illud æquali menſura, altitudine ſc. & baſi ſe ruſtico reddidiſſe. Sed fallit, & fallitur, cùm non exigua ſit differentia quadratorum è tribus ſingularibus diametris 2. 2. 2. hoc eſt 12, ad quadratum 36 productum e diametro commodati, videl. 6. pedum. Circuli namq; ſunt ut è diametris quadrata: & cylindri ſunt æque alti ut baſes; Quapropter fraus commiſſa eſſet 24, hoc eſt, tripli. Vt:

2 2 2 2 — 6
2 2 2* 2 — 6*
———
4 4 4 — 36.
4 — 12 +
4 +
——— ———
12. — 24.

11 *Ex hoc eodem fundamento etiam ſolvi poteſt hæc ſatis curioſa quæſtio, qua quæritur, ſi funiculus v. g. Cajum extenſione ſua ambilat bis, & Sempronium ſemel, quæritur, inquam, quoties hic Sempronius craſſitie Cajum ſuperet?*

Reſpondeo quater. Quod facillimè vel hoc quadrato demonſtrari poteſt: Repræſentet enim *Caius* quadratum A. B. C. D. repræſentabit *Sempronius* quadratum A. E. F. G. H. I. K. D. ratio eſt, quia lateri A reſpondere debent latera duo *A + E* (quia funiculus *Caium A. B. C. D.* bis ambit) eodem modo lateri B, reſpondebunt latera F + G, & C, H + I; deniq; D, latera K + D. Ex quibus liquet, quod *Caius*, hoc eſt, quadratum A B. C. D. quater contineatur in *Sempronio*, videlicet in quadrato *A. E. F. G.* H. I. K. D. quod demonſtrandum erat. Vt





12 *II. Conſectarium eſt figurarum Auctio & earundem Diminutio.*
De quibus conſule *Geometriam*.

13 *Diviſionem Magnitudinum Planarum quod attinet, ſunt eę vel rectilineæ vel curvilineę*, alias obliquilineæ. De hiſce nihil hoc loco.

14 *Magnitudines Planę Rectilineę ſunt, quę lineis merè rectis terminantur.*

15 *Suntq; Ordinatę vel Inordinatæ.*

16 *Ordinatæ ſeu Regulares ſunt figuræ æquilateræ & æquiangulæ: Inordinatæ ſive irregulares contra.*

17 *Utriuſq; generis Magnitudo plana diſtinguitur in triangulum & triangulatum.*
De priori hic nullus erit ſermo.

18 *Triangulatum eſt, quod à triangulis oritur, & in triangula reſolvi poteſt.*

19 *Eſtq; vel Quadrangulum vel Multangulum.*

20 *Quadrangulum ſive Tetragonum eſt planum quatuor angulis, totidemq; lateribus terminatum.*

21 *Eſtq; vel parallelogrammum vel trapezium.*

22 *Parallelogrammum eſt quadrangulum, cujus bina oppoſita latera ſunt parallela, & idcirco ęqualia.* *Euclides* prop. 7. lib. 1.

23 *Et hoc eſt vel Rectangulum vel obliquangulum.*

24 *Rectangulum eſt aut quadratum aut oblongum.*

25 *Quadratum eſt parallelogrammum rectangulum ęquilaterum*, alias quadrangulum ordinatum vel regulare dictum.

Euclides 30. defin. 1. lib. definit hoc modo: Τετράγωνον μέν ἐστιν ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι, καὶ ὀρθογώνιον. Quadratum quidem eſt, quod æquilaterum & rectangulum eſt. Vel ut aliis verbis reddam; figura plana, quę quatuor lateribus æqualibus, totidemq; rectis angulis conſtat: cujus plane ſimilitudinem Numerus Quadratus refert. Et quia omnis hujuſmodi figura naſcitur, ſi recta linea per alteram ęqualem quam rectiſſimè fluat, nec diſſimili multiplicatione quadratus numerus producatur; Ea propter *Quadratus numerus eſt, qui ex alicuius numeri ductu in ſe conſtituitur*. Hunc *Euclides* defin. 18. lib. 7. ſic definit. Τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν ὁ ἰσάκις ἴσος, ἢ ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος. Quadratus numerus eſt, qui æquè æqualis, vel ſub duobus ęqualibus numeris continetur. Aut ſi aliis verbis id explicare libet, qui in unitates ſolutus, longitudinem latitudini æqualem habet: id genus ſunt 1. 4 9. 16. 25. 36. 49. 64 81. &c. quorum generationem exhibet hæc tabella quam paulo aliter diſpoſuit *Orontius*, aliter *Ioh. Buteo*, aliter etiam *Gemma*, qui videantur.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	4	6	8	10	12	14	16	18	20
		9	12	15	18	2·	24	27	30
			1:	2·	24	18	32	36	40
				2	30	35	40	45	50
					36	42	48	54	0
						49	52	53	70
							64	72	80
								81	90
									100

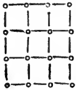
Quorum numerorum ſi in unitates ſolutio fiat, & diviſim hæ ſcribantur, longitudo Latitudini æqualis deprehendetur. Veluti hæc ſequentia oſtendunt:



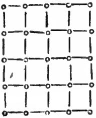
4.



9.



16.



25.

25 *Horum quadratorum areę determinantur, & menſurantur areolis quadratis, quarum ſingula latera conſtent populari quadam menſura,*

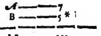
Ex.. gr. pedibus, vlnis, perticis &c. ita ut cum dicitur hanc vel illam aream conſtare perticis 223. intelligantur non perticæ ſimplices, ſed quadratę hoc eſt 223. ſpatiola quadrata, quorum latera ſingula ſint unius perticæ. Et omnium arearum cognoſcendarum ratio dependet è defin. 1. lib 2. *Euclidis*.

Hinc duo fluunt conſectaria.

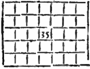
27 1. Si longitudo rectanguli ducatur, id eſt, multiplicetur in latitudinem, manifeſtam fieri areā ſeu ſuperficiem quadrati. 2. Ad ſuperficiem hoc modo ſupputandam requiri duas lineas inter ſe rectas ſive perpendiculares. Ideoq; ſi in Rhombo vel Rhomboide multiplicetur ſimpliciter duo latera contigua, vitioſus erit calculus, ſiquidem iſta duo latera non ſunt invicem perpendicularia.

28 *Hujus parallelogrammi calculus eſt ſimpliciſſimus, omniumque reliquorum fundamentum, & principium:*

Productum enim è longitudinis ductu in latitudinem eſt area quæſita. Libet evidentiæ gratia fundamentum hoc oculis ſubjicere. Eſto igitur parallelogrammum A ✠ B, cujus longitudo *A* partium 7, qualium latitudo B 5. Quæ duæ lineæ in ſe ductæ producunt partes 35 pro area *AB* quæ partes tamen productæ minimè ſimplices ſed quadratæ. Dico haſce eſſe aream parallelogrammi quæſitam. Ducantur enim è ſingulis latitudinis partibus lineæ rectæ, in latitudinem appoſitam parallelis longitudini *A*; itemq; è ſingulis longitudinis partibus in longitudinem oppoſitam parallelis latitudini *B*. Manifeſtum eſt enaſci 35. areolas quadratas, quarum latera ſingula æquant eam menſuram, quâ menſurata eſt tam longitudo quàm latitudo. Vt.



A.7.



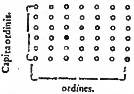
B. 5.

Ex

9 *Ex hiſce elicitur modus, conſtituendi aciem quadratam.*

Si enim in *Tacticis* detur numerus tam ordinum, quàm capitum unius ordinis, & inveſtigandus ſit numerus capitum ad hanc aciem neceſſarius, tum numerum ordinum & capitum unius ordinis datum inter ſe multiplicabimus, & factus erit numerus capitum. *Ex. gr.* ſit datus numerus ordinum 7, & capitum unius ordinis 6, quęrendus eſt numerus capitum? ℞, 42. Nam ſeries ſeptena ſunt quadraginta duo. Vt:

7
6 *
———
42

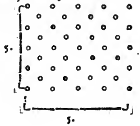


10 *Si vero quadratum hoc modo in quotlibet ſegmenta fuerit ſectum, ejus area cognoſcetur non ex multiplicatione eius lateris in ſe, ſed hoc modo: dato latere primo polygoni inquire latus ſecundum, hoc multiplicatum per numerum multitudinis angulorum polygoni, dat factum, qui unitate auctus, eſt area polygoni quaſiti, ut hic quadrati. Latus autem ſecundum elicitur ex primo, ſi datum primum latus multiplicaveris per numerum unitate majorem ſe, ſic facti dimidium erit latus ſecundum quaſitum.*

Ex. gr. Sit datum latus quadrati primum 5, quod ducatur in numerum unitate minorem ſe, hoc eſt, in 4, & facti 20 dimidium, videlicet 10 eſt latus ſecundum, quod multiplicatum in numerum multitudinis angulorum polygoni ſc. 4, dat productum 40, quod unitate auctum exhibet 41 eius aream polygoni dati, utpote quadrati, quaſitam. Vt:

Quaſitam. Vt.

5
1 —
———
4
5 *
———
20
2 ÷
———
10
4 *
———
40
1 +
———
41. area quadrati quęſita.



31 *Cęterum ſuperioris Quadrati conſiderabimus partes, affectiones & ſpecies, ſpecierumq; genituras.*

32 *Partes Quadrati ſunt vel diagonio interſecta, vel non.*

33 *Partes interſectæ duo ſunt diagonalia.*

Euclidi dicuntur τὰ περὶ διάμετρον παραλληλόγραμμα.

34 *Partes diametro non interſectæ ſunt itidem duæ, vocanturq; complementa.*

Euclides appellat τὰ τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων παραπληρώματα.

35 *Gnomon autem vocatur alterutrum diagonale cum utroq; complemēto conjunctim.*

Euclidi dictus γνώμων.

Si etenim in parallelogrammo diagonius interſecetur in eodem puncto duabus rectis ad latera parallelogrammi contermina parallelis; oriuntur inde duo parallelogramma particularia ſimilia diagonio eadem interſecta, & duo præterea reſidua, diagonio non interſecta. Vt in hiſce parallelogrammis ducta diagonalis AC, eaq; duabus rectis EF & G H (quæ lateribus AB & AD,

conti-

contiguis parallelæ ſint) in eodem puncto I interſecta fiunt particularia duo parallelogramma A E I G & I H C F, eadem diagonali particulatim interſecta. Hæc itaq; vocantur *diagonalia*. Reſidua verò particularia parallelogramma *A E B* H I & I G D F, diagonio non interſecta, vocantur *complementa*. *A*lterum diagonale ex. gr. *A E* I G, cum utroq; complemento, tota, inquam figura literis *A E B* H I F D G determinata, vocabitur *Gnomon*.

36 *Parallelogrammorum eorumq; partium affectiones ſequuntur, quæ ſunt vel theoreticæ vel practicæ.*

37 *Affectiones theoreticæ ſunt hæ potiſſimum quatuor:*

38 *I. In omni parallelogrammo æquantur non tantum oppoſita latera, ſed etiam oppoſiti anguli, tum etiam ſegmenta parallelogrãmi triangularia per diagonium facta.*

Euclides prop. 34. lib. 1.

Eſto parallelogrammum *A* B C D. quodcunq; (ſive rectangulum ſive obliquangulum) quod interſecet diagonius *A C*. Dico I. latera bina oppoſita B C & *A* D, item *AB* & CD æquari. II. æquari etiam oppoſitos angulos B & D, itemq; *BA* D & BCD. III. æquari etiam triangula *A* BC & ADC diagonio facta. Quia namq; parallelæ ſunt BC & *A* D ex theſi, quas interſecat tertia *A*C, erunt alterni anguli BCA & CAD per 27 & 28 prop. 1. lib. *Euclid.* æquales. Similiter quia parallelæ ſunt *BA* & CD, per quas itidem incedit *AC*, erunt, (per eaſdem *Euclidis*) anguli alterni *BAC* & *A*CD æquales. *A*tq; ita in triangulo *ABC* duo anguli æquantur duobus angulis trianguli ADC, utriq; utriſq; & latus etiam ac triangulo vtriq; eſt commune; Itaq; per 4. prop. 1. lib. *Euclid.* angulus tertius *B* æquatur tertio D, & latus BC lateri *A*D, ut & latus *A*B lateri CD. Dejnde ſi angulis *BA*C & *A*CD æqualibus addantur æquales BCA & C*A*D, fiunt toti BAD & BCD etiam æquales per axiom. comm. *Euclid.* 2. Proinde in omni parallelogrammo non tantum oppoſita latera, ſed etiam oppoſiti anguli æquantur. Deniq; cùm ſingula latera trianguli *ABC* ſingulis lateribus trianguli *AD*C ſunt æqualia, & æquales etiam ſint in utroq; anguli ſinguli ſingulis æqualibus lateribus comprehenſi, ſequitur per citatam 4. prop. 1. lib. *Euclid.* triangula *A*BC & *A*DC penitus eſſe æqualia.

38 *II. Parallelogrammum æquatur ſuis diagonalibus & complementis, omnibus ſc. ſimul ſumptis,*

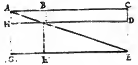
Quæ propoſitio demonſtrabitur infra §. 48. huius, & de magnitudinibus irrationalibus cap. 3. §. 10. item part. 2 cap. 3. §. 17.

39 *III. Diagonalia ſunt tam toti parallelogrammo, quàm inter ſe ſimilia, ſimiliterque ſita.*

Euclid. prop. 24. lib. 1.

Hic demonſtrandum prius eſt, diagonalia *A*BIH & IDEF ſingula toti parallelogrammo *A*C E G eſſe ſimiliter ſita. Demonſtratio facilis eſt. Primum de diagonali *A*BIH. *A*ngulus HAB idem eſt, qui G*A*C parallelogrammi totius *ABI*, propter parallelas *B* F & C*E*, æquatur ſimiliter

liter ſito *ACE* & *AHI*. ęquatur ſimiliter ſito *AGE* & ſic quartus etiam HIB quarto GEC. Proinde diagonale ABIH parallelogrammo toti *ACEG* æquiangulum & ſimiliter ſitum, conſequenter & ſimile eſt; Idem eodem modo demonſtratur de diagonali altero IDEF. Iam autem quę uni tertio ſunt ſimilia & ſimiliter ſita, etiam inter ſe ſunt ſimilia & ſimiliter ſita per axiom. comm. 1. & 4. lib. 1. *Euclid.*



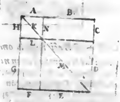
40 *IV. Complementa parallelogrammi ſunt inter ſe æqualia.*

Euclid. prop. 43. lib. 1.

In præcedenti parallelogrammo triangula *ACE* & *AEG* per prop. 34. lib. 1. *Euclid.* citatam ſunt æqualia. Per eandem etiam æqualia ſunt triangula I DE & *EFI*. Iam ſi horum poſteriorum ſumma ſubtrahatur à ſumma priorum, reſidua trapezia AEDI & *AIFG* ſunt æqualia per axiom. comm. 3. *Euclid.* Porro etiam triangulum *ABI* per prop. 43. lib. 1. *Euclid* ęquatur triangulo AIH: proinde ſi triangulum ABI ſubtrahatur à trapezio ACDI, & triangulum AIH à trapezio AIFG, reſidua parallelogramma HIFG & BCDI erunt invicem æqualia, quod demonſtrandum erat.

Prȩterea in hoc parallelogrammo ita ſecto multifaria apparet proportio. *Ex. gr.*

I.	ut	H	ad	L,	ſic	H	+	G	ad	*F*	+	E.
II.	ut	L	ad	K,	ſic	*F*	+	*E*	ad	M	+	k.
III.	ut	*K*	ad	N,	ſic	K	+	M	ad	D	+	C.
IV.	ut	L	ad	N,	ſic	*F*	+	*E*	ad	*D*	+	C.
V.	ut	N	ad	*K*,	ſic	C	+	D	ad	M	+	k.
VI.	ut	k	ad	*A*,	ſic	M	+	k	ad	*A*	+	*B*.
VII.	ut	N	ad	A,	ſic	D	+	C	ad	*B*	+	*A*.
VIII.	ut	*A*	ad	K,	ſic	*B*	+	*A*	ad	K	+	M.
IX.	ut	k	ad	H,	ſic	K	+	M	ad	G	+	H.
X.	ut	*A*	ad	H,	ſic	*B*	+	*A*	ad	G	+	H.



41 *Et tantum de affectionibus theoreticis; reſtant practica, quæ duæ ſunt:*

Auctio & diminutio parallelogrammorum, quæ hic ob compendii rationem omittimus, & Lectorem ad *Simonem Stevinum, Ludolphum à Ceulen, Adrianum Metium, Danielem Schventer*, aliosq; Geometras ablegamus.

42 *Quadratorum ſpecies quod concernit, diſtinguimus illud ipſum in Quadratum perfectum & imperfectum.*

43 *Quadratum perfectum eſt magnitudo rectangula conſtans ex duobus quadratis et totidem rectangulis* (per rectangulum intelligo oblongum) *ſub inæqualibus lateris ſegmentis ſitis.*

44 *Et eſt hoc Quadratum Perfectum triplex: vel ſummæ laterum, vel eorundem differentiæ, vel ex eorundem ſumma & differentia mixtum.*

F *Qua-*

45 *Quadratum perfectum ſummæ laterum eſt magnitudo rectangula ſuper totam lineam A + B deſcripta.*

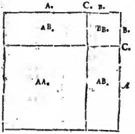
46 *Cuius ſpectatur Geneſis & Analyſis*; de qua hic nihil, ſed capite ſequenti.

Antequam verò ad ipſius Geneſin accedamus, ob oculos nobis ponere placet propoſitionem 4 lib. 2. *Euclidis*, quæ horum quadratorum geneſi & analyſi non mediocrem lucem afferet. Eſt autem talis: *Si numerus in duas partes utcunq; dividatur, erunt, partium quadrata, una cum duobus partium rectangulis, æqualia quadrato totius.* Ratio eſt, quia totum æquatur omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis. Vt ſi numerus 14 dividatur in 12 & 2, id eſt A + B dividatur in A & B, erit AA videlicet quadratum majoris partis A 144, & BB quadratum minoris partis B 4, Quod ex ductu A in B, id eſt, ex 12 in 2 fit rectangulum AB 24, hoc vero bis acceptum, id eſt. 2 AB 48. ſed 144, 4 & 48 conſtituunt 196, quantum etiam facit quadratum AA + 2. AB + BB totius lineæ A + B, 14 vel 12 + 2. id eſt, ut ante, 196. Vt in appoſito ſchemate linea A + B eſt in C diviſa in duas partes inæquales: quadratum partis AC ſeu A eſt magnitudo AA: quadratum vero partis BC ſeu B eſt magnitudo BB: Rectangula ſub partibus A & B contenta ſunt 2. AB; at hæc quatuor AA, BB & 2. AB æqualia ſunt totius lineæ A + B magnitudini. Vocetur itaq; ut ſuperius dixi, pars AC, A, & BC, B: & ſit A + B tota linea, totum quadratum erit AA + 2. AB + BB: nam AA ſignificat quadratum ſuper A lineam deſcriptum: 2. AB denotant rectangula ab A & B lineis facta. Quadratum BB eſt delineatum ſub ipſa linea B. *Fit autem hæc formula AA + 2. AB + BB ex multiplicatione magnitudinis A + B in ſe.* Nam A in A ductum dat AA; A in B dat AB, rurſus B in A dat AB vel BA, quod eſt perinde; deniq; B in B ductum facit BB. Quando enim ducitur A in A aut B in B, mutatur poteſtas minor in proxime majorem, ut A in AA, B vero in BB. Quando autē ducitur A in B, aut quod idem, B in A, poteſtas non mutatur, ſed ex utraq; fit AB. Ergo hæ formulæ duæ AA + AB & AB + BB conjunctæ conſtituunt AA + 2. AB + BB, quod erat demonſtrandum. Vt:

A + B
A + B

AA + AB
AB + BB

AA + 2. AB + BB.



47 *Hæc magnitudo inventa AA + 2. AB + BB eſt Regula omniū quadratorum ſummæ laterum, ſecundum quam omnia latera propoſita in numeris in ſe ducuntur.*

Ex. gr. Sit (ut ſupra A 12, B 2, erit magnitudo A + B 14, uti ex Additione liquet: Invenienda eſt area quadrati ſuper lineam A + B delineati. Dico autem, cùm duæ priores ſpecies AA in magnitudine inventa ſint quadratum, ſignificabit etiam priorem magnitudinem ſc. 1 eſſe in ſe multiplicandam, ut ſit 1 (unitas enim non multiplicat, nec dividit). Idcirco 1. æquabitur AA. Deinde in prædicta magnitudine inventa occurrunt 2. AB. id eſt, bina rectangula, quorum areæ non eruuntur ex multiplicatione magnitudinis in ſeſe, ſed potius ex ductu unius magnitudinis per alteram, latitudinis videlicet per longitudinem & contra. Sic in hoc exemplo 14 unitas ducta in 4 gignit 4, quæ bis ſumpta procreant 8, & hæc æquabuntur 2. AB. Deniq; in magnitudine citata videtur BB quadratum, quod indicat 4 eſſe in ſe multiplicanda, ut fiant 16; ſic hæc 16. æqualia erunt quadrato BB. Quæ tres productæ magnitudines ſeorſim ſtatuantur, & in unam ſummam colligantur, & erit huius dati numeri 14 quadratum inventum 196, quod voluit quæſtio. Vt:

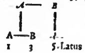
A. B
1 4

1 — AA.
8 — 2. AB
16 — BB +

196. AA + 2. AB + BB.

Secundum exemplum.

Sit datum latus quadrati 135, ex quo componitur quadratum hoc modo: pro quadrato *AA* duc primum *A*, quod valet 1, in ſeſe, & habebis 1. pro *AA*; deinde du: *A* 1 in *B* 3, & habebis 3 pro *A*B rectangulo, hoc propter 2. *AB* colloca bis, vel duplica, ut habeas 6; tertio *B* 3 duc in ſe pro altero quadrato *BB*, ſc. 9 quos numeros hoc modo colloca & adde, ut ſumma ſit 169 pro altero quadrato AA 1. quarto multiplica ſecundũ A 13 per *B* 5, factumq; 65 propter 2. AB bis pone; quinto B 5 duc in ſe, & factus erit BB 25; ultimo addantur AA 169 2. AB 130 & BB 25, factumq; eſt quadratum 18225 ex latere dato 135, quod fieri oportuit. Vt;



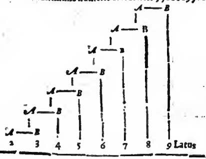
1 —————— A *A*
3 ——— *A* 6
3 ——— *A* 6
9 —— *B*B +

1 6 9 —— *AA*
65 —— *A*B
65 —— *A*B
25 --- BB +

1 8 225. Quadratum.

Tertium exemplum.

Sit datum quadrati latus 23456789, quod ſi iuxta praecedentia exempla compoſueris, invenits ejus quadratum conſiſtere in hiſce vaſtiſſimis numeris 1. videlicet 550220950190521.



4 —————————— AA
6 —————————— AB
6 —————————— *AB*
9 —————————— *BB* +

5 2 9 —————————— *AA*
9 2 —————————— *AB*
9 2 —————————— *AB*
16 —————————— *BB* +

5 4 7 5 6 —————————— *AA*
1 1 7 0 —————————— *AB*
1 1 7 0 —————————— *AB*
25 —————————— BB +

5 4 9 9 0 2 5 —————————— *AA*
1 4 0 7 0 —————————— AB

14070 — AB
36 — BB

550183936 — AA
164192 — AB
164192 — AB
49 — BB

5302167489 — AA
1876356 — AB
1876536 — AB
64 — BB

5502205279684 — AA
21111102 — AB
21111102 — AB
81 — BB

5502209501975 21. Quadratum.

48 *Abſq; beneficio huius Regulæ geneſis datarum magnitudinum inſtituitur hiſce tribus potiſſimum modis*: quorum

I. Fit hoc modo: *ducatur numerus propoſitus in ſe, & proveniet quæſita magnitudo.* Ex. gr. ſit datus hic numerus 14 in ſe multiplicandus, ut appareat ejus quadratum 196 ut ſupra.

14 A + B
14 * A + B *

56
14

196. pro AA + 2. AB + BB.

2. Præſuppone hic A eſſe 12 partium, qualium B 2. Ita multiplicabis 12. in ſe, ut factus ſit AA 144, deinde B 2 in ſeſe, ut factus ſit BB 4, tertio duces A 12 in B 2 ut ſint 24, quæ propter 2. AB, id eſt, duplex rectangulum duplicata conſtituent 48. Vltimo addes 144, 4 & 48, ut habeas magnitudinem quæſitam ſc. quadratum 196. Vt:

12 A. | 2 B. | A. 12 | 144
12 * | 2 * | B. 2 * | 4
 | | | 48 +
24 | 4 BB. | 24. AB. |
12 | | 2 * | 196.
 | | | AA + 2. AB + BB.
144. AA. | | 48. 2. AB. |
4 &c.

49 3. *Vltimò aliis & quidem variis multiplicationibus, multiplicationi ſpecierum ſimilimis obtineri poteſt magnitudo quæſita; ſi ſc. quadrati latus datum in duas inæquales partes, eaſq; modo majores modo minores diviſeris.*

Ex. gr. ſi quadrati lateris ſegmentum majus A ſtatuas partium 13, qualium B 1. Vel A 12. B 2. Vel A 11 & B 3. Vel A 10 & B 4. Vel A 9 & B 5. Vel A 8 & B 6. Vel A 7 & B 7. Quæ erit operatio ultima, & per alias plures quam hasce ſeptem hoc oblatum problema reſolvi nequit. Vt:

I.

13 + 1
13 + 1 *

169 + 13
13 + 1

169 + 26 + 1.
26
1 +

196.

II.

12 + 2
12 + 2 *

144 + 24
24 + 4

144 + 48 + 4
48
4 +

169.

III.		IV.	
	11 + 3		10 + 4
	11 + 3 *		10 + 4 *
	121 + 33		100 + 40
	33 + 9		40 + 16
	121 + 66 + 9		100 + 80 + 16
	66		80
	9 +		16 +
	196.		196.

V.		VI.	
	9 + 5		8 + 6
	9 + 5 *		8 + 6 *
	81 + 45		64 + 48
	45 + 25		48 + 36
	81 + 90 + 25		64 + 99 + 36
	90		96
	25 +		36 +
	196.		196.

VII.

7 + 7
7 + 7 *

49 + 49
49 + 49

49 + 98 + 49
49
49 +

196.

Exemplum 2.

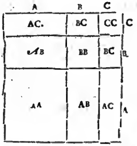
50 *Quadrati perfecti ſummæ laterum.*

Sit linea vel latus quadrati diviſum in tres partes inæquales, videlicet in partes *A*. *B* & C, quærenda ſunt quadrata & parallelogramma, quæ ſub hiſce partibus continentur? Et quadrata erunt tria: *AA*, BB & CC; rectangula verò ſeu parallelogramma ſex: duo etenim ſunt rectangula *A* B, duo etiam BC, duo itidem AC, quæ omnia ſimul iuncta faciunt rectangula numero ſex. Erit itaq; quadratum quæſitum *AA* + 2. *AB* + 2. AC + BB + CC. Vt:

A + B + C
A + B + C *

*A*A + *A*B + AC
AB + BB + BC
AC + BC + CC

AA + 2. *A*B + 2. AC + BB + 2. BC + CC.



In Numeris. Sit linea A 6 partium, qualium B 2, & C 1, erit tota linea A + B + C, 6 + 2 + 1, quæ in ſe invicem ducta dabunt pro facto AA + 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + CC, 36 + 24 + 12 + 4 + 4 + 1, id eſt, per additionem, 81. Non ſecus ac ſi tota linea A + B 9 in ſe duceretur. Vt

6

6 + 2 + 1 ——— 9
6 + 2 + 1 * ——— 9 *

35 + 12 + 6   81.
12 + 4 + 2
6 + 2 + 1

36 + 24 + 12 + 4 + 1.
24
16
4
1 +

81.

	6.	2.	1.	
	6.	2.	1.	1.
	12.	4.	2.	2.
	36.	12	6.	6.

Exemplum 3.

51 *Quadrati perfecti ſummæ laterum.*

Si datum latus quadrati in 4. partes inæquales diviſum, quarum prima & maxima ſit A, minor ſecunda B, tertia C, quarta D, quæritur magnitudo ab hiſce facta, id eſt, quæruntur omnia & ſingula quadrata & rectangula, quæ ſub quatuor hiſce lateris quadrati ſectionibus comprehenduntur? R. quadrata erunt hæc quatuor: AA, BB, CC, & DD. Rectangula vero duodecim, ut ſunt hæc ſequentia: 2. AB, 2. AC, 2. BC, 2 BD, 2. CD, ita ut magnitudo tota producta ſit AA + 2. AB + 2. AC + BB, + 2. AD + 2. BC + 2. BD + CC + 2. CD + DD. Vt:

A	B	C	D	
AD	BD	CD	DD	D
AC	BC	CC	CD	C
AB	BB	BC	BD	B
AB	AB	AC	AD	A

A + B + C + D
A + B + C + D *

AA + AB + AC + AD
AB + BB + BC + BD
+ AC + BC + CC + CD.
+ AD + BD + CD + DD.

A A + 2. + AB + 2 AC + BB + 2. AD + 2. BC + 2. BD + CC + 2. CD + DD.

In numeris. Datum ſit ſegmentum A partium 8, qualium B ſit 6, C 4 & D 2. ut ſit tota magnitudo data A + B + C + D, 8 + 6 + 4 + 2, quæ in ſe ducta producit magnitudinem factam A A + 2 AB + 2. AC + BB + 2. AD + 2. BC + 2 BD + CC + 2. CD + DD, 64 + 96 + 100 + 80 + 40 + 16 + 4. Hæc facta ſingula membra in unam ſummam collata pariunt 400, non aliter, ac ſi tota magnitudo A + B + C + D, id eſt, 8 + 6 + 4 + 2. quod eſt, 20 in ſe multiplicaretur, ut proveniat idem 400. Vt:

8	6	4	2	
16	12	8	4	2
32	24	16	8	4
48	36	24	12	6
64	48	32	16	8

64

8 + 6 + 4 + 2 —— 20
8 + 6 + 4 + 2 —— 20 *

64 + 48 + 32 + 16 400.
48 + 36 + 24 + 12
32 + 24 + 16 + 8
16 + 12 + 8 + 4

64 + 96 + 100 + 80 + 40 + 16 + 4. id eſt.
96
64
80
16
4 +

400

Exemplum 4.

52 *Quadrati perfecti ſummæ laterum, & quidem in ſpeciebus heterogeneis;*

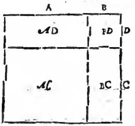
Quæ mere proferent parallelogrammia, nulla quadrata, prout alioquin hemogeneę.

Ex. gr. ſit datum quadratum, cujus latus ſit A + B, eiuſq; partes A & B, item ab altera parte C & D hiſce prioribus A & B inæquales. Si itaq; latus A + B multiplicaveris per alterum latus C + D, erit ex datis lateribus facta magnitudo AC + BC + AD + BD, compoſita ſc. ex quatuor rectangulis inæqualibus.

A + B
C + D *

AC + BC
AD + BD

AC + BC + AD + BD.



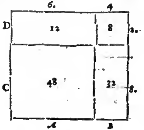
In Numeris. Sit ſegmentum A partium 6. & B 4, qualium C 8 & D 2. Erit latus quadrati A + B 10, ſicuti & alterum 10. Multiplicentur iam 6 + 4, per 8 + 2, proveniunt pro magnitudine AC + BC + AD + BD, 48 + 44 + 8, id eſt, 100.

6 + 4 —— 10
8 + 2 —— 10 *

48 + 32 100
12 + 8

48 + 44 + 8
44
8 +

100.



Hoc etiam in parallelogrammis ſeu rectangulis locum inveniunt.

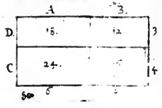
53 Ex. gr. datur parallelogrammum ABCD, cujus longitudo ſit A + B 10, & A 6, B 4. Latitudo ſit C + D 7, ita ut C ſit partium 4, qualium D 3. Multiplicatis igitur 6 + 4 per 4 + 3 invenietur peracta multiplicatione area AC + BC + AD + BD, 24 + 34 + 12, id eſt, per additionem 70, uti patet ex multiplicatione 10 per 7, quæ tantundem teſtituit. Vt:

6 + 4 ——— 10
4 + 3 ——— 7 *

24 + 15   70.
18 + 12

24 + 34 + 12
34
12 +

70.



54 *Quadratum perfectum differẽtia laterum, eſt magnitudo rectangula ſuper ſegmentum A —— B deſcripta:*

Eſtq; ejuſmodi: *AA* —— 2 *AB* + *BB*. Nam linea *A* —— *B* æquatur lineæ CD, & eidem A —— *B* lineæ æquatur ab altera quadrati parte linea DE. Itaq; quadratum CE, quod ab hiſce duabus *A* —— *B*, id eſt, CD & DE lineis deſcriptum eſt, erit quadratum propoſitum differentiæ laterum, videlicet *AA* —— 2. AB + *BB*.

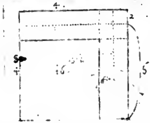
55 *Datâ ergo differentiâ laterum A —— B, quærenda eſt quadrati perfecti differentiæ laterum area ſeu ſuperficies?*

Dico eam eſſe (ut ſupra) *AA* —— 2. *A*B + *B*B. *Hæc facta magnitudo eſt regula omnium perfectorum quadratorum ſuper differentiam laterum deſcriptorum*, cujus praxin cernimus in numeris, de qua aliquid expoſuimus ad regulam omnium quadratorum perfectorum ſummæ laterum.

A —— B
A —— *B* *

AA —— *AB*
AB + BB

AA —— 2. AB + BB.



In Numeris. Ex. gr. ſit data magnitudo A 6. B verò 2, erit *A* —— *B*, id eſt, differentia laterum 4, quæ in ſe multiplicata producunt 36 —— 24 + 4, hoc eſt, 16. quantum producit 4 in ſe ducta. Vt:

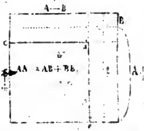
6 —— 2 ——— 4
6 —— 2 ——— 4 *

36 —— 12   16.
12 + 4

36 —— 24 + 4
4 +

40
24 ——

16.



Huius exempli inverſio eſt ejuſmodi:

56 Sic, ut prius erat A —— B, in numeris 6 —— 2; ita hic B —— A erit 2 —— 6, (qui eſt numerus fictus) quæ in ſe multiplicata faciunt *BB* —— 2. *BA* + *AA*, in numeris 16. Vt:

B—A
B—A *

BB—BA
BA + AA

BB—2. BA + AA.

2—6
2—6 *

4—12
12 + 36

4—24 + 36.
36 +

40
24—

16.

57 Habinc Regulæ perfectorum quadratorum differentiæ laterum ſc. AA—2. AB + BB, vel BB—2. AB + AA dicuntur ſaltem reſpectu ſpecierum, non verò numerorum, quia in numeris differentiam illam non habemus ſub duobus nominibus, ſed facta ſubductione uno effertur nomine. Vt in numeris non dico 9—5, ſed, facta ſubtractione, uno nomine effero ſc. 4.

58 *Eſt præterea hic notatu dignum, proponi poſſe magnitudinem, quæ habeat duo latera quadrati inequalia; ſive (quod idem eſt) dari poſſe duos numeros inequales, quorum uterq; per ſe ipſum multiplicatus gignat eundem numerum.*

Nam hæ duæ magnitudines A—B & B—A, ſi utraq; in ſe multiplicetur, producunt AA—2. AB + BB, vel, (quod perinde eſt) BB—2. AB + AA, ut expertus es: Cùm tamen ipſæ magnitudines multiplicatæ inter ſe ſint valde inæquales. Ad hoc declarandum, ſit & valeat A quadratum, B vero latus, & A—B reſolvatur per latus 2, ut efficiat 8—6, hoc eſt, 2, qui numerus in ſe multiplicatus facit 4, qui æquatur magnitudini productæ AA—2. AB + BB, quia hæc per idem latus 2. reſoluta, reſtituat quoq; 4. Poſterior vero B—A efficit 6—8, hoc eſt, 0—2, qui numerus in ſe ductus procreat quoq; 4. ſi leges multiplicationis ſerventur. Itaq; tam magnitudo A—B quam B—A eſt latus quadrati hujus magnitudinis productæ: AA—2 AB + BB vel BB—2. AB + AA. Quod ſane mirum imo paradoxum videri poſſet, quamvis tamen ita rem ſe habere, laterum reſolutiones & magnitudines factæ evidentur demonſtret.

Hoc ipſum etiam apparet in numeris.

59 Nam uterq; horum numerorum 6—2 & 2—6, hoc eſt 4 & 0—4 in ſe multiplicata procreant 16, ut ſupra vidiſti. Idemq; in infinitis aliis numeris experiri licebit. Quod ſi multiplicentur 6—2 per 2—6, producetur numerus 24—40 hoc eſt, 0—16. At ex ductu A—B in B—A procreatur magnitudo AB—BB—AA + AB, quæ (eodem, ut ſupra, valore retento) reſoluta, per latus 2, efficit 32—36, id eſt, 0—4, cùm tamen illarum utraq; in ſe ducta magnitudo faciat 4. Vt.

A—B
B—A *

AB—BB
—AA + AB

AB—BB—AA + AB

6—2
2—6 *

12—4
36 + 12

12—40 + 12
12 +

24
40—

24—40. Vel

0—16.

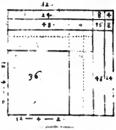
60 *Exemplum 2.*

Sint multiplicanda A—B—C in ſe, id eſt, per eadem lateris ſegmenta A—B—C, procreabitur magnitudo AA—2. AB—2. AC + BB + 2. BC + CC. Vt:

A B — — C
A B — — C *

AA — AB — AC
— AB + BB + BC
— AC + BC + CC

AA — 2. AB — 2. AC + BB + 2. BC + CC.



In Numeris. Valeat A 12 B 4 & C 2. Erit tota magnitudo A + B + C, 12 + 4 + 2, ſicuti A — B — C 12 — 4 — 2, id eſt 6, quæ ducantur in ſe invicem, ut prodeat 144 — 96 — 48 + 16 + 16 + 4, id eſt, 36 pro magnitudine quæſita AA — 2. AB — 2. AC + BB + 2. BC + CC. Vt hinc liquet.

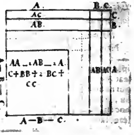
12 — 4 — 2 ═══ 6
12 — 4 — 2* ═══ 6*

144 — 48 — 24 36
48 + 16 + 8
— 24 + 8 + 4

144 — 96 — 48 + 16 + 16 + 4
16 96 +
16 144 +
4 +

180
144 —

36.



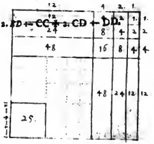
61 *Exemplum* 3.

Datur magnitudo ſecta in 4. partes inæquales, quarum prima ſit A, ſecunda B, tertia C, quarta D, multiplicandæ autem veniunt omnes hæ partes A — B — C — D in ſe, quæritur qualitas & quantitas magnitudinis quæſitæ? R. AA — 2. AB — 2. AC + BB — 2. AD + 2. BC + 2. BD + CC + 2. CD + DD. Vt:

A — B — C — D
A — B — C — D*

AA — AB — AC — AD
AB + BB + BC + BD
— AC + BC + CC + CD
— AD + BD + CD + DD

AA — 2. AB — 2. AC + BB — 2. AD + 2. BC + 2. BD + CC + 2. CD + DD.



In

In Numeris. Sit A 12, *B* 4, C 2 & D 1. erit A — *B* — C — D, 12 — 4 — 2 — 1. quæ in ſe multiplicata reddunt pro magnitudine quadrata *AA* — 2. *A*B — 2. *A*C + *B*B — 2. *A*D + 2. *B*C + 2. BD + CC + 2 CD + DD. 144 — 96 — 48 + 16 — 24 + 16 + 12 + 4 + 1. id eſt per additionem & ſubductionem 25. Vt:

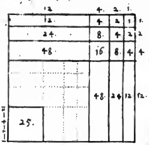
12 — 4 — 2 — 1 ============ 5
12 — 4 — 2 — 1 ============ 5 *

144 — 48 — 24 — 12 25.
48 + 1 + 8 + 4
— 24 + 8 + 4 + 2
— 12 + 4 + 2 + 1

144 — 96 — 48 + 16 — 24 + 16 + 12 + 4 + 1.
16 96
16 24 +
12
4 168.
1 +

193
168 —

25.



Exemplum 4.

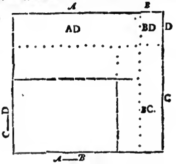
62 *Quod eſt in ſpeciebus heterogeneis.*

Hæc Multiplicatio merè producet parallelogramma ſeu oblonga, ſicuti ſpecies homogeneæ genuerunt quadrata. *Ex. gr.* datur quadrati latus unum diviſum in partes inequales *A* + *B*, alterum in C + D, auffer à prioris lateris ſegmento *A*, ipſum *B*, erit reſiduum ſegmentum *A* — *B*. Itidem à poſteriori lateris C + D ſegmento C auffer ipſum *D*, ut reliquum ſit C — D. Multiplicatis iam *A* — *B* per C — D, erit magnitudo deſiderata *A*C — C*B* — *A*D + *B*D. Vt:

A — *B*
C — D *

*A*C — BC
*A*D + *B*D

AC — *B*C — *A*D + *B*D.



In Numeris. Datur quadratum, cujus ſegmentum *A* 8, ſegmentum *B* 2, C 6, D 4; eritque *A* — *B* 6 & C — D 2. ducatur iam 6 — 4 in 8 — 2, id eſt ducãtur 2 in 6, ut facta magnitudo *A*C — BC — *A*D + *B*D ſit 48 — 44 + 8, hoc eſt, 12.

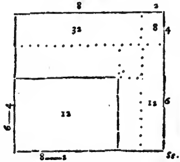
8 — 2 ============ 6
6 — 4 ============ 2 *

48 — 12 12.
32 + 8

48 — 44 + 8
8 +

56
44 —

12.



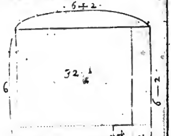
63 *Sequitur Quadratum mixtum ex laterum ſumma & differentia. Quæ Multiplicatio non producet quadrata ſed oblonga.*

Ex. gr. Sit data ſumma laterum A + B, ſit itidem data eorundem laterum differentia A — B, quærenda eſt differentia quadratorum, quæ erit per multiplicationem A + B & A — B factam AA — BB. Nam quadratum AA — BB æquatur rectangulo CD, quia quadratum AA æquale eſt quadrato CE. Quadratum vero CE — quadrato BB æquatur rectangulo CD, ratio eſt, quia rectangulum G æquale eſt rectangulo F, ſequitur ergo, quod laterum ſumma A + B & eorundem differentia A — B inter ſe multiplicata producant quadratum AA — BB quadrato, illud ſuper lineam A, hoc vero ſuper B deſcriptum, quod demonſtrandum fuit.

A + B
A — B *

AA + AB
— AB — BB

AA — BB



In Numeris. Sit data ſumma laterum A + B 6 + 2, id eſt, 8. Sit iterum data differentia eorundem laterum A — B, 6 — 2, id eſt, 4, quæritur ex hiſce duobus datis numeris factus, qui reſpondeat valore ſuo magnitudini quæſitæ AA — BB? R. 36 + 12 — 12 — 4, hoc eſt, 32. Vt:

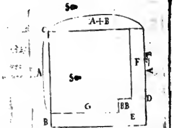
6 + 2 ——— 8
6 — 2 ——— 4 *

36 + 12
— 12 — 4

36 + 12 — 12 — 4 ——— vel

36 — 4
4 —

32.



64 *Exemplum 2.*

Sint multiplicanda A + B — C per A — B + C, erit magnitudo producta, & quæſita AA — BB + 2. BC — CC. uti ex calculo liquet.

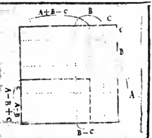
A + B — C
A — B + C *

AA + AB — AC
— AB — BB + BC
+ AC + BC — CC

AA + AB — AB — AC — BB + AC + 2. BC — CC
— AB — AC —

——— id eſt.

AA — BB + 2. BC — CC, magnitudo quæſita.



In Numeris. Sit lateris quadrati ſegmentum maius A partium 6, B 4, C, 2. Erit A + B 6 + 4 & A + B — C 6 + 4 — 2. Sic in altero multiplicantium *A* — B erit 6 — 4, & A — *B* + *C* 6 — 4 + 2, quæ in ſe ducta eliciunt magnitudinem quæſitam *AA* — *BB* + 2. *B*C — CC ſc. 36 — 16 + 16 — 4 id eſt, 32. *Aliter* formabis calculum hoc modo, dicendo: *A* + *B* — C, id eſt, 6 + 4 — 2 æquantur 8, ſimiliter A — *B* + C ſeu 6 — 4 + 2 æquantur 4, cui æquabuntur conjunctim 8 & 4, ſi in ſe multiplicentur ſ 32 ut ſupra.

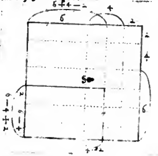
6 + 4 — 2 ═══════ 8
6 — 4 + 2 ═══════ 4 *

36 + 24 — 12 32.
— 24 — 16 + 8
+ 12 + 8 — 4

36 + 24 — 24 — 12 — 16 + 12 + 16 — 4
— 24 — — 16 — 12 —

36 — 4
4 —

32.



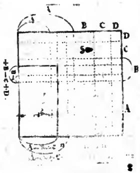
65 *Exemplum 3.*

Sit datum latus quadrati diviſum in 4. partes inæquales. Sc., in A, B, C, D, & ſit multiplicandum A + B — C + D per *A* — B + C — D exſurget magnitudo deſiderata *AA* — *BB* + 2. *BC* — *CC* + 2. BD + 2. *C*D — DD. Vt:

A + *B* — *C* + D
A — B + *C* — D *

AA + *A* B — *AC* + AD
— AB — BB + BC — BD
+ *AC* + *BC* — *CC* + *C*D.
— AD — BD + *C*D — *DD*

AA — BB + 2. BC — *CC* — 2. BD + 2. CD — DD.



In Numeris. Sit datum A 8, B 6, *C* 4, & D 2, erit *A* + B — C + D 8 + 6 — 4 + 2 id eſt, 12; erit etiam *A* — B + *C* — D, 8 — 6 + 4 — 2, hoc eſt, 4 quæ in ſe multiplicata dant pro magnitudine quæſita AA — BB + 2. BC — CC — 2. *B*D + 2. CD — DD, 64 — 36 + 48 — 40 + 16 — 4 hoc eſt, 48.

8 + 6 — 4 + 2 ——— 12
8 — 6 + 4 — 2 ——— 4

64 + 48 — 32 + 16   48.
— 48 — 36 + 24 — 12
+ 32 + 24 — 16 + 8
— 16 — 12 + 8 — 4

64 — 36 + 48 — 40 + 16 — 4.   id eſt, 4
48   36
16 +   4 +

128   80.
80 —

48.



66 *Sequitur Multiplicatio magnitudinum heterogenearum ex ſumma, & differentia laterum petitarum.*

Vt ducenda ſint A + B in C — D, erit quæſita magnitudo facta AC + BC — AD — BD. hoc, ut ſequitur, modo: Vt

A + B
C — D *

AC + BC
— AD — BD

AC + BC — AD — BD.



In Numeris. Ad hoc declarandum per numeros deſcribatur oblongum, cujus longitudo ſecta eſt in duas partes inæquales, quarum major eſt partium 6, minor 5. Latitudo vero, cujus ſegmentum majus 8 & minus 4. Si itaq; multiplicaveris longitudinem totam A + B, id eſt, 6 + 5 (quæ conſtituunt 11) per differentiam ſegmentorum latitudinis, C — D, id eſt, 8 — 4. (quæ faciunt 4) factum eſt oblongum ſuper ſummam ſegmentorum longitudinis, & ſuper differentiā ſegmentorum latitudinis deſcriptum, ſc. pro AC + BC — AD — BD, 48 + 40 — 24 — 20, id eſt, 44.   Vt

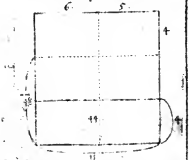
6 + 5 ——— 11
8 — 4 ——— 4*

48 + 40   44.
— 24 — 20

48 + 40 — 24 — 20
40 +   20 +

88.   44.
44 —

44.



67 Et tantum tam de quadrato quàm oblongo perfecto; ſuccedit (ex §. 37. hujus) Quadratum imperfectum, quod perficiendum, vel ad perfectum reducendum, quę reductio non levem uſum habet ad oblata problemata analyticè ſolvenda.

Sicuti autem Quadratum perfectum conſtat ex duobus quadratis & totidem rectangulis ſub inęqualibus laterum ſegmentis; *ita quotieſcunque occurrit præter magnitudinem in ſe ipſam ductam*

latus

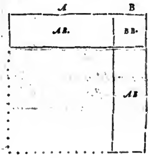
latus eiuſdem quadrati in aliam magnitudinem ductum, toties occurrit Quadratum imperfectum. Et dicta illa magnitudo Coëfficiens dicitur, ſemperq; intelligitur eſſe latus duplicatum abſentis quadrati. Si vero illud latus expreſſam magnitudinem Coefficientem non habuerit, intelligitur tamen habere unitatem adſcriptam. Sic $\mathcal{A} + \mathcal{A}\mathcal{A}$, item $B + BB$ erit 1. A + $\mathcal{A}\mathcal{A}$, item 1.B + BB. Vt:

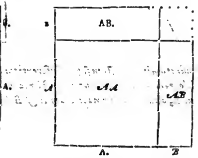
$$\frac{\mathcal{A} + \mathcal{A}\mathcal{A}}{1.\ \mathcal{A} + AA} \qquad \frac{B + BB}{1.\ B + BB}$$

68 ***Hoc Quadratum inperfectum duplex eſt, Summæ laterum, & eorundẽ differẽtiæ.***

69 ***Quadratum imperfectum ſummæ laterum eſt Gnomon,***

Qui, docente *Euclide* defin. 2. lib. 2. eſt alterum diagonale cum duobus complementis. Id eſt, quadratum imperfectum ſuper ſummam laterum extructum continẽs bina rectangula ſc. 2. $\mathcal{A}$B & quadratum unicum, puta $\mathcal{A}\mathcal{A}$ vel BB. Et notatur hoc modo: $\mathcal{A}\mathcal{A}$ + 2. AB, vel BB + 2. $\mathcal{A}$B. Vt:





70 ***Hujus Quadrati Imperfecti requiritur Perfectio***, id eſt, ad Perfectum reductio.

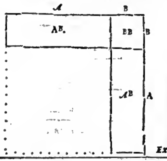
Perficere autem quadratum imperfectum ſummæ laterum eſt binis illis rectangulis ſc. 2. $\mathcal{A}$B & inſuper quadrato (ſive illud fuerit $\mathcal{A}\mathcal{A}$, ſive BB) *addere reliquum quadratum abſens.* Ex. gr. ſit quadratum imperfectum ſummæ laterum datum $\mathcal{A}\mathcal{A}$ + 2. $\mathcal{A}$B, quadratum abſens, quod inveniendum & toti addendum eſt BB. Ad quod faciendum dico, quadrati $\mathcal{A}\mathcal{A}$ latus ſc. $\mathcal{A}$ duplicatum eſt 2. A, ergo ſimplex latus erit $\mathcal{A}$ quod in ſe ductum facit quadrati $\mathcal{A}\mathcal{A}$ aream. Rurſus idẽ latus $\mathcal{A}$ multiplicatũ per B & productũ duplicatũ facit duo rectãgula ſc. 2. AB. Et hoc modo inveni quadratum imperfectum ſummæ laterum AA + 2. AB. Vt autem hoc perficiatur dicito: Magnitudo Coefficiens eſt 2. B, hujus dimidium ergo 1. B, quod in ſe ductum conſtituit ſuperficiem quadrati abſentis quæſitam BB, quæ area reliquo quadrato & rectangulis addita efformat integrum quadratum ex duobus quadratis & totidem parallelogrammis ſub inæqualibus lateris ſegmentis conſtitutum, videlicet $\mathcal{A}\mathcal{A}$ + 2. $\mathcal{A}$B + BB. Vt:

2. $\mathcal{A}$ $\mathcal{A}$ B
2. ÷ B * B *

A AB BB
A * 2 *

$\mathcal{A}\mathcal{A}$ 2. $\mathcal{A}$B.
2. $\mathcal{A}$ B
B B +

AA + 2. $\mathcal{A}$B + BB. Cujus latus $\mathcal{A}$ + B.



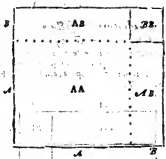
Ex-

Aliud exemplum.

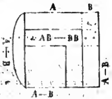
Proponatur linea tota $A + B$, cujus major pars A, & minor B. Sit ſuper lineâ A deſcriptum quadratum AA, ſuper B ipſum BB. Super A & B bina rectangula $2.AB$. Detur autem quadratum imperfectum ſuper lineam $A + B$, id eſt, ſuper ſummam laterum deſcriptum $BB + 2.AB$ perficiundum, quæritur quadratum abſens? ℞ per lineam coëfficientem $2.A$, eſſe hoc ipſum AA. Vt.

B	A	A
B*	B*	A*
BB	AB	AA
2.AB	2*	
AA.	2.AB	

BB. + 2. AB + AA. cujus latus A + B.



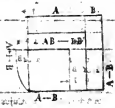
71 *Quadratum imperfectum ſuper differentiam laterum delineatum eſt duplex parallelogrammum, cujus latus unum à linea A—B ſeu differentia, & uno laterum, ut B; alterum à ſumma laterum A & B deſcribitur.* Vt 2. AB—BB.



72 *Perficitur hoc quadratum imperfectum differentiæ laterum hac ratione:*

Datur quadratum imperfectum differentiæ laterum $2.AB—BB$. Inquirendum eſt quadratum differentiæ laterum perfectum? ℞ idipſum eſſe $AA—2.AB + BB$. Nam latus duplicatum A, eſt $2.A$, ejus itaq; ſimplum erit A, (uti ex diviſione conſtat) quod in ſe multiplicatum dat AA, quadratum ſuper ſegmentum A majus deſcriptum. Ab hoc quadrato AA ſubtrahe quadratum imperfectum differentiæ laterum ſc. $2.AB—BB$, reliquum erit $AA—2.AB + BB$. quadratum nimirum perfectum differentiæ laterum, quod deſiderabatur. Vt:

2. AB—BB
2. A
2. —
A
A * 1
AA
2. AB—BB
AA—2. AB + BB.



CAPVT VIII.

DE

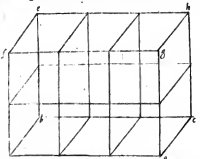
Magnitudine Solida, ſcilicet Cubo, Biquadrato, &c.

1 ET tantum de quadrato perfecto, & imperfecto, ſicuti in univerſum de magnitudine plana; ſuccedit (ex §. 2. hujus cap. praeced. 7.) Magnitudo Solida.

2 *Solidum eſt magnitudo trinæ dimenſionis*, hoc eſt, *magnitudo longa, lata & profunda, ſeu alta.*

Erit ergo ſolidum non tantum corpus palpabile, ſed etiam ab omni materia abſtractum, ut conus, aut alia aliqua ſolidi ſpecies in aere concepta.

Solidum autem numerum *Euclides* defin. 17. lib. 7. ſequentem in modum definit: Cùm tres numeri ſeſe multiplicantes aliquem fecerint, qui procreatus erit, ſolidus appellabitur: Qui autẽ numeri mutuo ſeſe multiplicaverint, latera illius dicentur. Sint ergo dati hi tres numeri: 2. 3. & 4. dico 24 productum ex iis, eſſe numerum ſolidum: Nam ex 2. in 3 efficitur 6, & ex 6 in 4, 24. Vel ex 2 in 4 procreatur 8, & ex 8, in 3 fit 24. Vel, ex 3 in 4 gignitur 12, exq; 12 in 2 fit quoque 24. Numerus ergo 24 eſt ſolidus, numeri verò 2. 3. 4, appellantur ejus latera, quia ejus unitates in longum, latum & profundum conſtitutæ repræſentant aliquam figuram ſolidam, quæ parallelepipedum Geometris dicitur: Cujus omnes tres dimenſiones referunt tres hi numeri ſe mutuò multiplicantes; unus quidem longitudinem, alter latitudinem & tertius profunditatem. Quod hac figura ſolida demonſtrabimus; In qua ſit baſis *A. B.* C. D. octo unitatum, cujus longitudo *A.* D quatuor unitates, & *A. B.* latitudo duas complectitur; ſuperponentur ei aliæ duæ baſes ſimiles, & æquales, ut totus numerus ſolidus in ſe complectatur unitates viginti & quatuor, ejusq; altitudo *A. F.* Vel C. H. unitates tres. Eodem modo ſi baſis ſit *A. B. E. F* ſex unitatum, cujus longitudo *A.* F vel B. E tres, & latitudo *A. B* ſeu F. E duas comprehendat unitates; ſuper collocentur ei itidem aliæ tres baſes ſimiles, & æquales, & exiſtet totus numerus ſolidus denuo 24, cujus altitudo *A.* D vel *E.* H ſit quatuor unitatum. Si deniq; baſis ſit *A. D.* F. G. duodecim unitatum, cujus longitudo *A.* D vel *F.* G ſit quatuor, & latitudo A. F vel D. G trium, ſuperponetur ei alia baſis ſimilis & æqualis *B.* C. H. *E*, eritq; totus numerus ſolidus unitatum viginti &, inſuper quatuor, quarum duas continet altitudo E. F vel *A.* B Idem hic numerus ſolidus 24, habet hæc latera 6. 2. 2. Cum ex horum inter ſe mutua multiplicatione gignatur. Et ſimile iudicium eſto de aliis numeris ſolidis.



Harum Magnitudinum Solidarum conſideranda eſt proprietas & diviſio.

3 *Proprietas harum & quidem Solidarum magnitudinum ſimilium eſt, quod ſint in*
4 *triplicata ratione* (hoc eſt, ut cubi) *homologorum laterum.*

Erunt ergo magnitudines ſolidæ ſimiles, ut cubus ad cubum.

Vt ſi tres quantitates ſint proportionales, prima ad tertiam dicitur habere rationem duplicatam rationis primæ ad ſecundam: & ſi quatuor quantitates ſint continuè proportionales, prima ad quartam dicitur habere rationem triplicatam rationis primæ ad ſecundam, ut habet definitio 10. lib. 5. *Euclidis*. Sint tres numeri proportionales 4—6—9, primi ad ſecundum eſt ratio ſeſquialtera, ſicuti & ſecundi ad tertium: itaq; ratio primi ad tertium dicitur duplicata (id

eſt, bis repetita) rationis primi ad ſecundum. Sin quatuor fuerint numeri continuè proportionales, 4 — 6 — 9 — 13 $\frac{1}{2}$ rationis ejuſdem ſeſquialteræ, jam ratio primi ad quartum dicitur triplicata, id eſt, ter repetita, nimirum à primo ad ſecundum, à ſecundo ad tertium, à tertio ad quartum. Iam ſi duo ſint ſimilia corpora, & homologis ipſorum lateribus inveniantur aliæ duæ lineæ continuè proportionales; ſoliditates illorum corporum eam habent inter ſe rationem, quam habet linea prima ad quartam, hoc eſt, habent rationem triplicatam rationis primę ad ſecundam, ſive triplicatam homologorū laterum. Demonſtrat hoc *Euclides* de pyramidibus quidem prop. 8. lib. 12. ejuſq; propoſitionis corollario: de parallelepipedis prop. 33. lib. 11. de conis & cylindris prop. 12. lib. 12. Ita ut *Petrus Ramus* propoſitionem inde exſtruxerit univerſalem, nēpe elemēto 15. lib. 4. ſuæ *Geometriæ*. Nititur autem hac proportione augendorum & minuendorum corporum.

5 *Hinc exoritur corollarium pulcherrimum,* ſc. *Sphęræ ſunt, ut à diametris cubi.*

Hoc eſt, ſicuti ſe habet ſoliditas ſphæræ unius ad ſoliditatem ſphæræ alterius, ita ſe habet cubus à diametro prioris ſphæræ factus ad cubum à diametro poſterioris ſphæræ factum. Hoc quidem *Euclides* nullibi demonſtrat, ſed idem tamen ſequitur è propoſitione præcedenti. Tam enim duæ ſphæræ, quàm iſti duo cubi à diametris facti habent triplicatam ad invicem rationem laterum, adeoq; eandem ad invicem habent rationem ſphærę, quam habent ad invicem iſti cubi.

6 *Magnus uſus eſt hujus theorematis in Aſtronomia ad oſtendendam rationem magnitudinis cęleſtium corporum ad terram.*

Sint itaq; ſphæræ duæ, quarum diametri 2 & 4. Cubus diametri minoris eſt 8, cubus majoris 64. Poſterior igitur alterius eſt octuplus. Dico & poſteriorem ſphæram eſſe octuplam prioris. Nam ut ſecundum proportionem *Archimedæam* diametri ad peripheriam 7 ad 22, ſic diameter ſphæræ minoris 2. eſt ad ejus circumferentiam 6 $\frac{2}{7}$ ſic diameter ſphęrę majoris 4 eſt ad ejus circumferentiam 12 $\frac{4}{7}$ igitur ſemicircumferentia minoris 3 $\frac{1}{7}$ multiplicata in radium 1. producit aream circuli maximi ſphęræ minoris 3 $\frac{1}{7}$, cujus quadruplum 12 $\frac{4}{7}$ & hujus triens 4 $\frac{4}{21}$, qui ductus in radium 1. producit ſoliditatem ſphæræ minoris 4 $\frac{4}{21}$, id eſt, in partibus merè vigeſimis primis 88. Eodem modo ſemiperiphæria ſphęræ majoris 6 $\frac{2}{7}$ ducta in radium 2, dat aream circuli maximi ſphærę majoris 12 $\frac{4}{7}$ cujus quadruplum 50 $\frac{2}{7}$, & hujus triens 16 $\frac{16}{21}$, qui multiplicatus per radium 2, exhibet ſoliditatem ſphæræ majoris 33 $\frac{11}{21}$ hoc eſt, in partibus merè vigeſimis primis 704. Atq; verò numerus 704 numeri 88 octuplus eſt. Igitur ſphæræ ſunt, ut à diametris cubi.

Et cognitis datarum quarumcunq; ſphærarum diametris cognoſcitur ſtatim cubatis
7 *diametris ipſarum ſphærarum ad invicem ratio.*

Ex. gr. Cum *Ptolomeus* per obſervationes ſolares æſtimaſſet Solis diametrum diametri terrenæ quintuplam ſeſquialteram proportionem eſſe, id eſt, ut 5 $\frac{1}{2}$ ad 1 Sive ut 11. ad 2. numerum utrumq; cubavit: cubus prioris eſt 1331. poſterioris 8, per quem prior diviſus gignit quotum 165 $\frac{3}{8}$ Itaq; pronuntiavit *Ptolomeus* Solē terra majorem eſſe centies ſexagies ſexies cum $\frac{3}{8}$ &c.

Aliud exemplum.

8 *Datis duarum ſphęrarum diametris, & unius pondere inquirere pondus alterius.*

Ex. gr. ſit data diameter ſphęræ minoris pedum 3. cujus ſoliditas librarum 10 ſit etiam data diameter ſphęrę majoris pedum 5, quæritur ejus ſoliditas? Reſpondeo libr. 46. & unciarū 9 $\frac{1}{2}$: Cubentur enim diametri utriuſq. ſphæræ, ſc. 3 & 5. & diametri cubatę erunt 27 & 125, dic jam per regulam proportionis, 27 dant 10 libras, quot dabunt 125? & provenient 45. Vt:

Digitized by Google

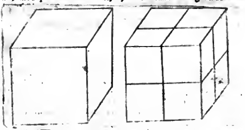
3		5	
3 *		5 * ·	
9		25	
3 * ·		5 * ·	
27	10	125	
		10 *	
		1250	
		27 ÷	
		46. lib. + 9 $\frac{1}{2}$	unc.

9 *Diuiditur Magnitudo Solida in Cubū, Quadrato—quadratū, ſeu Biquadratum, Quadrato—cubū, Quadrato—Quadrato—quadratū, vel Triquadratū, vel etiam Cubo—cubum, Quadrato—quadrato—cubum, Quadrato—cubo—cubum, Cubo—Cubo—cubum, Quadrato—quadrato—cubo—cubum, &* Cubo—*cubo—cubo—cubum,* & ſic deinceps in infinitum procedendo. *Hoc loco non immerito quęritur. Quare hæ magnitudines dicantur biquadratę, quadrato—cubę &c. cùm hujuſmodi figuræ non extent in rerum natura:*

Reſpondeo, nomina iſta eſſe potiùs fictę quàm veræ in rebus Geometricis modificationis. *Geometrica enim dimēſio triplex eſt*, cujus ſimilitudo in latere, plano, ſolido, vera eſt, cùm in plano duo latera duplici, in ſolido tria triplici dimenſioni reſpondeant. *At* quatuor, quinque, ſex, pluribuſve factoribus ſive lateribus nulla magnitudo ſimilis datur, quę videlicet ſit quatuor, quinque, ſex, pluriumve dimenſionum. Modificationes itaq; hæ fictæ erunt.

10 *Cubus eſt parallelepipedum rectangulum, hedrarum omnium quadratarum.*

Vel Cubus eſt magnitudo ex ducta lateris in quadratum facta. *Euclides* defin. 25. lib. 11. definit hoc modo: κύβος, inquit, ἐστὶ σχῆμα στερεόν, ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον. Cubus eſt figura ſolida, ſub ſex quadratis contenta lateribus. Talem figuram referentia corpora *Latini* teſſeras, *Marcus Varro* quadrantalia vocat, cujuſmodi ſubiectæ figuræ referunt. Vt;

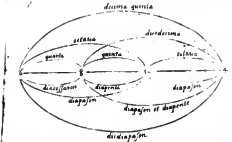


Cubus etiam hoc modo definiri poteſt: Cubus eſt, cum tres ęquales magnitudines in ſe ducuntur. Sic definitur numerus cubicus *Euclidi* defin. 19. lib. 7. hiſce verbis: Κύβος δὲ ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις, ἢ ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος, id eſt, Cubus verò, qui ęquè ęqualis æquè, vel qui ſub tribus æqualibus numeris continetur. Hi numeri ſunt. 1.8.27.64.125.216. 343 &c. Vt ſi quis in hunc modum pronuntiet, bis bina bis, exurgunt 8: ter terna ter, prodeunt 27: quater quaterna quater, fiunt 64: omnes hi numeri cubi appellantur affinitatem, quam cū geometrico cubo habent. Vt enim illi ex ſecundaria numeri multiplicatione prodeunt, ita hic ex duplici fluxu, uno lineæ, altero quadratæ ſuperficiei fluxu, naſcitur. Exempla, quæ oſtendant generationem cuborum in numeris. Vt:

2	3	4	5	6
2 *	3 *	4 *	5 *	6 *
4	9	16	25	36
2	3	4	5	6
8	27	64	125	216.

Notandum hic eſt *in Hexaedro ſeu Cubo latere quatuor perfectiſſimas conſonantias*, ut patet ex *Clavio* in digreſſione ad defin. 4. lib. 5. *Euclidis*, vbi in fine 4. proprietatis proportionalitis Harmonicæ hęc poſuit verba: Eſt & hoc notatu dignum, in cubo reperiri quatuor terminos in harmonica proportionalitate continuatos, qui varie inter ſe comparati pręcipuas, perfectaſq; conſonantias Muſicas exprimunt. Nam 6. ejus baſes quadratę, 8. anguli ſolidi, 12. latera, & 24 anguli plani conſtituunt hos quatuor terminos 6. 8. 12. 24, continuè proportionales harmonicè. Proportio autem 8. ad 6 eſt ſeſquitertia, quæ conſonantiam diateſſaron, ſive quartam conſtituit proportio autem 12 ad 8 ſeſquialtera eſt, continens conſonantiam diapente, ſeu quintam, Proportio deinde 12. ad 6. vel 24. ad 12 dupla eſt, explicans conſonantiam diapaſon, ſive octavam, At proportio 24 ad 8 tripla eſt, efficiens conſonantiam diapaſon & diapente, hoc eſt, duodecimam, deniq; proportio 24 ad 6 quadrupla exiſtit, exhibens conſonantiam diſdiapaſon, ſive decimamquintam. Hęc ille. Vt:





Hinc liquet, non abſq; ratione virum virtute pręditum cubo comparari poſſe, tum ſicut ejuſmodi corpus quomodocunq; proiiciatur, eodem ſemper tenore quieſcit: ita etiam quicunque virtute fulget, quomodolibet fortunæ manibus exagiterur, æquo ſemper animo reſidet, virtuteque ſua obvoluitur, & idem unus eſt; tum etiam quia in viro probo, non ſecus ac in cubo perfectiſſima eſt harmonia eoncentu omnium virtutum, & actionum cum recta ſemper ratione conſonantium.

11 *Cubi attenditur hoc loco proprietas & geneſis.*

12 *Cubi proprietates ſunt potiſſimum hæ tres:*

I. Si tres rectæ ſunt proportionales; cubus medię æquatur parallelepipedo rectangulo omnium.

Sunto tres rectę proportionales partium: 2 —— 4 —— 8. parallelepipedum ex iis, tanquam è longitudine, latitudine & altitudine eſt 64: tantus etiam eſt cubus è media factus. Vt:

2 ——	4 ——	8
	4*	4*
	16	32
	4	2
	64 ——	64

II. Si

13 *II. Si quatuor lineæ ſint continuè proportionales ; parallelepipedum rectangulum cum unâ extremarum & quadrato alterius comprehenſum æquatur cubo e media, quæ extremæ quadratę, adiacet facto.*

Sint quatuor proportionales ; 2. 4. 8 16 quadretur autem prima 2, & quadratum ejus 4 tanquam baſis parallelepipedi ducatur in alteram extremam ſive in quartam 16, tanquam in altitudinem; fit ſoliditas parallelepipedi 64. Huic æquatur cubus è 4, id eſt, è media factus, quæ media illi extremę quadratę adiacet. Vt :

2 —— 4 —— 8 —— 16
2 *   4 *   4 *
———————————
4   16   64.
  4
  ——
  64. ══

Sic ſi quadretur altera extrema nimirum 16, fit quadratum 256 quod tanquam baſis ducatur in primam extremam, nempe 2, ut ſit ſoliditas parallelepipedi 512. Et huic ęqualis erit cubus ex 8, tanquam è media, quæ extremę quadratę 16 adiacet. Vt :

2 —— 4 —— 8 —— 16
8 *   16 *
————
64   96
8   16
————
512   256
  2 *
  ——
512.

14 *III. Si Magnitudo ſecetur in duo ſegmenta, cubus totius æquatur cubis ſegmentorum cum ſex ſolidis, quorum terni ſegmentis, & alterius eorundem quadratis continentur.*

Ex gr. ſit Magnitudo ſecta A ✠ B in A & B. dico cubum AAA ✠ 3. AAB ✠ 3. ABB ✠ BBB totius magnitudinis A ✠ B, ęquari cubis AAA & BBB ſegmentorũ A & B, cum ſex ſolidis 3. AAB & 3. ABB, quorum terni ex quadrato AA & altitudine B, terni verò ex quadrato BB & altitudine A proficiſcuntur. Vt :

A ✠ B
A ✠ B *
————
AA ✠ AB
  AB ✠ BB
————
AA ✠ 2. AB ✠ BB
A ✠ B
————
AAA ✠ 2. AAB ✠ ABB
  AAB ✠ 2. ABB ✠ BBB
————
AAA ✠ 3. AAB ✠ 3. ✠ ABB BBB ══ AAA ✠ BBB 3. AAB ✠ 3. ABB.

A   B   A   A
A *   B *   B *   B *
————
AA ✠ BB ✠ AB ✠ AB
A *   B *   A *   B *

In Numeris. Sit datus numerus 6, cujus totius cubus eſt 216, Secetur numerus 6. in duo ſegmenta 4 & 2. dico 216 cubum ęqualem eſſe cubis horum ſegmentorum, qui ſunt 64 & 8, cum eorundem ſegmentorum ſex ſolidis, quorum tres continentur quadrato prioris ſegmenti 4, qui eſt 16, & altero ſegmento 2, ſuntq; 32. 32, 32, hoc eſt, 96: tres item, continentur alterius ſegmenti quadrato 4, & priore ſegmento 4, ſuntq; 16, 16, 16. hoc eſt, 48. Qui iam omnes in unã ſummam reducti exhibent 216 cubum totum. Vt;

4 + 2 ═══ 6
4 + 2 ═══ 6 *

16 + 8   36.
8 + 4   6 *

16 + 16 + 4   216
4 + 2

64 + 64 + 16
32 + 32 + 8

64 + 96 + 48 + 8
64
48
8 +

216 ═══ 216.

4   2
4 *   2 *

16 + 4   16   4
4 *   2 *   2 *   4 *

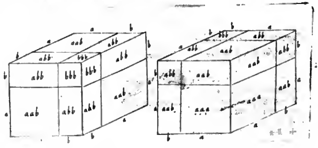
64 + 8 + 32 + 16
3 * . 3 *

64 + 8 + 96 + 48.
8
96
48

15 *Sequitur ex hiſce cubi geneſis. Et ejus exemplum in ſpeciebus affirmatis.*

16 *Data ergo ſumma laterum inquirere eorundem cubum.*

Sit ergo datum latus cubi A + B, cujus ſegmenta *A* & *B*. quæ in ſe ducta faciunt quadratum *AA* + 2. AB + BB, quod denuo per idem latus *A* + *B* multiplicatum, producit cubum quæſitum *AAA* + 3. *AAB* + 3. *ABB* + *BBB*. Vt enim quadratum cõſtitit ex duobus quadratis & duobus parallelogrammis, ſic cubus conſtat ex duobus cubis *AAA* & *BBB* & 6. parallelepipedis, quorum tria ſunt, & vocantur AAB, reliqua verò tria *AAB*. Nam parallelepipeda tria *AAB* baſin habent AA & altitudinem *B*; reliqua vero tria ABB gaudent baſi *BB*, & altitudine *A*. Vt in hiſce duobus ſchematibus apparet.



17 *Geneſis cubi eſt eiuſmodi.*

A + B
A + B *

AA + *AB*
AB + BB

AA + 2. AB + *BB*
A + *B* *

AAA + 2. *AAB* + *ABB*
AAB + 2. ABB + BBB

AAA + 3. *AAB* + 3. *A*BB + *BBB*

Hic

18 *Hic Cubus inventus AAA + 3. AAB + 3. ABB + BBB eſt Regula omniũ cuborum ex ſumma laterum productorum, iuxta quam omnes numeri dati cubicè multiplicantur*

Sit ergo datum latus cubicum 23, id eſt, *A + B*, inveniendus eſt ejus cubus. Qui hoc modo iuxta Regulam prædictam inveſtigatur: primò, cum in Regula repetiatur *AAA* cubus, denotat numerum priorem 2 eſſe cubandum, id eſt, cubicè multiplicandum, ut fit 8; bis etenim bina ſunt 4, bis quaterna ſunt 8. Secundo reperiuntur in Regula parallelepipeda tria ſc. 3. *AAB*, multiplicabis ergo numerum 3 per 2, cubicè, id eſt, hunc factum 6 rurſus per 2, ut fiant 12. Nam bis terna ſunt 6, bis ſena 12, pro parallelepipedo uno *AAB*. Cùm autem in citata Regula ſint tria, ponatur 12. iuxta ſeriem eandem ter, quam vides. Tertio iuxta tria parallelepipeda 3. *ABB* due 2 in 3, & productum 6 in 3, ut fiant 18 pro ABB, qui ob 3. *ABB* ter colli cetur. Vltimò propter *BBB* cubum, multiplicandus erit 3 utpote ipſe numerus ipſi B reſpondens, cubicè, & cubus factus erit 27, qui debitè collocatus una cum reliquo cubo, & 6. parallelepipedis in unam ſummam colligendus, quæ erit 12167, cubus ſc. quæſitus.

A. B.
2 3

8 ——— AAA
12, 12, 12 } ——— 3. *AAB*.
18, 18, 18 } ——— 3. ABB
27 ——— BBB +

12167 ——— *AAA* + 3. AAB + 3. ABB + *BBB*.

19 *Aliud exemplum, ubi latus cubicum eſt trium notarum, et cubus conſtat ex quatuor cubis & 12 parallelepipedis.*

Verbi gr. datur latus 243, erit ejus cubus deſideratus 14348907.

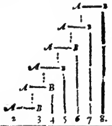
A —— *B*
A —— *B*
2 4 3
Latus.

8 ——— *AAA*.
1 6, 1 6, 1 6 } ——— 3. AAB
3 2, 3 2, 3 2 } ——— 3. ABB.
6 4 + ——— BBB +

1 3 8 2 4 ——— *AAA*.
5 1 8 4 ——— 3. *AAB*
6 4 8 ——— 3. *ABB*
2 7 ——— *BBB*

1 4 3 4 8 9 0 7. Cubus quæſitus.

Aliud exemplum.



Latus.

8	aaa
12	aab
12	aab
12	aab
18	abb
18	abb
18	abb
27	bbb ←
12167	aaa
2116	aab
2116	aab
2116	aab
368	abb
368	abb
368	abb
64	bbb ←
12812904	aaa
273780	aab
273780	aab
273780	aab
5850	abb
5850	abb
5850	abb
125	bbb ←
12895213625	aaa
32994150	aab
32994150	aab
32994150	aab
84420	abb
84420	abb
84420	abb
216	bbb +
12905114462816	aaa
3851287552	aab
3851287552	aab
3851287552	aab
1149344	abb
1149344	abb
1149344	abb
343	bbb ✠
129062698235 62263	aaa
440173419912	aab
440173419912	aab
440173419912	aab
15012288	abb
15012288	abb
15012288	abb
64	bbb ✠
1290640187603860 5304.	Cubus

Ali-

20 *Aliter & brevius per eandem Regulam operaberis ita:*

Vt ſint data 23 cubicè multiplicanda, colliges itaq; in unam ſummam tres factos 12, ut ſit ſumma 36. ſicuti & tres factos ſequentes 18, ut fiant 54, quos duos numeros ſc. 36 & 54 ordine ſupradicto diſpones, & addes, ut aggregatum ex omnibus ſit 12167. Vt:

A. B.
2 3

8 — AAA
36 — 3.AAB.
54 — 3.ABB
2 — BBB +

12167 — AAA + 3.AAB + 3.ABB + BBB.

21 *Abſq; hac Regula numeri quivis oblati dupliciter cubantur, ſeu in ſe cubicè ducuntur.*

Prior via eſt hac: multiplica numerum datum ex. gr. 23, in ſe, ut factus ſit 529. quem denuo duc in 23, ut numerus cubicus quæſitus ſit 12167.

23
23 *

69
46

529
23

1587
1058

12167

22 *Poſterior via eſt, quando Cubica Multiplicatio inſtituitur iuxta operationes Cubicas ſpecierum ſeu elementorum Alphabeticorum, quæ eundem Cubum reſtituet. Et hæc variè variiſq; modis abſolvitur.*

Ex. gr. hoc exemplum undecim patitur operationes diverſas. Sint ergo multiplicanda cubicè 23. Cum hic numerus in duas partes ſit dividendus, propter lineam in duas partes inæquales diviſam A & B. Dabimus ſegmento A. 22 ut B ſegmentum ſit 1. Vel ſegmento A 21 ut B ſit 2. Vel A 20 & B 3. Vel A 19 & B 4. Vel A 18 & B 5. Vel A 17 & B 6. Vel A 16 & B 7. Vel A 15 & B 8 & ſic deinceps, ut in ſequentibus videbis, & prodibit unus ſemper idemq; Cubus. Vt:

I.

22 + 1
22 + 1 *

484 + 22
22 + 1

484 + 44 + 1
22 + 1

10648 + 968 + 22
484 + 44 + 1

10648 + 1452 + 66 + 1
1452
66
1 +

12167. Cubus.

II.

21 + 2
21 + 2 *

441 + 42
42 + 4

441 + 84 + 4
21 + 2

9261 + 1764 + 84
882 + 168 + 8

9261 + 2646 + 252 + 8.
2646
252
8 +

12167. Cubus.

III.

20 + 3
20 + 3 *

400 + 60
60 + 9

400 + 120 + 9
20 + 3

8000 + 2400 + 180
1200 + 360 + 27

8000 + 3600 + 540 + 27
3600
540
27 +

12167. Cubus.

IV.

19 + 4
19 + 4 *

361 + 76
76 + 16

361 + 152 + 16
19 + 4

6859 + 2888 + 304
1444 + 608 + 64

6859 + 4332 + 912 + 64
4332
912
64 +

12167. Cubus.

V.

18 + 5
18 + 5 *

324 + 90
90 + 25

324 + 180 + 25
18 + 5

5832 + 3240 + 450
1620 + 900 + 125

5832 + 4860 + 1350 + 125
4860
1350
125 +

12167. Cubus.

VI.

17 + 6
17 + 6 *

289 + 102
102 + 36

289 + 204 + 36
17 + 6

4913 + 3468 + 612
1734 + 1224 + 216

4913 + 5202 + 1836 + 216
5202
1836
216 +

12167. Cubus.

VII.

16 + 7
16 + 7 *

256 + 112
112 + 49

256 + 224 + 49
16 + 7

4096 + 3584 + 784
1792 + 1568 + 343

4096 + 5376 + 2352 + 343
5376
2352
343 +

12167. Cubus.

VIII.

15 + 8
15 + 8 *

225 + 120
120 + 64

225 + 240 + 64
15 + 8

3375 + 3600 + 960
1800 + 1920 + 512

3375 + 5400 + 2880 + 512.
5400
2880
512 +

12167. Cubus.

IX.
```
14 + 9
14 + 9 *
———————————
196 + 126
      126 + 81
———————————
196 + 252 + 81
 14 + 9
———————————
2744 + 5528 + 1134
       1764 + 2268 + 729
———————————
2744 + 5292 + 3402 + 729.
5292
3402
 729 +
———————————
12167.    Cubus.
```

X.
```
13 + 10
13 + 10 *
———————————
169 + 130
      130 + 100
———————————
169 + 260 + 100
 13 + 10
———————————
1690 + 2600 + 1000
       2197 + 3380 + 1300
———————————
2197 + 5070 + 3900 + 1000
5070
3900
 100 +
———————————
12167.    Cubus.
```

XI.
```
12 + 11
12 + 11 *
———————————
144 + 132
      132 + 121
———————————
144 + 264 + 121
 12 + 11
———————————
1728 + 3168 + 1452
       1584 + 2904 + 1331
———————————
1728 + 4752 + 4356 + 1331
4752
4356
1331 +
———————————
12167.    Cubus,
```

Exemplum 2.

23 *Datâ ſumma laterum & ſimul ſumma quadratorum, inquirere cubum.*

Sit data ſumma laterum *A* + B & ſumma quadratorum *AA* + BB. erit cubus ab iis factus *AAA* + ABB + *AAB* + BBB.

```
AA + BB
 A + B *
———————————
AAA + ABB
      AAB + BBB
———————————
AAA + ABB + AAB + BBB.
```

In Numeris. Sit data quadratorum ſumma 9 + 4 & ſumma laterum 5 + 3, quærendus eſt cubus, qui erit 45 + 47 + 12, id eſt, 104.

```
9 + 4  ————————  13
5 + 3 *  ————————  8 * 1
———————————
45 + 20           104.
     27 + 12
———————————
45 + 47 + 12
47
12 +
———————
104
```

24 *Exemplum in ſpeciebus negatis : Quando ex data differentia laterum inveſtigatur Cubus.*

Vt ſit data differentia laterum *A* — B, erit ejus cubus *AAA* — 3. *AAB* — + 3. ABB — BBB. Nam ex ductu *A* — *B* in ſe, ſit qeadratum *AA* — 2. AB + *B*B, & ex hujus ductu in eandem laterum differentiam *A* — B ſit cubus *AAA* — 3. *AAB* + 3. *ABB* — BBB.

1 2 A — B

A—B
A—B *

AA—AB
AB + BB

AA—2. AB + BB
A + B

AAA—2. AAB + ABB
AAB + 2. ABB—BBB

AAA—3. AAB + 3. ABB.—BBB.

25 *Hic cubus ex differentia laterum inventus dicetur Regula omnium cuborum differentiæ laterum :*

Quandoquidem beneficio hujus Regulæ horum cuborum geneſis inſtituitur & abſolvitur, non ſecus ac in §. 80 precedenti præcepimus.

In Numeris. Valeat A--B 6---3, id eſt, 3, erit ejus cubus 216---216---108 + 162---27, hoc eſt 27. Nam 6---3 in ſe multiplicata prodeunt 36---36 + 9, id eſt, 9, & hæc multiplicata per idem 6---3 gignunt 216---216---108 + 162---27, hoc eſt, 27.

6—3 ═══ 3
6—3 ═══ 3 *

36—18 . 9
18 + 9 . 3

36—36 + 9 . 27
6—3

216—216 + 54
108 + 108—27

216—216—108 + 162—27.
—216 + — 27 + 135 —

0 135. 35.

Exemplum 2.

26 *Data differentia quadratorum & differentia laterum cognoſcere cubum.*

Sit data differentia quadratorum AA -- BB, & differentia laterum A---B, quærendus eſt cubus, qui erit AAA---ABB---AAB + BBB.

AA—BB
A—B *

AAA—ABB
AAB—BBB

AAA—ABB—AAB + BBB.

In Numeris. Sit data quadratorum differentia AA---BB 9---4 & differentia laterum A--B 5---3, erit ejus cubus.

9—4 ═══ 5
5—3 * ═══ 2 +

45—20 10
27 + 12

45—20—27 + 12
12 + 20 +

57 47
47—

10.

Exemplum in compoſitis ex negatis & affirmatis. Quando ex differentia & ſumma laterum Cubus elicitur.

Vt ſit data ſumma laterum A + B & eorundem differentia A — B, erit ex iis datis Cubus factus AAA — ABB + AAB — BBB. Vel AAA — ABB — BBB, uti ex calculo liquet.

A + B
A — B *

AA + AB
— AB — BB

AA — BB   AA — BB
A + B   A — B

AAA — ABB   AAA — ABB
+ AAB — BBB   — AAB + BBB

Cubi. AAA — ABB + BBB.   AAA — ABB — AAB + BBB.

In Numeris. Sit data ſumma laterum A + B 6 + 3, & eorundem differentia A — B 6 — 3, id eſt, data ſunt 9 & 3, quærendus eſt ex iis cubus? R 243 & 81. Nam 6 + 3 ducta in 6 — 3 dant 36 — 9, & hæc ducta Vel in 6 + 3, proveniunt 243; vel in 6 — 3, & producuntur. 81. Vt:

6 + 3
6 — 3 *

36 + 18
— 18 — 9

36 + 18 — 18 — 9
id eſt.

36 — 9   36 — 9
6 + 3   6 — 3

215 — 54   216 — 54
+ 108 — 27   — 108 + 27

216 — 54 + 108 — 27.   216 — 54 — 108 + 27
108 +   54 +   27 +   54 +

324   81   243   162
81 —   162 —

243.   Cubi.   81.

Exemplum 2.

17 *Datâ ſummâ Quadratorum & differentia laterum indagare Cubum.*

Ex. gr. Sit data ſumma quadratorum AA + BB & differentia laterum A — B, quæ in ſe multiplicata gignunt cubum AAA + ABB — AAB. — BBB. Vt.

AA + BB
A — B *

AAA + ABB
— AAB — BBB

Cubus. AAA + ABB — AAB — BBB.

In Numeris. Detur ſumma quadratorum AA + BB 9 + 4, id eſt, 13. detur etiam differentia laterum A — B 5 — 3, hoc eſt, 2. Erit ex iis Cubus quæſitus 45 + 20 — 27 — 12. id eſt. 26. Vt.

9 ✢ 4
5 — 3 *

45 ✢ 20
— 27 — 12

45 + 20 — 27 — 12.
20 + 12 +

65 39
39 —

26. Cubus.

28 *Exemplum 3.*

Data Quadratorum differentia & ſumma laterum producere Cubum.

Sit data differentia quadratorum *AA* — *BB* & ſumma laterum *A* + B, erit ab iis cubus factus *AAA* — *AB*[B] + *AAB* — BBB. Vt:

AA — BB
A + B *

AAA — AAB
+ AAA — ABB

AAA — *ABB* + *AAB* — BBB.

In Numeris. Sit data quadratorum differentia *AA* — *BB* 9 — 4, & ſumma laterum A + *B* 5 + 3, hoc eſt, dantur 5 & 8, quæritur cubus? ℞ 45 — 20 + 27 — 12, id eſt, 40, pro *AAA* — *ABB* + AAB — *BBB*. Vt:

9 — 4 ═══ 5
5 ✢ 3 * ═══ 8 *

45 — 20 40.
+ 27 — 12

45 — 20 + 27 — 12
27 + 20 +

72 32
32 —

40.

TABULA POTESTATUM NUMEROSARUM.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
L	Q	C	QQ	QC	QQQ ſeu CC	QQC	QCC	CCC	QQCC	QCCC	CCCC
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64	118	256	512	1021	2048	4096
3	9	27	81	243	729	2187	6501	19683	59049	1 7147	531441
4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576	41 4304	16777216
5	25	125	625	3125	15625	78125	3 0625	1953125	9765625	48818125	244140625
6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077697	60466176	362797056	21 6781336
7	49	343	2401	16807	117649	823543	576 801	40353697	282475240	1977326743	13841287201
8	64	512	4096	32 68	262144	2097152	16777216	134217728	1073741824	8589934592	68719476736
8	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721	387420489	3846 84401	31381059609	282429536481
10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	100000000	1000000000	10000000000	100000000000	1000000000000

A

Et tantum de quadrato & cubo; ſequitur biquadratum &c. quod ſicuti & reliquas poteſtates ſequentes omnes partim ob compendii rationem tranſilire propoſuimus, eò in primis, cùm ex hiſce, quæ iam expoſita ſunt, non difficile ſit reliquas etiam omnes ſuperiorum generum poteſtates procreare: modo ipſarum geneſis inferiorum omnium ad illas adſcendentium poteſtatum genituram inſtituatur, ſicuti in hac Cuborum geneſi iam factum vidiſti; partim etiam, cùm harum poteſtatum geneſis commodiſſime ex hiſce tribus tabellis peti poſſit.

29 *Quarum prima hæc eſt A, docetque ejus fabricam & uſum.*

30 *Fabrica eſt talis.*

Ducito tot parallelas, id eſt, lineas hic in longitudinem tabellæ deſcriptas, quot tibi placuerint, à quibus demittantur aliquot perpendiculares, prout tibi viſum fuerit tabellam hanc exteu-

tendere, ut nonnulla parallelogramma delineentur, quibus inſcriptio fieri poſſit.

Inſcriptio autem illa eſt Poteſtatum & Graduum.

Poteſtates inſcribuntur, ſi numerentur latera ſecundum numerum literarum alphabeticarum.

Si enim fuerint duo *A* ut AA denotabit Q. id eſt, quadratum; Si 3. *A* ut AAA ſignificabit C, hoc eſt cubum; Si 7. *A*, ut AAAAAAA quadrato — quadrato — cubum ut QQC; Si 10. *A*, ut *AAAAAAAAAA* exhibet hanc QQCC, puta Quadrato — Quadrato — Cubo — Cubum, vel Biquadrato — Cubo — Cubum. Et ſic idem de cæteris indicium eſto.

Vt verò Numeri ipſi ſeu gradus, vel etiam poteſtates numeroſę inſcribantur,

In prima columna perpendiculari deſcribe omnia latera ab unitate incipiendo, ut 1. 2. 3. 4. 5. 6 &c. Gradus ſingulos ſingulis lateribus reſpondentes ita quærere licet: Exemplo nobis ſit columna tranſverſa ſeu gradualis quarta, cui reſpondet latus 2, in qua columna omnes & ſinguli numeri progrediuntur in proportione dupla, ut bis bina ſunt 4, bis quaterna ſunt 8, bis octona ſunt 16 &c. In columna quinta omnes creſcunt proportione tripla, ut ter terna ſunt 9, ter novena ſunt 27. &c. In columna ſexta procedunt in proportione quadrupla, ut quater quaterna ſunt 16 &c. Sic numeri in ſeptima columna augentur in proportione quintupla; in octava, ſextupla; in nona, ſeptupla; & ſic deinceps in columnis reliquis.

Vſus hujus tabellæ eſt, ut poteſtates, earumq; origines & procreationes à latere ſingulari, quod unica nota ſeu figura conſtat, cognoſcere poſſimus.

Illæ verò poteſtates, quę à latere binarum notarum, alias binomio, exſurgunt, hanc obtinent generationis ſuæ principium & incrementum, ut ex hac *Tabella* appoſita B. conſtat.

Atq; hoc modo deſcribetur tabella poteſtatum adſcendentium in ſcala à latere binomio, ut ex *Tabella* ſequenti C. liquet.

In qua qualibet ſpecies intermedia cuiuſq; ordinis ſeu columnæ perpendicularis formatur ex duabus ſpeciebus columnæ præcedentis utrinq; proximis:

Scilicet *A*. poteſtate ſuperioris ſpeciei, & B poteſtate inferioris. Vt in columna ſecunda ſpecies intermedia eſt 2. *AB* ergo ſpecies intermediæ in tertia columna erunt 3. *AAB* & 3. *ABB*. Ex hac oriuntur ſpecies intermedię ordinis quarti, ſc. 4. *AAA*B, 6. *AABB* & 4. *ABBB*. *Secundò in ſuprema tabula* (quę tranſverſa) *extrema ſunt ſemper poteſtates,* ut in ſecunda tabula *A* A, in tertia *AAA*, in quarta *AAAA*. *Sicuti intermediæ ſpecies ſemper ſunt parallelogramma,* parallelepipeda ſeu complementa. *Complementa autem omnia cum poteſtate B vel A gnomon vocatur,* ut ſuperius diximus. *Numerus autem diagonalium & complementorum ita invenitur.* Conſtitue tot quadrata majora vel minora, quot ipſe character expoſtulat, v. gr. Cubus (cujus ſignum C denotat 3, ut ex ejus annexa columna vides: ergo ſcribantur tria A & totidem *B* pro cubis, ut *AAA*, *BBB*. *In diagonalibus numerus hac ratione conſtat:* pro exemplo ſumamus & introſpiciamus columnam ſeptimam, quæ eſt QQC, cujus numeri inveniuntur ex numeris immediatè præcedentibus ſc. columnæ ſextę: adde enim unitatem ſenario, & habebitur numerus complementi primi & ultimi, ſc. 7. *AAAAAAB*, & 7. ABBBBBB. Secundo adde ſenario 15, ut habeas complementa duo nimirum 21. AAAAABB & 21 *AA*BBBBB. Adde quindecim 20, & habebis hęc complementa: 35. *AAAA*BBB. *Et ſic de cæteris.* *Tertio ex tabella hac liquet,* quod quadratum AA + 2. AB + BB à latere binomio A + *B* affirmato conſtet ex diagonalibus quadratis utriuſq; notæ, ſc. AA & BB, & duplici rectangulo ſub ipſis notis *A* & B, ſc. 2. *AB*. Cubus verò *AAA* + 3. AAB + 3. *ABB* + BBB conſtat ex cubicis diagonalibus AAA & BBB ſicuti & triplici ſolido ſub quadrato majoris notæ & nota minore, ut 3. *AAB*; & triplici item ſolido ſub majore nota & quadrato minoris, ut 3. BBB. Et ſic de poteſtatibus reliquis omnibus. *Deniq: in hac fœcundiſſima tabella intuemur ſedem tum poteſtatum ſingularium ſive diagonalium, tum cuiuſq; ſpeciei complementorum.* Nam cùm inter bina quadrata *AA* & *BB* unica ſit ſpecies, ſedes quadratorum unicum etiam interponent pro complementis locum, ut inter quadrata AA & *BB*, hæc complementa 2. *AB*. Similiter cùm inter duos cubos AAA & BBB duæ ſint complementorum ſpecies, ſedes cuborum duos quoq; interponent locos ſituſve pro ſuis complementis, ut inter AAA & BBB cubos ſunt hęc complementa duo: 3 *AAB* & 3 *ABB*. Et ſic de reliquis. Intuere *Tabulam C.*

Ex his tribus tabellis liquide admodum conſtat, quòd

Latus in	ſe	ductum, facit	quadratum.
	quadratum		cubum.
	cubum		quadrato--quadratum.
	quadrato--quadratum		quadrato--cubum.
	quadrato- cubum		cubo--cubum.

Et permutatim, hoc eſt.

Quadratum	in	latus	facit	cubum.
Cubus				quadrato--quadratum. &c.

Rurſus.

Quadratum in	ſe	facit	quadrato -quadratum.
	cubum		quadrato--cubum.
	quadrato--quadratum		cubo--cubum.

Et permutatim.

Cubus in	ſe	facit	cubo--cubum
	quadrato--quadratum		quadrato quadrato--cubum.
	quadrato--cubum		quadrato- cubo -cubum.
	cubo -cubum		cubo cubo--cubum.

Et permutatim eq; in homogeneis.

Latitudo in	longitudinem	facit	planum.
	planum		ſolidum.
	ſolidum		plano -planum.
	plano--planum		plano- ſolidum.
	plano--ſolidum		ſolido--ſolidum.

Et permutatim.

Planum in	planum.	facit	plano--planum
	ſolidum		plano--ſolidum
	plano--planum		ſolido--ſolidum.

Et permutatim.

Solidum in	ſolidum	facit	ſolido--ſolidum.
	plano--planum		plano--plano--ſolidum.
	plano--ſolidum		ſolido--ſolido--ſolidum.

Et permutatim. Et ſic de cæteris poteſtatibus eodem plane modo argumentari licet.

39 Et hęc de Magnitudinum Rationalium multiplicatione, earumq; ſeu poteſtatum differentiis & generatione quam ſufficienter dicta ſint, deſcendemus ad alterum Reſolutionis membrum, quod diviſionem eſſe ſupra diximus.

CA-

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

TABVL[...]
POTESTATVM ADS[...]
FOE C VN[...]
Ita Minſca[...]

1	L	Q	C	QQ	QC	QQQ ſeu CC	QQC	QCC
	1	2	3	4	5	6	7	8
	A	aa	aaa	aaaa	aaaaa	aaaaaa	aaaaaaa	aaaaaaaa
	B	2 ab	3 aab	4 aaab	5 aaaab	6 aaaaab	aaaaaab	8 aaaaaaab
		bb	3 abb	6 aabb	10 aaabb	15 aaaabb	21 aaaaabb	28 aaaaaabb
			bbb	4 abbb	10 aabbb	20 aaabbb	35 aaaabbb	56 aaaaabbb
				bbbb	5 abbbb	15 aabbbb	35 aaabbbb	70 aaaabbbb
					bbbbb	6 abbbbb	21 aabbbbb	56 aaabbbbb
						bbbbbb	7 abbbbbb	28 aabbbbbb
							bbbbbbb	8 abbbbbbb
								bbbbbbbb
	1	2	3	4	5	6	7	8
	L	Q	C	QQ	QC	QQQ ſeu CC	QQC	QCC

ABVLA C
M ADSCENDENTIVM,
ut
OE CVNDA
Ita Mirifica.

CC
8
aaaaaaa
aaaaaa b
aaaaa bb
aaaa bbb
aaa bbbb
aa bbbbb
a bbbbbb
bbbbbbb
bbbbbbbb
8
CC

	CCC
	9
	aaaaaaaaa
9	aaaaaaaa b
36	aaaaaaa bb
84	aaaaaa bbb
126	aaaaa bbbb
126	aaaa bbbbb
84	aaa bbbbbb
36	aa bbbbbbb
9	a bbbbbbbb
	bbbbbbbbb
	9
	CCC

	QQCC
	10
	aaaaaaaaaa
10	aaaaaaaaa b
45	aaaaaaaa bb
120	aaaaaaa bbb
210	aaaaaa bbbb
252	aaaaa bbbbb
210	aaaa bbbbbb
120	aaa bbbbbbb
45	aa bbbbbbbb
10	a bbbbbbbbb
	bbbbbbbbbb
	10
	QQCC

	QCCC
	11
	aaaaaaaaaaa
11	aaaaaaaaaa b
55	aaaaaaaaa bb
165	aaaaaaaa bbb
330	aaaaaaa bbbb
462	aaaaaa bbbbb
462	aaaaa bbbbbb
330	aaaa bbbbbbb
165	aaa bbbbbbbb
55	aa bbbbbbbbb
11	a bbbbbbbbbb
	bbbbbbbbbbb
	11
	QCCC

	CCCC
	12
	aaaaaaaaaaaa
12	aaaaaaaaaaa b
66	aaaaaaaaaa bb
220	aaaaaaaaa bbb
495	aaaaaaaa bbbb
792	aaaaaaa bbbbb
924	aaaaaa bbbbbb
792	aaaaa bbbbbbb
495	aaaa bbbbbbbb
220	aaa bbbbbbbbb
66	aa bbbbbbbbbb
12	abbbbbbbbbbb
	bbbbbbbbbbbb
	12
	CCCC.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

Digitized by Google

CAPVT VIII.

DE

Magnitudinum Rationalium Diviſione Synthetica.

1 NVnc Ratio Ordinis poſtulat, ut de quarta *Arithmetices* parte, eaq; poſtrema, vel de numerationis ſecundæ ſecundo membro aliquid dicamus, quæ *partitio* vel *diviſio* eſt appellata. *Græcis* dicitur Μερισμὸς, . *Mathematici* quoq; *Geometrica* voce ipſam vocant παραβολὴν, *comparationem; quæ eſt adplicatio dati ſpatii ad totam rectam, vel accõmodatio lateris ad datum latus, unde rect angulum parallelogrammum deſcribi queat* Vt igitur duorum ejuſmodi laterum mutuus in ſe ductus, figuram conficit, & quidem rectangulam, ſi dicta τὰς ὀρθὰς coierint, id quod magnitudinum multiplicationi reſpondet; ſic in diviſione, magnitudo dividenda eſt veluti rectanguli area, diviſor velut latitudinis vel longitudinis latus, hoc eſt unum eorum, quæ rectangulum comprehendunt. cui alterum vel latitudinis vel longitudinis latus orthogonaliter iungendum, per quod prius multiplicatum, ſpatium ſibi congruens capiat: atq; id latus magnitudo quæſita ſeu quotiens vel quotus repræſentat, quippe, quod in diviſorem ductus, magnitudinem dividendam ſemper reſtituat. Vide ſis apud *Joh: Baptiſtam Benedictum.* Hinc πλάτος παραβολῆς, latitudo comparationis, ſeu comparatæ figuræ, à *Nicomacho* dicitur: dividendus μεριζόμενος ἢ παραβαλλόμενος, diviſor μερίζων ἢ παραβάλλων. *Euclides* tamen *Geometrico* more μετρεῖν, μετροῦντα, καὶ μετρούμενον pro diviſione, diviſore & dividendo accipit.

2 *Diviſio eſt numeratio ſecunda, quâ magnitudo à magnitudine toties ſubducitur quoties fieri poteſt, ad obtinendum quotum.*

Quotus ergo hic provenit ex adplicatione magnitudinis planæ, vel ad longitudinem datam, ut latitudo; vel ad latitudinem datam, ut longitudo congrua inquiratur. Vel diviſio eſt alicujus magnitudinis in quaſvis partes ſectio, ex qua numerus producitur, qui toties unitatem complectitur, quoties dividendus diviſorem includit: quare etiam toties diviſor ex dividendo aufertur: *ut diviſio nihil aliud ſit quam multiplex ſubductio*, imo ſubductionis compendium, non ſecus ac multiplicatio eſt compendioſa addendi ratio, ac idpropter ex diametro cum multiplicatione pugnat. *Eſt idcirco dividere, ex ſectione dividendi numeri per diviſorem, numerum progignere, qui tot unitatibus conſtat, quoties dividendus diviſorem complectitur.* Vt ſi quiſpiam in hunc modum quærat, quoties quaternarius contineatur in 12, reſpondebit quis illico ter; quia ternarius toties continet unitatem, quoties 12. quaternarium. Vt:

12
4 ÷
―――――
3 ——— 1 ——— 12 ——— 4.
1 ÷ 4 ÷
―――――
3 ——— 3.

Franc. Maurolyco Quantitas in quantitatem partiri dicitur, cum ſumitur quantitas, ad quam diviſa eam habet rationem, quàm dividens ad poſitam.

3 *Diviſio autem eſt vel Synthetica vel Analytica.*

4 *Diviſio Synthetica eſt, quæ diviſorem habet, qui dividendum dividat.*

5 *Conſideratur autem hæc vel algorythmice, quatenus ſc. eſt in numero 4. Arithmetices partium; vel ratione differentiarum, quæ ex illa oriuntur.*

6 *Diviſio Algorythmicè conſiderata hac nititur regula: In operatione à ſiniſtra verſus dextram progredere, & magnitudinem ultimam diviſoris ſub ultima dividendæ colloca. Tum ſi diviſor pluribus gauiſus fuerit figuris, per omnes quotum inuentum ducito, factumq; ex dividendo ſubtrahe. Sic finitá hac operatione prima progredere ad ſecundam diviſorem per unam figuram verſus dextram promouendo, & eodem plane modo, ut in prima operatione, ſic (in hac ſecun*

da operare, quod exemplis cuiuis facile obuium fiet.

Exemplum 1.

7 *Datis duabus magnitudinibus ſimplicibus homogeneis, inquirere ex iis relictum quotum.*

Sint 12 quadrata (ut 12. AA) dividenda per quatuor latera, id eſt, per 4. *A*, invenietur quotus laterum trium, puta 3. *A*. Vt:

$$\begin{matrix} 12.\ AA \\ 4.\ A \div \end{matrix} \Big\{ 3.\ A.$$

$$\overline{12.\ AA}$$

Aliud exemplum.

Sint dividendi cubi 8. per 2. latera, id eſt 8. *BBB* per 2. *B*, exſurgent pro quoto quatuor quadrata, videlicet 4. BB. Vt:

$$\begin{matrix} 8.\ BBB \\ 2.\ B \div \end{matrix} \Big\{ 4.\ BB.$$

$$\overline{8.\ BBB}$$

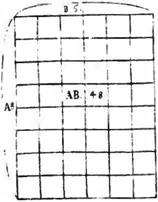
Aliud exemplum.

8 *Dato numero militum & aciei, & unius ordinis, indagare numerum ordinum, & contra.*

Sit datus numerus militum *A*B. 48, determinati autem ſint pro ſingulis ordinibus *B* milites A. 8 1. quæritur numerus ordinum *B*. ℞ 6. dividantur enim 48. ſc. *A*B per *A* 8. ut quotus ſit *B*. 6. numerus ordinum quæſitus. Vel dividantur pro *AB* milites 48, per B militum ordines 6, ut quotus ſit A. 8. pro militibus cujuſcunq; ordinis. Vt:

$$\begin{matrix} AB.\ 48 \\ A\ \ \ 8 \end{matrix} \Big\{ B.\ 6. \qquad \begin{matrix} AB.\ 48 \\ B.\ \ 6 \end{matrix} \Big\{ A.\ 8.$$

$$\overline{AB.\ 48.} \qquad \overline{AB.\ 48.}$$



Exemplum 2.

9 *Datis duabus magnitudinib' ſimplicibus heterogeneis indagare ex iis quotũ quæſitũ*

Sit datum quadratum *AA* dividendum per B lineam, operatio abſolvetur interpoſitione lineæ, ut quotus ſit *AA* planum diviſum per *B* lineam.

$$\begin{matrix} AA \\ B \div \end{matrix} \Big\{ \frac{AA}{B}$$

10 *In diviſione magnitudinũ Compoſitarum ſimilia ſigna affirmãt, contraria negant.*

Exemplum 1.

Da-

Digitized by Google

11 *Datis duabus magnitudinibus compoſitis affirmatis, indagare earum quorum.*

12 Ex. gr. *Dato quadrato ſummæ laterum & ... o laterum, indagare latus alterum.*

Sit datum quadratum ſummæ laterum AA + 2. AB + BB dividendum per latus A + B, quæritur quotus? ℞ A + B; nam A + B d... for ... ntinetur in ſupraposito dividendo AA + 2. AB, ut quotus ſit A, quem duc in A + B, & factum AA + AB ſubtrahe AB AA + 2. AB ut reſiduum ſit AB, cui addatur reliquum dividendi ſc. + BB ut ſit AB + BB & promove diviſorem A + B, tum AB + BB divide per A + B, ut quotus ſit B, quem multiplica per A + B diviſorem, & factum AB + BB ſubtrahe a reliquo dividendi AB + BB, ut nihil remaneat. Et ſic quotus quæſitus erit A + B ortus ex diviſione AA + 2. AB + BB per A + B. Ut:

AA + 2. AB + BB
A + B ÷ | { A + B.
AA A3 |
A
0 + A + B
AB + B
0. 0.

In Numeris.

Sit area quadrati AA + 2. AB + BB 100 partium, id eſt, 64 + 32 + 4 per latus ſc. A + B, quod in numeris ſit 10, vel 8 + 2, erit quotus A + B 8 + 2 quæſitus hoc modo: primò inquiratur, quoties 8 + 2 diviſor continentur in dividendo ei ſupraſcripto ſc in 64 + 32. Et invenies 8, quem intra ſemicirculum pro quoto invento ſtatues, eumq; multiplices cum 8 + 2 ſc. cum diviſore, & factum 64 + 16 aufferes a ſuperiori dividendo 64 + 32, ut tibi reſtent 16, quæ ſcribes ... hoc modo, 0 + 16: hac operatione prima facta, accinges te ad ſecundam, dicendo 8 + 2 continetur in 16 + 4 bis, quem pro quoto ſemicirculo adſcribes, ita tamen, ut duos inventos quotos ſc. 8 & 2 copules per ſignum affirmatum, & poſtmodum multiplices 2 per diviſorem 8 + 2, & factum 16 + 4 ſubduces à dividendo ſupraſcripto 16 + 4, ut reliquum ſit nihil. Dices ergo 64 + 32 + 4, id eſt, 100 diviſa per 8 + 2, id eſt, 10, gignere quotũ 8 + 2, id eſt, 10. deſideratũ.

64 + 32 + 4 { 8 + 2 ——— 10.
8 + 2 ÷ |
64 + 16 |
0 + 16 + 4
8 + 2
16 + 4
0 0

13 *Aliud Exemplum in Speciebus affirmatis.*

Sit hæc ſuperficies AA + 2. AB + BB + AC + BC dividenda per latus ejus A + B, quæritur quotus, qui repræſentet latus alterum? ℞ A + B + C nam A + B ducta in A + B + C producet hanc ſuperficiem AA + 2. AB + BB + AC + BC. Operatio hæc nihil differt à ſuperiori. Ut:

AA + 2. AB + BB + AC + BC { A + B + C.
A + B ÷ | | |
AA + AB | | |
AB + BB | |
A + B | |
AB + BB | |
0 + AC + BC
A + B
AC + BC
0. 0.

In Numeris. Sit data ſuperficies $AA + 2.AB + BB + AC + BC$ $64 + 32 + 4 + 32 + 8$, quæ æquivalent 140, dividenda per ejus latus $A + B$, $8 + 2$, id eſt 10, exſurgent pro quoto tanquam pro altero latere $A + B + C$, $8 + 2 + 4$, id eſt, 14, nam 14 ducta in 10, producũt eandem ſuperficiem 140, quæ hic in diviſione data fuit. Vt:

$64 + 32 + 4 + 32 + 8$ { $8 + 2 + 4$.
$8 + 2$
$64 + 16$
$0 \quad 16 + 4$
$8 + 2$
$16 + 4$
$0 + 32 + 8$
$8 + 2$
$32 + 8$
$0. \quad 0.$

14 *Exemplum 3. in Speciebus affirmatis.*

Sit dividendum planum $AA + 2.AB + 2.AC + BB + 2.BC + CC$ per ejus latus $A + B + C$, quæritur quotus, qui ſit alterum pleni latus ſ. $A + B + C$; nam $A + B + C$ in ſe ductum producet planum ſupradictum $AA + 2.AB + 2.AC + BB + 2.BC + CC$. Vt:

$AA + 2.AB + 2.AC + BB + 2.BC + CC$ { $A + B + C$.
$A + B + C$
$AA + AB + AC$
$AB + AC + BB + 2.BC$
$A + B + C$
$AB + BB + BC$
$AC + BC + CC$
$A + B + C$
$AC + BC + CC$
$0. \quad 0. \quad 0.$

In Numeris. Sit datum planum $AA + 2.AB + 2.AC + BB + 2.BC + CC$, $36 + 24 + 12 + 4 + 4 + 1$, hoc eſt, 81 dividendum per $6 + 2 + 1$, hoc eſt 9, ejus latus, inquirendũ eſt latus alterum, quod exhibebit quotus $6 + 2 + 1$ hoc eſt 9; nam $6 + 2 + 1$ in ſe ducta procreant planum $36 + 24 + 12 + 4 + 4 + 1$, vel quod idem eſt, 9 & 9 in ſe multiplicata dant 81, Vti ex §. 45. c. p. præced. 7. conſtat Vt:

$36 + 24 + 12 + 4 + 4 + 1$ { $6 + 2 + 1$.
$6 + 2 + 1$
$36 + 12 + 6$
$12 + 6 + 4 + 4$
$6 + 2 + 1$
$12 + 4 + 2$
$6 + 2 + 1$
$6 + 2 + 2$
$6 + 2 + 1$
$0 \quad 0 \quad 0$

Exem-

Exemplum 2.

15 *Datis duabus Magnitudinibus Negatis inquirere earum quotum.*

16 *Data ergo differentia quadratorum & differentia laterum, cognoſcere reliquum latus ignotum.*

Sit pro exemplo data differentia quadratorum AA — BB & differentia laterum A — B, quærendum alterum ejuſdem plani latus ignotum? Invenietur idipſum eſſe A + B, Cum A + B ductum in A — B gignat magnitudinem dividendã, AA — BB. Vt.

AA — BB { A + B
A — B ÷
AA + AB
AB — BB
A — B
AB — BB
0 0

In Numeris. Sit data quadratorum differentia AA — BB, 25 — 16, hoc eſt, 9, & ſit data laterum differentia A — B 5 — 4, id eſt, 1. quæritur aliud latus? R A + B erit 5 + 4, hoc eſt, 9: nam 5 + 4 ſeu 9 ducta in 5 — 4 ſeu 1. producunt 25 — 16, hoc eſt, 9. Vt.

25 — 16 { 5 + 4.
5 — 4 ÷
25 + 20
0 ✠ 20 — 16
5 — 4
20 — 16
0 0

Plura harum Magnitudinum negatarum exempla petantur ex capite præcedenti VII. quæ facile hic locum inveniunt.

17 *Exemplum 3 in magnitudinibus compoſitis diverſorum ſignorum.*

18 *Datâ idcirco differentia quadratorum & ſumma laterum, invenire aliud latus.*

Sit data differentia quadratorum, ut ante, AA — BB, & ſumma laterum A + B, invenietur per harum duarum magnitudinũ diviſionem alterũ latus A — B quod differentia laterum eſt. Vt:

AA — BB { A — B
A ✠ B ÷
AA + AB.
0 — AB — BB
A + B
— AB — BB
0. 0.

In Numeris. Sit, ut ante, data differentia quadratorum AA — BB 25 — 15 data etiam ſit ſumma laterum A + B 5 + 4; erit latus dati plani alterum A — B, 5 — 4. Ducatur enim 5 — 4 hoc eſt 1, per 5 + 4, id eſt, 9, exſurget AA — BB, 25 — 16, quod eſt, 9. Vt:

25 — 16 { 5 — 4.
5 ✠ 4 ÷
25 + 20
0 — 20 — 16
5 + 4
20 — 16
0 0

Aliud exemplum.

19 *Dato quadrato differentiæ laterum, & differentia laterum ſcire alterum latus.*

Sit

Sit data differentia laterum $A - B$, ſit itidē datum quadratum ſuper differentiam laterum deſcriptum $AA - 2.AB + BB$, quæritur alterum latus? ℞ $A - B$. Nam $A - B$ differentia laterum in ſe multiplicata gignit $AA - 2.AB + BB$ quadratum differentiæ laterum, uti conſtat ex capite præced. 7. Vt:

$$AA - 2.AB + BB \;\{\; A -$$
$$A - B \div$$
$$AA - AB$$
$$- AB + BB$$
$$A - B$$
$$- AB + BB$$
$$0 \quad 0$$

In Numeris. Sit datum quadratum differentiæ laterum $AA - 2.AB + BB$, $36 - 24 + 4$, hoc eſt, 16. Sit itidem data differentia laterum $A - B$, $6 - 2$, hoc eſt, 4. erit per diviſionem horum latus ignotum $6 - 2$; nam $6 - 2$, hoc eſt, 4 in ſe multiplicata dant 16, id eſt, $36 - 24 + 4$. Vt:

$$36 - 24 + 4 \;\{\; 6 - 2$$
$$6 - 2 \div$$
$$36 - 12$$
$$- 12 + 4$$
$$6 - 2$$
$$- 12 + 4$$
$$0 \quad 0$$

Aliud exemplum.

Sit magnitudo data $AA - BB + 2.BC - CC$ dividenda per alterutrū ejus latus, ſc. $A - B + C$, ut inveniatur latus alterum $A + B - C$. Vt.

$$AA - BB + 2.BC - CC \;\{\; A + B - C.$$
$$A - B + C \div$$
$$AA - AB + AC$$
$$+ AB - AC - BB + 2.BC - CC$$
$$A - B + C$$
$$AB + BB + BC$$
$$- AC + BC - CC$$
$$+ A - B + C$$
$$- AC + BC - CC$$
$$0 \quad 0 \quad 0$$

Eodem modo invenietur latus alterum,

Si ſc. magnitudinem datam $AA - BB + 2.BC - CC$ diviſeris per $A + B - C$ quotum, & exſurget diviſor $A - B + C$. Vt:

$$AA - BB + 2.BC - CC \;\{\; A - B + C$$
$$A + B - C \div$$
$$AA + AB - AC$$
$$- AB + AC - BB + 2.BC - CC$$
$$+ A + B - C$$
$$- AB - BB + BC$$
$$AC + BC - CC$$
$$A + B - C$$
$$AC + BC - CC$$
$$0 \quad 0 \quad 0$$

In Numeris. Hoc ipſum declarare non opus fore duxi, cùm declaratio iſta numeroſa ex cap. præc. VII. elem. 59. peti poſſit, & debeat, qui illam deſideret.

Porro denominationes Quotum ex diviſionibus gradatim à ſcandentibus magni-tu-

tudinibus proportionaliter ex genere ad genus, hac progrediuntur via. Vt:

Quadratus	diviſus per Latus, dabit	Latus.
Cubus		quadratum.
Quadrato--quadratus		cubum.
Quadrato--cubus		quadrato--quadratum.
Cubo--cubus		quadrato--cubum.

Et permutatim, id eſt.

Cubus	diviſus per	quadratum	dat Latus.
Quadratus		cubum	

Rurſus.

Quadrato--quadratus	diviſus per quadratum, dat	quadratum.
Quadrato -cubus		cubum.
Cubo--cubus.		quadrato--quadratum.

Et permutatim.

Cubo--cubus	diviſus per cubum, dat	quadrato--quadratum.
Quadrato--cubo--cubus		quadrato--cubum.
Cubo--cubo--cubus		cubo--cubum.

Et permutatim æq; in homogeneis.

Planum	diviſum per latitudinem dat	longitudinem.
Solidum		planum.
Plano--planum		ſolidum.
Plano- ſolidum		plano--planum.
Solido--ſolidum		plano--ſolidum.

Et permutatim.

Plano- planum	diviſum per planum, dat	planum.
Plano--ſolidum		ſolidum.
Solido--ſolidum		plano--planum.

Et permutatim.

Solido--ſolidum	diviſum per ſolidum, dat	ſolidum.
Plano--plano--ſolidum		plano--ſolidum.
Plano -ſolido--ſolidum		ſolido--ſolidum.

21 *Et permutatim,* eaq; deinceps ſerie.

22 *Interdum diviſionem antecedit ſequiturve aliqua Numeratio.*

Exemplum 1.

23 *Dato ſolo ſeu ſpatio inſtruere aciem quadrangularem.*

Sit data & menſurata pedibus Geometricis ſoli latitudo 21, & longitudo ejuſdem 35, collocandi ſunt in ſolo hoc haſtati, quorum unus occupet in longitudine pedes 7, & in latitudine 3, quæruntur milites? Ad hoſce inveniendos, divide latitudinem datam 21 per 3 numerum ſc. pedum, quos miles unus occupat in latum, ſimiliter longitudinem 35 per 7, numerum videlicet pedum, quos idem occuppat in longum, ut ex priori diviſione habeas 7 numerum capitum pro ordine frontali; ex poſteriori 5. numerum ordinum pro ordine laterali: hoſce prætetea quotos 7 & 5 in ſe multiplica, factuſq; 35 exhibebit numerū omnium haſtatorum, qui ad ſolum menſuratum occupandū requirūtur. Vt: 21   35

$$\begin{array}{c} 3 \div \\ \hline 7 \\ 5 * \\ \hline 35. \end{array} \qquad \begin{array}{c} 7 \div \\ \hline 5 \end{array}$$

Exemplum 2.

Figurarum circumferentia invenietur æqualis earundem ſuperficiei, ſi figuræ datæ circumferentia dividatur per ejus ſuperficiem, quotuſq; multiplicetur per ſingula latera.

Exemplum 1. in quadrato.

Sit datum quadrati latus 6, eritq; ejus area 36, hęc dividat ejus ambitum 24, ut quotus ſit $\frac{2}{3}$ multi-

multiplicetur etiam latus 6 per numeratorem quoti 2, factuſq; 12 dividatur per ejuſdem quoti denominatorem 3, ut quotus ſit 4 pro latere quadrati quæſiti, cujus ambitus 16 æquatur ejus areæ 16, quod faciendum. Vt:

6
6 *
———
36

4
4
4   4
4 + 4 *
———————
16 ═══ 16.

6
6
6   6
6 + 2 *
———————
24   12
36 ÷ 2   3 ÷
———————
3   4.

Exemplum 2. in triangulo.

Sit datum ex. gr. triangulum rectangulum, cujus latera ſunt 3, 4 & 5, quorum ſumma 12, trianguli verò area ſit 6, dividatur ambitus 12 per aream ejus 6, quotus 2 multiplicet data latera ſingula 3. 4 & 5, ut quæſiti trianguli latera ſint producta 6, 8 & 10. quorum ſumma 24 æquatur ejuſdem trianguli plano 24. Vt:

3
4
5 +
———
12
6 ÷
———
2.

4
3 * 1
———
12
2 ÷
———
6

3 —— 4 —— 5
2   2   2 *
———————
6   8   10
8 *   8
———   6 +
48
2 ÷
———————
24 ═══ 24.

Exemplum 3.

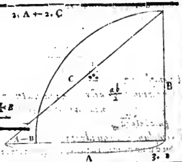
24 *Dato, in triangulo rectangulo, catheto, & ſumma hypothenuſæ & baſis, colligere & hypothenuſam, & baſin.*

Sit data illa ſumma laterum $A + C$ 9 & latus B ſit 3, quæruntur A & C? Reſp. A erit 4, & C 5. Ducatur namq; B 3 in ſeſe, factus BB 9 ſubtrahatur à quadrato $AA + 2. AC + CC$ 81 ſuper ſummam laterum $A + C$ 9 deſcripto, ut reſiduum ſit $AA + 2. AC + CC - BB$, 72, quod diviſum per $A + C$ 9 duplicatũ, vid. per 2. A + 2. C 18, dat $\frac{AA + 2. AC + CC - BB}{2. A + CC}$ 4 æquale A, hoc ſubtractum à ſumma laterum $A + B$ 9, remanebit C 5. Vt:

B   A + C
B *   A + C *
———————
BB   AA + AC
    AC + CC
———————
AA + 2. AC + CC
    BB ——
———————
AA + 2. AC + CC —— BB
    2. A + 2. C ÷
———————
AA + 2. AC + CC —— BB
———————
2. A + 2. C
In Numeris.

A + C
2 *
———
2. A + 2. C

A + B
═══ A
———
B.



3 B   9 A + C   9
3 *   9 *   2 *

9   81   18. 2. A + 2. C
9 —

72
18 ÷   4 —

4. A   5. C

Exemplum 4.

25 *Datâ duarum turrium tam altitudine, quàm diſtantia, deſignare in plano horizontali punctum à ſummitate datarum turrium æquidiſtans.*

Sint datæ turres A & B, quarum A ſit alta pedum 30, B verò 10, data etiam diſtantiâ turriū à ſe invicem C + D 100, deſignandum nunc eſt punctum in plano horizontali C + D æquidiſtans à vertice turrium A & B? quæritur ergo linea C & D quantæ eſſe debeant, ut punctum quæſitum deſignent? Reſpondeo C 46, & D 54: Quadretur enim C + D 100, & quadrato CC + 2. CD + DD 10000 adde quadratum BB 100 ſuper B 10 deſcriptum, & à ſumma CC + 2. CD + DD + BB 10100 ſubtrahe quadratum AA 900 ſuper A 30 deſcriptum, reſiduum CC + 2. CD + DD + BB — AA 9200 diviſum per latus C + D 100 duplicatum, utpote per 2. C + 2. D 200, exhibet lineam primam quæſitam CC + 2. CD + DD + BB — AA 46 æqualem ipſi C, hæc ſubducta a tota C + D 100 relinquit D. 54. Vt.

2. C + 2. D

C + D   B   A   C + D
C + D *   B *   A *   2 *

CC + CD   BB   AA   2. C + 2. D.
CD + DD

CC + 2. CD + DD
BB +

CC + 2. CD + DD + BB
AA —

CC + 2. CD + DD + BB — AA
2. C + 2. D ÷

CC + 2. CD + DD + BB — AA
2. C + 2. D
= C + D
C —
D.

In Numeris

100 C + D.   10 B.   30 A.   200
100 *   10 *   30 *   2 *

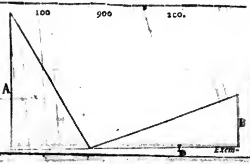
10000   100   900   200.
100 +

10100
900 —

9200
200 ÷

46. C.
200 —

54. D.

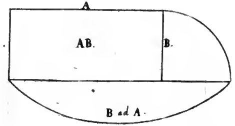


Exem-

Exemplum 5.

26 *Data parallelogrammi proportione laterum, & ejuſdem area, inquirere ipſa latera.*

Sit datum parallelogrammum, cujus area ſeu planities data ſit AB 90, & proportio latitudinis B ad longitudiẽn A, ut 5 ad 9, quærentur ipſa latera A & B? Reſpondeo B erit √ 50, & A √ 162: multiplicetur enim B 5 in ſeſe, & quadratum BB 25 ducatur in planum AB 90, & factus 2250 dividatur per factum AB 45 à latere A 9 & B 5, & ex quoto 50 extractum latus quadrati dabit √ 50 pro latere quæſito B. Præterea quadratum 81 AA factum à latere A 9 multiplicetur per 90 AB, factuſq; 7290 dividatur per AB 45, & ex quoto 162 educatur latus, quale eſt √ 162 pro latere altero quæſito A. Vt:



5 B.
5 *

9 A.
5 B.

9 A.
9 *

---

25 BB.
90 * AB.

45. AB

81 AA
90 * AB.

2250
45 ÷ AB

7290
45 ÷ AA

---

50 —— LQ —— 162 —— LQ ——

√ 50. B

√ 162. A

Exemplum 6.

27 *Datis tribus trianguli lateribus, inquirere baſis ſegmenta à perpendiculari facta.*

Sit datum latus A 13, B 15 & C + D 14, inquirantur ſegmenta C & D? Reſpondeo C erit 5, & D 9: Addatur enim quadratum AA 169 ipſius lateris A 13 quadrato CC + 2. CD + DD. 196, ipſius lateris C + D 14, & à ſumma CC + 2. CD + DD + AA 365 ſubtrahatur quadratum BB 225 ipſius lateris B 15, reſiduũq; CC + 2 CD + DD + AA — BB 140 dividatur per 2.C + 2.D 28, hoc eſt, per duplũ lateris C + D 14, ut quotus ſit $\frac{\text{CC} + 2.\text{CD} + \text{DD} + \text{AA} - \text{BB}}{2.\text{C} + 2.\text{D}}$ 5 æqualis ipſi ſegmento minori C. Cæterùm addantur quadrata BB 225, & CC + 2. CD + DD 196, & à ſumma CC + 2. CD + DD + BB 421 ſubtrahatur quadratum AA 169 reliquuſq; CC + 2. CD + DD + BB — AA 252 dividatur per 2.C + 2. D 28, & quotus $\frac{\text{CC} + 2.\text{CD} + \text{DD} + \text{BB} - \text{AA}}{2.\text{C} + 2.\text{D}}$ dabit 9. pro altero ſegmento majori D. Vt:

A
A *

C + D
C + D *

B
B *

C + D.
2 *

AA

CC + CD
CD + DD

BB

2. C + 2. D

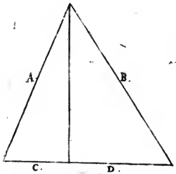
CC + 2. CD + DD
AA +

CC + 2. CD + DD
BB +

CC

CC + 2.CD + DD + AA　　CC + 2.CD + DD + BB
BB —　　AA —
2　　
CC + 2.CD + DD + AA — BB　　CC + 2.CD + DD + BB — AA
2.C + 2.D ÷　　2.C + 2.D ÷

$$\frac{CC + 2.CD + DD + AA - BB}{2.C + 2.D} = C. \qquad \frac{CC + 2.CD + DD + BB - AA}{2.C + 2.D} = D$$



In Numeris.

13 A.	14 C + D	15 B
13 *	14 *	15 *
39	56	75
13	14	15
169	156	225
	169 +	196 +
	365	421
	225 —	169 —
	140	252
	28 ÷	28 ÷
	5. C.	9. D.

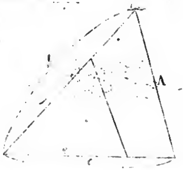
Exemplum 7.

28 *Datis tribus trianguli acutanguli lateribus, datoq; in latere aliquo puncto, ſecare triangulum biſariam.*

Sit datum triangulum acutangulum *ABC* datumq; latus *A* 13, B 15, C 14 & ſegmentum D 10, quæritur ſegmentum *E*? ℞ $10\frac{1}{2}$. Multiplicetur enim B 15 per C 14, & factus *BC*. 210 in duas dividatur partes, quarum una ſit $\frac{BC}{2}$ 105, quę adplicetur ad D 10, quotuſq; $\frac{\frac{BC}{2}}{D}$ $10\frac{1}{2}$ exhibebit ſegmentum E. quæſitum. Vt:

B	15
C *	14 *
BC	210
2 ÷	2 ÷
$\frac{BD}{2}$	105
D ÷	10 ÷
$\frac{BC}{2}$	$10\frac{1}{2}$

$\frac{\frac{BC}{2}}{D}$ = *E*

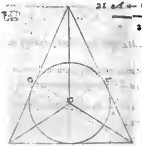


Exemplum 8.

29 *Datis tribus trianguli lateribus, dataq; ejus area, indagare radium circuli triangulo inſcripti.*

Sit datum triangulum acutangulum ABC, cujus latus *A* 13, *B* 15, C 14 & area 84, inquirendus eſt radius *AD*, vel *BD*, vel C*D* circuli maximi prædicto triangulo inſcripti? Reſp. 4: Addantur enim omnia trianguli latera *A* 13, B 15 & C 14, & ſummæ *A* + B + C 42 capiatur ſemiſſis $\frac{A + B + C}{2}$ 21, quæ dividat trianguli aream datam 84, ut quotus 4 ſit pro radio circuli quæſito. Ut:

13 *A*		
14 *C*		
15 *B* +		
42 *A* + C + *B*		84 area.
2 ÷	2 ÷	21 ÷
21 $\frac{A + C + B}{2}$		4 *AD*



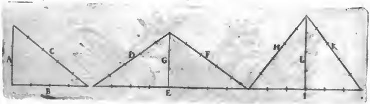
Exem-

Exemplum 9.

30 ***Cõſtituere duo triãgula, quorũ plana et duo latera ſint æqualia, baſes verò inæquales.***

*A*d hoc faciendum deſcribe triangulum rectangulum *ABC* quodcunq; ex quo quæſitorum triangulorum latera deſumuntur hoc modo: fiat baſis *E* dupla ipſius *B*, & perpendiculum L eidem baſi *B* æqualis; tum perpendiculari *A* fiat æqualis perpendicularis G, & eandem duplo excedat baſis I; tertio, hypothenuſæ C fiant æquales *DFH* & K, & conſtructa erunt duo triangula *DEF* & HIK ſibi invicem æqualia tum quo ad duo latera, tum quoad illorum plana, ut ex calculo liquet:

4 4 +	3 3 +
8. *E* 3 * G	6. I 4 * L
24 EG 2 ÷	24 IL 2 ÷
EG/2 —— 12	12 —— IL/2



31 Præterea ſicuti multiplicatio per diviſionem, ita vice verſa

32 *Diuiſio probatur per multiplicationem, ſi videlicet diuiſorem multiplicaueris per quotum, factoq; addideris reſiduum diuiſionis, ſi quod fuerit; ſi etenim hic ultimus factus æqualis fuerit numero diuidendo, recte inſtituta eſt operatio.*

Exemplum 1.

Sint diviſa 12 per 4, quotus eſt 3. Diviſorem 4 iam multiplicata per quotum 3, ut habeatur numerus dividendus 12. Vt:

12
4 ÷
———
3
4 *
———
12.

Exemplum 2.

Sint diviſa 14 per 4, quotus erit etiam 3, inſuper $\frac{2}{4}$ ſeu contractis terminis $\frac{1}{2}$. Ad quod examinandum, duc diviſorem 4 in quotum 3, & fiunt 12. quibus adde reſiduum diviſionis ſc. 2, & fiunt 14 pro numero dividendo. Vt:

12

14
4 ÷
———
3 $\frac{2}{4}$
4 *
———
12
2 ✠
———
14.

Et-

Eodem modo examen inſtitui poteſt per ſpecies.

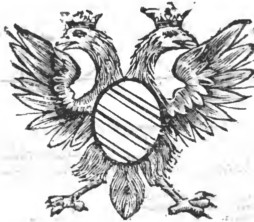
Ex. gr. Sint dividenda AA — BB per A — B, ut quotus ſit A + B. Vt hoc probes, ſc. an A + B ſit verus quotus, duc A + B quotum in A — B diviſorem, ut exſurgat magnitudo diviſa AA — BB. Vt.

AA — BB
A — B ÷
AA + AB
AB — BB
A + B
AB — BB
0 0

{ A + B
{ A + B +
AA + AB
— AB + — BB
AA — — — BB.

Et tantum etiam de Magnitudinum Rationalium diviſione, & in uniuerſum de quatuor Arithmeticæ partibus.

E



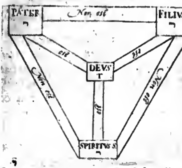
CAPVT IX.

DE

Numerorum Rationalium diviſione conſiderata ratione differentiarum, quæ ex illa ortum trahunt.

SIcut ex Multiplicatione ortæ ſunt magnitudinum differentiæ, ita ex diviſione dimanant differentiæ numerorum.

Eſt autem numerus definientibus *Martiano Capella* lib. 7. de Nupt Merc. & Philol. congregatio monadum, vel è monade veniens multitudo, atq; in monadem deſinens, et *Euclide*, defin. 2. lib. 7. τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος, *Ex unitatibus compoſita multitudo* Cui conſentit *Ariſtoteles* lib. 10. Metaph. cap 3. Quorum definitioni minime favent *Petrus Ramus* in *Arithmeticis* & ſcholis Mathem *Bernhardus Salignacus* in Arithm. Integr. *Simon Stevinius*, in *Arithmetica* ſua Gallico idiomate conſcripta, 1. *fol. Hen. Alſtedius* in Encycl. præſertim in compendio Arithm. ſect. 1. quæſt. 5, 6 & 9. aliiq; *A*d quorum tamen argumenta aliquid reſpondiſſe ſibi videtur *Iacobus Martinius* in exerc. Metaph. & *Petrus Lautembergius* in Logiſt. Quare ex horum ſententia unitas numerus haudquaquam erit, ſed fons, radix atq; principium omnis multitudinis, habetq; ſe reſpectu numerorum, ut inter dimenſiones *Geometricas* ſignum ſeu punctum, quod cum ſuo motu aut fluxu lineam efficiat, & ex conſequenti reliquarum dimenſionum origo fit, nullius tamen magnitudinis particeps eſt. In numeris autem deſignandis variæ nationes ut *Arabica* imprimis, *Hebraica*, *Græca*, & *Latina* variis characteribus uti ſolitæ fuerunt. Hæc qui latius noſſe volet (de hac re prolixius diſſerere non eſt hujus inſtituti) conſulat apud *Latinos Valerium Probum*, apud *Græcos Herodiani* de numeris libellum, apud *Hebræos* vero *Sebaſtianum Muſterum*, *Iohannem Iſaacum* alioſq;. Sciendum tamen hoc loco eſt *Binariũ* eſſe primum numerum; *Ternarium* primum numerum figuratum, per quẽ *Cabbaliſtæ* Sacroſãctã



Sacroſanctam Trinitatẽ ד ד per tres י tres divinas hypoſtaſes indigitantes, per unicã Cameẓ tribus Iod ſuppoſitam, divinam Naturam, quæ unicuiq; hypoſtaſi, tota impartibiliter communicatur, depingentes, quod grande Myſterium hoc diagrammate redditur dilucidius.

Eſt autem יה unum ex decẽ nominibus DEI; quod Dominum ſignificat, & ut quibusdam placet, eſt abbreviatum pro יהוה. Et ab eſſendo nomen habet, quod ſemper fuit, eſt, & erit, omnibusq; creaturis tribuit ſuum eſſe. Hinc nonnullis videtur compoſitum Iupiter, quaſi dictum Iah Pater. Inde affirmatio Germanica Ia, id eſt, apud ſeu per DEVM, teſte *Avenar.* in Diction. Hebr. Cęterùm *quaternarius* eſt primus numerus quadratus, per hunc repræſentatur nomen illud divinũ τετραγράμματον יהוה qualia hoc habet arcana inquire apud *Cabbaliſtas*, præſertim apud *Reuchlinum* & *Fluddum*. *Quinarius* eſt primus centralis; Senarius perfectus & mundanus; *Septnarius* primus virgineus & ſacer, quietarius; *Octonarius* primus cubicus; *Novenarius* primus & proximus ultimo, alter ex trigono quadratus; *Denarius* primus circularis. Hoc loco præterire nequeo verba illa ſatis abſtruſa, quę de myſteriis numerorum recenſet Hugo *à S. Victore* lib. 2. erudit. didaſcal. cap. 5. de quatuor animę progreſſionibus. Dic (inquit ille) ter unum, fiunt tria: dic ter tria, fiunt novem: dic ter novem, fiunt viginti ſeptem: dic ter viginti ſe-

ptem

ptē, fiunt octoginta unum. Ecce in quarto gradu tibi unitas prima occurrit, idemq; evenire videbis, ſi vſq; ad infinitum duxeris multiplicationem, ut ſemper in quarto gradu unitas emineat. Recteſſi tiè autem ſimplex animæ eſſentia unitate exprimitur, quæ ipſa quoq; incorporea eſt; ſternarius quoq; propter indiſſolubile mediæ unitatis vinculum congrue ad animam refertur, ſicut quaternarius, quia duo media habet, ideóq; diſſolubilis eſt, & proprie ad corpus pertinet. *Prima* igitur *progreſſio* animæ eſt, qua de ſimplici eſſentia ſua, quæ monade figuratur in virtualem ternarium ſe extendit, vbi iam per concupiſcentiam aliud apperat, aliud per iram contemnat, per rationem inter utrumq; diſcernat. Et rectè à monade in triadem profluere dicitur, quia omnis eſſentia naturaliter prior eſt potentia ſua. Rurſum quod eadem unitas in ternario multiplicante ter invenitur, hoc ſignificat, quòd anima non per partes, ſed tota in ſingulis ſuis potentiis conſiſtat. Neq; enim vel rationem ſolam, vel iram ſolam, vel concupiſcentiam ſolam, tertiam partem animæ dicere poſſumus, cum nec aliud, nec minus ſit in ſubſtantia ratio, quàm anima, nec aliud, nec minus ira, quàm anima, nec aliud, nec minus concupiſcentia, quam anima, ſed una, eademq; ſubſtantia, ſecundum diverſas potentias ſuas diverſa ſortitur vocabula.

Deinde à virtuali ternario *ſecunda progreſſione* ad regendam humani corporis Muſicam deſcendit, quæ novenario componitur, quibusq ita novem ſunt foramina in humano corpore, ſecundum temperantiam naturalem, influit, & effluit omne, quo idem corpus vegetatur, & regitur. Hic quoq; ordo eſt, quia prius naturaliter anima potentias ſuas habet, quam corpori commiſceatur. Poſtea autem in *tertia progreſſione* per ſenſus iam extra ſe profuſa, ad viſibilia hæc quæ per viginti ſeptem, qui ſolidus numerus eſt, & trina dimenſione ad ſimilitudinem corporis extenditur, figurantur diſpenſanda per infinitas actiones. In *quarta* autem *progreſſione* ſoluta à corpore ad puritatem ſimplicitatis ſuę revertitur: ideoq; in quarta multiplicatione, ubi ter viginti ſeptem in octoginta unum excrevit, monas in ſum no apparet, ut evidenter clareat, quod anima poſt hujus vitę terminum, qui per octoginta deſignatur, ad unitatem ſimplicitatis ſuæ redeat, à qua prius diſceſſerat, cùm ad humanum corpus regendum deſcendebat. Quod autem in octoginta meta humanæ vitæ naturaliter conſiſtat, Prophera declarat pſalmo 89. Si, inquit, in valetudine octoginta anni, & amplius eorum labor, & dolor. Hanc quadruplam progreſſionē, illum quaternarium animæ, de quo ſupra locuti ſumus, quidam intelligendum putant, eumq; ad differentiam quaternarii corporis quaternarium animæ appellarunt. Hęc ille. Plura qui vult, conſulat *Gregory Reiſch* Margaritam Philoſophicam, *Iō. Franciſci Pici Mirandulani* Examinis Vanitat. Gentium lib. III. caput *7. Iordanum Brunum Nolanum* de Monade, Numero & Figura, alioſque.

2 *Eſt autem Numerus vel homogeneus vel heterogeneus.*

3 *Numerus homogeneus eſt, qui ejuſdem eſt denominationis. Heterogeneus contra eſt, qui diverſæ denominationis.* Vt integer cui adhæret fractus.

4 *Numerus Homogeneus eſt vel integer, vel fractus.*

5 *Numerus integer eſt, qui uno termino conſtat.* Vt 1. 2 3 4 &c *Fractus è contra, qui binis conſtat.* Vt $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{3}$ &c.

6 *Numerus integer eſt vel par, vel impar.*

7 *Numerus par.* Græcis dictus ἀριθμὸς ἄρτιος, *eſt, qui in duas æquales partes dividi poteſt*: ſeu qui per binarium dividi poteſt exactè. Quales ſunt: 2. 4. 6. 8. 10 12. &c.

8 *Numerus par eſt pariter par, vel pariter impar, vel impariter par.*

9 *Numerus pariter par*, Græcis ἀριθμὸς ἀρτιάκις ἄρτιος, *eſt, qui in partes æquales ad unitatem uſq; dividitur.*

Vt 4. 8. 16. 32. 64. Sic 4. tantum dividitur à 2. pari per 2. parem. Sic 8. tantum dividitur à 2. pari, per 4 parem. *Aelianus.* cap. 8 de re militari ait hunc numerum militiæ cauſa excogitatum fuiſſe ad acies commode permutandum. Itaq, phalangis numerus à Tacticis exoptatur pariter par, qualis eſt 16384. *Percipitur autem iſta acies permutatio unitatibus pariter paris numeri figuratè diſpoſitis. Vt ſi ſlo phalanx militum 16. & quæratur quot modis hiſce poſſit inſtitui & variari acies.* Reſpondeo tribus. *Primò* namq; ſi ſinguli milites ſingulos quoq; conſtituerint ordines, acies futura longiſſima 16 ordinum ſic:

o o o o o o o o o o o o o o o o

Secundò duo milites ſi fecerint ordinem, acies longior quam latior futura, 8 ſc. ordinum: Vt

o o o o o o o o
o o o o o o o o

Ter-

Tertiò ſi quatuor fuerint milites, acies erit quatuor ordinum, vel acies erit quadrata, qualis eſt hæc:



Atq; hic longitudini aciei æquatur ejuſdem latitudo. Porro in numero pariter pari majore major quoq; erit varietas, ut in 512, & illo *Aeliani* 16384.

10 *Numerus impariter par*, alias ἀριθμὸς περισσάκις ἄρτιος & περισσάρτιος *Nicomacho: Euclidi* verò ἀρτιάκις περισσὸς *pariter impar, eſt, qui ab impari numero per parem dividitur.*

Vt 6. 10. &c. Nam 6. dividitur à 3 impari per 2. parem. ita 10 dividitur à 5. impari per 2. parem. Et ſic deinceps.

11 *Numerus pariter impar*, Græcis ἀριθμὸς περισσάκις περιττὸς, *eſt, qui primo in partes æquales dividitur; ſed ita, ut hujuſmodi æqualis partitio deficiat, antequam ad unitatem deveniatur.*

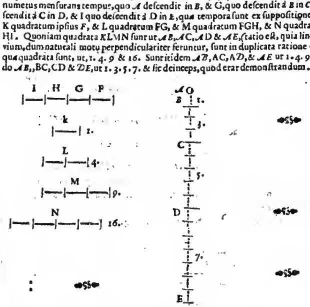
Vt ſunt 12. 20. 24. Hic numerus etiam dicitur pariter par & impar; quia à numero tum pari tum impari per parem dividi poteſt: ut 12 per 6 in 2, & per 4 in 3.

12 *Numerus impar*, ſeu ἀριθμὸς περιττὸς, *eſt, qui in duas partes æquales dividi nequit.*

Vt ſunt 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17 &c.

13 *Horum numerorum ſingulare eſt hoc, ut gravia naturali motu deſcendant ſemper velocius ea ratione, ut temporibus æqualibus deſcendant per ſpatia ſemper majora, juxta proportionem quam habent numeri impares inter ſe.*

*A*d hoc demonſtrandum ſit aliquod grave A, quod deſcendat per lineam ABCDE, & tempus quo deſcendit ab *A* in B æquetur tempori, quo deſcendit à *B* in C, à C in *D*, & à D in *E*. *Di*co quòd lineæ *AB*, BC, CD & DE inter ſe ſint, ut 1. 3. 5. 7 & ſic deinceps per pergendo. Sit F numerus menſurans tempus, quo *A* deſcendit in *B*, & G, quo deſcendit à *B* in *C*, & H quo deſcendit à C in D, & I quo deſcendit à D in *E*, quæ tempora ſunt ex ſuppoſitione æqualia, ſit etiā K quadratum ipſius *F*, & L quadratum FG, & M quadratum FGH, & N quadratum totius FGHI. Quoniam quadrata KLMN ſunt ut *AB*, *A*C, *A*D & *AE*, (ratio eſt, quia lineæ deſcenſus gravium, dum naturali motu perpendiculariter feruntur, ſunt in duplicata ratione diuturnitatum) quæ quadrata ſunt, ut, 1. 4. 9 & 16. Sunt itidem *AB*, AC, A*D*, & *AE* ut 1. 4. 9. 16, & dividendo *AB*, BC, CD & *DE*, ut 1. 3. 5. 7. & ſic deinceps, quod erat demonſtrandum.



4 *Quod etiam verum in planis inclinatis,*

Superquibus gravia deſcendunt per ſpatia ſemper majora, iuxta rationem, quam habent impares numeri ſucceſſivè inter ſe. Plura de hiſce qui deſiderat, conſulat hac de re ſcripta doctiſſima *Ioh. Bapt. Baliani, Marini Merſenni, Petri Gaſſendi* & hujus nobiliſſimi theorematis authoris & inventoris *Galilai de Galilais*.

Secundo, *Numerus alius eſt perfectus, alius imperfectus.*

15 *Numerus perfectus eſt, qui ſui ipſius partibus æqualis eſt.*

(Partibus, inquam, integrantibus, quod hæ ſolę numerorum legitimæ partes haberi debeant, ſicuti idipſum ex *Euclide* demonſtrari poteſt) *Ex. gr.* numerus perfectus dicetur ſenarius, quãdoquidem omnes ſui ipſius partes (quæ ſunt 1. 2. 3) æquat. Id genus ſunt paucisſimi, nam ut inera 10 hic 6 ſolus perfectus eſt; ita inter denarios, vicenarius octonarius: inter centurias 496: inter chiliada 8128. tantum ut perfectus habetur Reliqui ergo omnes imperfecti cenſendi ſunt.

16 *Numerus imperfectus eſt vel abundans, vel deficiens.*

17 *Abundans eſt, qui omnibus ſui ipſius partibus major eſt.* qualis eſt, 8. habet enim partes integrantes 1. 2. 4. quæ ſimul collectę ſeptem componunt.

18 *Deficiens eſt, qui omnibus ſui ipſius partibus minor eſt,*

Qualis eſt 12, hujus enim partes. 1. 2. 3. 4. 6 ſi addantur, in ſedecim excreſcunt.

19 Tertio *Numerus alius eſt primus, alius Compoſitus.*

20 *Numerus primus*, Græcis dictus ἀριθμὸς πρῶτος, & ἀσύνθετος, quaſi incompoſitus, *eſt, qui non poteſt exactè dividi ab alio numero.*

Vt 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. &c. *Euclidi* lib. 7. defin. 11. eſt, quem ſola unitas metitur, quos invenire & infinitos eſſe docet lib. 9. prop. 20.

21 *Num. Cõpoſitus,* Græcis ἀριθμὸς σύνθετος, *eſt, qui exactè poteſt diuidi ab alio numero.*

Vt ſunt 4. 6. 8. 9. 10. 12. 14. 15. &c. Sic 4 à 2 eſt dividuus per 2; ita 12. eſt dividus à 3 per 4, & à 2 per 6. Et ſic deinceps. *Euclidi* lib. 7. defin. 13. dicitur, quem numerus quiſpiam metitur.

22 *Vtriq; ſunt vel inter ſe primi, vel inter ſe compoſiti.*

23 *Numeri inter ſe primi ſunt, qui ab alio, præter unitatem, numero dividi nequeunt.*

Quales ſunt 2 & 3, item 5 & 6, item 6, item 6 & 7, item 7 & 8. Gręcis dicuntur πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους.

24 *Numeri inter ſe compoſiti:* Græcis dicti σύνθετοι πρὸς ἀλλήλους *ſunt qui poſſunt dividi ab alio præter unitatem, numero.*

Vt 4 & 6 dividi poſſunt per 2, item inter ſe compoſiti erunt 5 & 10, quia ſunt dividui per 5.

25 *In hiſce numeris conſideratur Communis diviſor maximus, & communis dividuus minimus.*

26 *Communis diviſor Maximus,* quem Græci vocant μέγιστον κοινὸν μέτρον *eſt, qui duos aut etiam plures numeros datos exactè diuidit.*

Sic communis diviſor maximus eſt 3, inter 3 & 6. Sic communis diviſor maximus eſt 7, inter datos 91 & 63, cum 7 datos hoſce 91 & 63 exactè dividat.

27 *Communis diviſor maximus inuenitur uel ſubductione uel diuiſione.*

28 *Subductione inquiritur, ſi poſt aſſiduam numerorum datorum ſubductionem perueniatur ad unitatem, numeri dati ſunt inter ſe primi, quorum communis diuiſor maximus eſt ſola unitas.*

Sic 1. erit communis diviſor maximus inter hoſce primos 11 & 4. Vt:

11
4——
——————
7
4——
——————
3
4——
——————
1.

E x

29 *Extra hunc caſum numeri dati ſunt compoſiti inter ſe, quorum communis diviſor maximus eſt ultimus reſiduus in continua ſubductione.*

Sic inter 91 & 63 communis diviſor maximus eſt 7. cùm ambos datos hic 7. exactè metiatur.

91
63——
———
28
63——
———
35
28——
———
7.

30 *Diviſione invenietur communis diviſor maximus, ſi continua diviſione poſt ultimam diviſionem reſtet unitas, numeri dati erunt inter ſe primi, communis diviſor maximus eſt ſola unitas. Extra hunc caſum numeri dati ſunt inter ſe compoſiti, quorum communis diuiſor maximus eſt ultimus diuiſor in continua diuiſione.*

Sic inter datos primos 11 & 4 communis diviſor maximus eſt 1. inter compoſitos 91 & 63 eſt 7. Vt ſupra.

11
4 ÷ { 2.
———
8
———
3
4 ÷ { 1.
———
3
———
1.

91
63 ÷ { 1
———
28
63 ÷ { 2
———
56
———
7
28 ÷ { 4
———
28
———
0.

31 *Communis diuiduus minimus*, Græcis dictus Ἐλάχιστος ὑπὸ τινῶν μετρούμενος *eſt, quo non datur minor, qui datos numeros exactè diuidat.*

Vel eſt numerus factus ab altero numero per alterius quotum, communi diviſori maximo cognominem. Vt diuiduus à 12 & 8 minimus eſt 24, factus videlicet vel à 12 per quartam partem 8. vel ab 8 per quartam partem 12. Nam communis diviſor maximus datorum eſt 4, à quo cognominati illi quoti, id eſt, quartę partes.

32 *Communis diuiduus Minimus aliter invenitur in numeris inter ſe primis, aliter etiam in numeris inter ſe compoſitis.*

33 *Communis diuiduus Minimus in numeris inter ſe primis eſt factus à duobus primis datis.* Sic Inter 3 & 5, erit quæſitus 15.

3 —— 5
———
15.

34 *In numeris inter ſe compoſitis primo inquire communem diviſorem maximum, eumq; diuide in datis: quotum ſubſcriptum decuſſatim multiplica, & reliquum ſcribe ſupra.*

Vt ſint dati 12 & 8. Erit illorum communis diuiduus Minimus 24 hoc modo. Vt:

24
———
4.) 12 ╳ 8
3 2

Et tantum de vtraq; diviſione conſiderata tam algorythmicè, quàm ratione differentiarum, quæ ex illa originem ducunt.

CAPVT XI.

DE

Magnitudinum Rationalium diviſione Analytica, ſc. *Eductione Laterum in genere*.

1 ET hæc fuit diviſio Synthetica, in qua diviſor datus eſt ad dividendum; ſequitur *diviſio Analytica, in qua diviſor ad dividendum nullus datur.*

2 *Sicuti autem in Magnitudinibus omnia continentur & dividuntur iiſdem, quibus terminantur:*

Sic cùm linea terminatur puncto, ſuperficies linea, & corpus ſuperficie, neceſſe eſt, ut linea fiat ex punctis, & in illa reſolvatur; & ſuperficies fiat ex lineis, & in illas reſoluatur; & denique corpus fiat ex ſuperficiebus, et in illas reſolvatur, ex quibus coagmentatum eſt. Eadem enim ſunt principia compoſitionis & reſolutionis. Itaq; ſi commune vinculum ad continendum & copulandum partes lineæ, ſuperficiei, & corporis, eſt punctum, linea & ſuperficies, ſequitur etiam ſectionem communibus illis vinculis fieri, & diſſolvi, quod continebatur & copulabatur.

Ita, inquam, *etiam in Numeris figuratis ſpectatur* Σύνθεσις & Ἀνάλυσις. Σύνθεσις *provenit ex multiplicatione: ſicut* Ἀνάλυσις *ex diviſione*. Ita verb. gr. ut quadratura eſt multiplicatio numeri per ſe, ut cùm dico quater quaterna ſunt 16: ſic ἀνάλυσις eſt quadrati diviſio per latus, ut cū 16 quadratum divido per ejus latus 4, ut quotus ſit 4. *Sed hæc diviſio peragitur propria quadā affectione*. Neq; enim hic diviſor datur (ut factum vidiſti in diviſione ſynthetica capite ſup. VIII tradita) ſed in ipſa diviſionis operatione inquiritur, & invenitur.

3 *Eſt autem poteſtatum Numeroſarum* Ἀνάλυσις (ſpecierum enim non hic attenditur) *nihil aliud, quàm Reſolutio illius, quod Geneſis compoſuit:*

Illa enim hujus veſtigia premendo, retrogrado quaſi ordine, à poteſtatibus, per gradus intermedios, ad primum, unde quælibet poteſtas originem ſuam traxit, latus redit, idq. in numeris ut accuratiſsimum declarat & demonſtrat. *Ex.gr.* data ſit poteſtas numeroſa 16, quam geneſis cōpoſuerit, hanc analyſis reſolvit denuo, ut fiat 4. quater enim quaterna conſtituunt 16.

4 Vt autem hæc & ſequentia facilius intelligantur, aliquid de *Compoſitione & Reſolutione tam Logica quàm Mathematica*

Præmittere è re fore duxi. Cum autem teſtibus: *Zimarra, Philopono, Auerroe, Euſtratio* 2. poſter. & *Alexandro* in præfatione Priorum, Reſolutio oppoſito modo ſe habeat ad Compoſitionem, *Reſolutio ipſa Logica* (omiſſis omnibus reſolutionibus *Naturalibus*, à quibus & *Logica* reſolutio metaphoricè fortè dicitur) *multiplex quidem eſt: Reſolvere enim Logicis dicuntur ii*, qui ſyllogiſmos compoſitos in ſimpliciores redigunt, & qui ſimplices in ſuas propoſitiones, ex quibus orti ſunt, nec non qui imperfectos revocant ad perfectos. Quin etiam & ii, qui oblatos quoſq; ſyllogiſmos, in proprias eorum figuras diſponunt ac reducunt. Aliæ inſuper ſunt reſolutiones *Logicæ*, ut inquit *Euſtratius*, veluti ſi à minus univerſalibus ad univerſaliora, quaſi à compoſitioribus ad ſimpliciora aſcendentes, ad prima genera tendimus, qua utendum eſſe docet *Ariſtoteles* in 2. Poſter. in definitionibus inveſtigandis, unde, ut aſſerit idem ille *Euſtratius* 2. poſter. reſolutorius iure optimo inſcriptus eſt. Præterea etiam illi reſolvunt, teſte eodē *Euſtratio*, qui ex effectibus ad cauſas, ratiocinando procedunt, de qua reſolutione, quæ nonnullis dicta Demonſtratio, agit *Ariſtoteles* 1 poſter. cap. 13. Cæterùm cuilibet harum reſolutionū, ſua peculiaris reſpondet compoſitio quandoquidem reſolutio, compoſitorum eſt reſolutio, & compoſitio reſolutorum compoſitio, ut cuivis notiſſimum. *Alia deniq; datur reſolutio Logica*, quæ, quia apud *Mathematicos* in magno uſu eſt, *Mathematica dicitur*, *qua concluſionem ultimam in ſuas præmiſſas, præmiſſarumque præmiſſas uſque reſolvimus, donec ad prima quædam principia, quæ apud omnes in confeſſo ſint, deventum ſit.* De hac reſolutione intelligendus eſt *Ariſtoteles* in 1 poſter. & præſertim cap. 9 ubi ſtatuit reſolutionem faciliorem eſſe in Mathematicis quàm in dialecticis, ibiq; *Themiſtius* cap. 26, hanc reſolutionem, ſibiq; oppoſitam compoſitionem declarat, ut & *Philoponus* ſuper eodem loco multis verbis *Geometrarum* hujuſmodi reſolutionem ad vivum reſecat. Præterea *Componendo procedimus, quando à primis principiis deſcendendo ratiocinamur, donec pluribus confectis demonſtrationibus id ultimo loco concludimus, quod intendimus.* Qua quidem via frequenter admodum procedit *Euclides* in ſuis elementis, cum non raro utatur deductione ad impoſſibile, per ſecundum videlicet modum ſyllogiſmorum hypotheticorum,

ut

Digitized by Google

vt teſtatur *Proclus* & *Philoponus*, quę deductiones etiam reſolvi poſſunt, ut in Logicis videre eſt. Cùm autem de hoc compoſitivo proceſſu iudicandum ſit, tunc per modum ſuperius expoſitum reſolvimus, qua reſolutione exploramus, an per veras & proprias præmiſſas, compoſita prius fuerit illa concluſio, ut dicit *Proclus* pluribus in locis, præſertim in lib. 1 & 2. in 1. lib. *Euclidis*. Idem aſſerunt *Averroes* 1. poſter. *Alexander* in præfatione prior. & *Philoponus* 1. poſter. cap. 9. ubi primo *Euclidis* problemate, pro exemplo aſſumens, omnem hujuſmodi compoſitionum & reſolutionum proceſſum oſtendit, additq; eminentiſſimi habitus intellectum eſſe, poſſe ſc. reſolvendo cognoſcere, ex quibus propriis præmiſſis, & præmiſſorum præmiſsis, recto ordine compoſitionis, concluſio quęlibet deducta ſit. Nos verò ut clarius hæc res intelligatur, cùm non exigui poderis ſit, ſumemus pro exemplo citatũ primum problema *Euclidis*. Quod tale eſt:

5 *Super data recta linea terminata, triangulum ęquilaterum conſtituere.*

In cujus parte, quæ oſtẽſio dicitur, ſic cõponẽdo ſyllogiſmos componit, facta quippe cõſtructione ſic ſtatim exorditur demonſtrationẽ: Quoniã ſignum *A* eſt centrum circuli CBD æqualis erit *AB* ipſi *AC*. Rurſus, quia *B* ſignum eſt centrum circuli *AC*E æquabitur etiam radius *A*B. ipſi *B*C. Oſtenſum autem eſt, quod æqualis ſit *A*C. Ipſi *AB*, utraq; igitur ipſarum *BC* & *AC* eſt æqualis ipſi *AB*, quæ autem ſunt æqualia uni eidem, inter ſe quoq; ſunt æqualia, æqualis ergo erit *A*C ipſi *B*C. Tres igitur lineæ *AB*, *B*C & *AC* ſibi invicem æquabuntur. Hactenus Oſtẽſio, in qua quatuor in virtute ſunt ſyllogiſmi, quos reſolvendo cognoſcemus. Cùm vero iudicare prædictum proceſſum, reſolvendo animus ſit, retrogrado ordine procedemus. Vltimus igitur ſyllogiſmus in via compoſitiva, erit primus in reſolutiva completus. Eſtq; talis:

Omnis figura tribus rectis æqualibus contenta, eſt triangulus æquilaterus.
*A*tq; figura *A*BC continetur à tribus lineis ęqualibus, *AB*, *A*C & BC.
Ergo figura A*B*C eſt triangulus ęquilaterus.

Major patet ex definitione trianguli æquilateri. Minor probatur hoc modo, qui erit ſecundus ſyllogiſmus completus.

Quę ſunt æqualia uni tertio, ſunt quoq; æqualia inter ſe.
*A*tq; AC & BC ſunt ęquales tertiæ lineæ A*B*.
Ergo *A*C, & BC ſunt quoq; ęquales inter ſe.

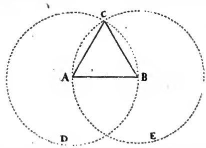
Major patet ex primo mentis conceptu. Minor quo ad utramq; partem probatur, & hac ratione duo exſurgent ſyllogiſmi. Et primo quo ad primam, quod ſc. *BC* ſit æqualis ipſi *AB*, eritq; tertius in ordine ſyllogiſmus completus, qui talis eſt:

Omnes lineę a centro circuli ad circumferentiam ſunt ęquales.
*A*tq; *B*C, & *AB* ſunt à centro circuli *ACE* ad circumferentiam.
Ergo *BC*, & *AB* ſunt æquales.

Major manifeſta eſt ex 15. definitione lib. 1. *Euclidis*. Minor vero ex conſtuctione prius facta. *A*ltera autem pars illius minoris præcedentis ſyllogiſmi, quod videlicet *AC* ſit æqualis ipſi *AB*, ſic probatur, eſtq; quartus in ordine ſyllogiſmus completus.

Omnes lineę à centro circuli ad circumferentiam, ſunt æquales.
*A*tq; AC, & A*B* ſunt a centro circuli B*C*D ad circumferentiam.
Ergo AC eſt æqualis *AB*.

Major patet ex eadem definitione 15. lib. 1. *Eucl.* Minor verò ex eadem conſtuctione prius facta, ut ex ſchemate liquet.



Et hoc modo completa eſt reſolutio, quia cùm ad immediata, & indemonſtrabilia deventum ſit, nihil reſtat amplius reſolvendum. Oſtenſionem enim, non conſtructionem reſolvimus, quæ tamen conſtructio eadem ratione reſolvi poteſt.

Hanc

Hanc Reſolutionem primus omnium *Plato* inveniſſe eamq; *Laodamantem Theſium* docuiſſe putatur, cujus ope tum ipſe, tum ejus poſteri *Mathematica* quàm plurimis ſubtiliſſimis iuventis amplificando exornarunt. De hac Reſolutione (ut author eſt *Pappus Alexand.* initio lib. 7.) ſcripſit *Euclidis, Apollonius* Pergæus, & *Ariſtæus*, quorum opera temporis iniuria perierunt. *Marinus* tamen *Ghetaldus* in ſuo *Apollonio* redivivo reſolutionem hanc pariter redivivam ſe propediem in lucem daturum promiſit, quam tamen videre adhuc nondum licuit. *Euclides* autem in ſcholio prop. 1. lib. 13. elem. iuxta fideliſſimã *Commandini* & *Zamberti* ex Græco interpretationem, eam ſic definit: *Reſolutio* eſt ſumptio quæſiti, tanquam conceſſi per ea, quæ conſequuntur in aliquod verum conceſſum. Et paulo poſt, *Compoſitio* eſt ſumptio conceſſi per ea, quæ conſequuntur in quæſiti concluſionem ſive deprehenſionem. Eaſdem definitiones vide apud *Proclum* lib. 6. primi, pagina mihi 145, & *Pappum* initio lib. 7. Senſus autem *Euclidis* eſt hic: Reſolutio eſt diſcurſus quo inveſtigamus veritatem theorematis, aut poſſibilitatem problematis quæſiti hoc modo: ſi quæſitum eſt theorema, accipimus illud tanquam verum & conceſſum; ſi vero eſt problema, aſſumimus illud ipſum tanquam factum, id eſt, ſuppouimus illud verùm eſſe; illud verò poſſibile, & iam factum. Ex qua ſuppoſitione ratiocinamur per ea, quæ ex ſuppoſitis ut vera eliciuntur, donec aliquod verùm falſumve ſeſe offerat: ſi enim aliquod verum occurrat, & conceſſum, ſequetur neceſſario illud ipſum ſuppoſitum, ex quo illud evincitur, etiam verum eſſe, iuxta illud effatum *Logicum*: Ex vero nonniſi verum ſequitur. Invento autem vero illo, demonſtrationis compoſitionem poſtea (ut paulo ſuperius dixi) ordine retrogrado faciebant. Quod ſi falſum vel impoſſibile occurrat, quæſitum quoq; illud falſum eſſe & impoſſibile indigitat, iuxta illud effatum *Logicum*: ex falſo non niſi falſum ſequitur. Verùm hæc multo melius & dilucidius percipientur tum ex *Euclidis* libro Datorum, in quo ex variis datis varia etiam inferuntur, & ſequuntur, quas illationes citatas reperies in reſolutionibus faciendis, ut videre eſt apud ipſum, & *Archimedem*, *Apollonium*, *Pappum* &c. tum ex ejuſdem quinq; reſolutionibus & compoſitionibus in lib. XIII. element. contentis, quas ut nobiliſſimas hic breviter & perſpicue recitabimus. Quarum eſt

Prima.

Si recta linea extrema, ac media ratione ſecta fuerit, major portio aſſumens dimidiam totius, quintuplum poteſt ejus, quod à dimidia fit, quadrati. Euclides prop. 1. lib. 13

Nam recta linea A + B extrema ac media ratione ſecetur, quomodo autem id fiat, docet *Euclides* prop. 11. lib. 2. & prop. 30. lib 6. elem. ſitq; *A* portio major: prolongetur in directũ ipſi A recta linea *C*; ſitq; C ipſius *A* + *B* dimidia. Dico quadratum ex *A* + C quadrati ex *C* quintuplum eſſe: deſcribantur enim ex *A* + *B* & *A* + *C* quadrata duo, quorum primum ſit *A A* + *AB* + *AB* + BB, id eſt, AA + 2. *AB* + *BB*, alterũ verò *AA* + *AC* + *AC* + *CC*, id eſt, *AA* + 2. AC + *CC*, in quo deſcribatur figura, cujus latus A + C producatur, ut tota linea producta ſit *A* + C + *A* + B. Itaque cum A + B data extrema, ac media ratione ſecta ſit, ſequitur, quod A + *B* & *B* æquale ſit quadrato ex *A*, atq; eſt parallelogrãmum quidem *AB* + *BB*, quod continetur *A* + B & *B*; quadratum vero ex *A* eſt *AA*, ergo parallelogrammũ *AB* + BB æquat quadratum *AA*. Et quoniam A + *B* ſe habet ad *C* in ratione dupla, æqualis autem ſit *A* & *B* ipſi *A* + *B*, & C ipſi *C*; erit & A + *B* ipſius C dupla. Vt autem A + B ad *C*, ita eſt parallelogrammum *AA* + *A*B ad ipſum AC. Duplum igitur eſt *AA* + AB parallelogrammum parallelogrammi A*C*: Et ſunt parallelogramma duo ſc. 2. *A*C ipſius *AC* dupla. Ergo parallelogrammum AA + *A*B duobus 2 *AC* parallelogrammis æquatur, Probatum autem eſt parallelogrammum *AB* + *BB* æquari quadrato *AA*, totum igitur quadratum AA + 2. AB + *BB* æquabitur quadrato imperfecto *AA* + 2. AC. Præterea cùm *A* & B datæ duplæ ſint ipſius C, erit quoq; quadratum *AA* + 2. *A*B + *B*B ſuper A & B deſcriptum quadrati CC ſuper lineam C deſcripti quadruplum ex prop. 20. lib. 6. *Euclidis*. Aequale autem eſt quadratum *AA* + 2. *A*B + *BB* quadrato imperfecto *AA* + 2. AC ergo & quadratum imperfectum AA + 2. AC quadruplum eſt quadrati CC. Et idpropter totum quadratum *AA* + 2. *AC* + *CC* ipſius quadrati (*C* eſt quintuplum: Atq; eſt quadratum AA + 2. *A*C + CC ex latere *A* + *C*, ſicuti etiam quadratum CC ex lateris ſegmento C. Quapropter quadratum AA + 2. *A*C + CC ex *A* + *C* linea quintuplum erit quadrati CC ex latere C. Sequitur ergo ſi recta linea extrema ac media ratione ſecetur, majorem portionem aſſumentem totius dimidiam poſſe quintuplum ejus, quod à dimidio fit, quadrati, quod oportuit demonſtrare.

Hac propoſitione ita demonſtrata, facile erit eandem reſoluere, & componere. Ac primò quidem talis eſt ejus

Reſolutio.

Recta

Recta namq; linea quædam A + B extrema ac media ratione dividatur, ſitq; ſegmentum majus A, colloceturq; C ipſius A + B dimidiæ æqualis. Dico quadratum AA + 2. AC + CC ex latere A + C quintuplum eſſe qurdrati CC facti ex latere C. Quoniam enim quintuplum eſt quadratum AA + 2. AC + CC ex A + C quadrati CC ex latere C; quadrato autem AA + 2. AC + CC ex C æqualia ſunt quadrata AA & CC ex lateribus A & C, unà cum eo, quod bis A & C continetur parallelogrammo: eruntq; quadrata AA & CC ex A & C, unà cum eo, quod bis A & C continetur parallelogrammo, quadrati CC ex C quintupla. Ergo dividendo quadratum AA ex A, una cum eo, quod bis continetur A & C, parallelogrammo, quadruplum eſt quadrati CC ex C: Sed ei quidem, quod bis A & C continetur parallelogrammo, æquatur parallelogrammum AA + AB: eſt enim A + B ipſius dupla; quadrato autem AA ex A æquatur parallelogrammum AB + BB; namque A + B extrema ac media ratione diviſa eſt, parallelogrammum igitur AA + AB unà cum parallelogrammo AB + BB quadruplum eſt quadrati CC ex C. Sed parallelogrammum AA + AB una cum parallelogrammo AB + BB eſt id, quod fit ex A + B quadratum ſc. AA + 2. AB + BB. Ergo quadratum hoc AA + 2. AB + BB ex A + B eſt quadruplum quadrati CC ex C, quod quidem ita ſe habet: eſt enim A + B ipſius C dupla. Sequitur

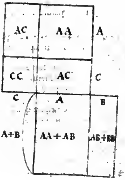
Compoſitio.

Quoniam igitur eſt quadruplum quadratum AA + 2. AB + BB ex latere A + B quadrati CC ex C: una cum parallelogrammo AB + BB: erit parallelogrammum AA + AB una cum parallelogrammo AB + BB quadrati CC ex C quadruplum. Sed parallelogrammum AA + AB æquatur ei, quod bis C & A continetur parallelogrammo; parallelogrammum autem AB + BB æquatur quadrato AA + AB, ergo hoc ipſum AA + AB una cum eo, quod bis continetur C et A quadruplum eſt quadrati CC ex C, & propterea quadrata CC & AA ex C & A, unà cum eo, quod bis continetur C & A parallelogrammo, eſt idipſum, quod ſit ex C + A quadratum, videlicet AA + 2. AC + CC; quadratum ergo hoc AA + 2. A + CC ex A + C erit quintuplum. Quod fuit demonſtrandum.

A + C
A + C *

AA + AC   C
AC + CC +   C *

AA + 2. AC + CC. quintuplum CC.



Secunda.

7 *Si recta linea partis ipſius quintuplum poſſit, dupla dictæ partis extrema, ac media ratione ſecta, major portio reliqua pars eſt ejus, quæ à principio rectæ lineę.*

Euclidis prop. 2. lib. 13.

Recta enim linea A + B partis ipſius à quintuplū poſſit: & ipſius A dupla ſit B + C. Dico ſi B + C extrema ac media ratione ſecetur, B majorem eſſe portionem. Deſcribantur enim ex utraq; ipſarum A + B & B + C quadrata AA + 2. AB + BB et BB + 2. BC + CC, & producatur

A

A + B per quadratum BB + 2. BC + CC. Quoniam igitur quadratum AA + 2. AB + BB quintuplũ eſt ipſius AA, erit quadratum imperfectum BB + 2. AB ipſius AA quadruplum. Et quoniam B + C dupla eſt A, quadratum BB + 2. BC + CC ex B + C, quadrati AA ex A quadruplum eſt. Probatum autem eſt quadratum imperfectum BB + 2. AB quadruplum quadrati AA, ergo quadratum imperfectum BB + 2. AB æquat quadratum BB + 2. BC + CC. Rurſus quoniam B + C duplo excedit A æqualis autem eſt B + C ipſi B + C, & A ipſi A, erit A + B ipſius A dupla. Parallelogrammum igitur BB + BC duplum eſt parallelogrammi AB & ſunt parallelogramma duo 2. AB ipſius ipſius AB dupla, ergo BB + BC æquale eſt ipſis duobus ſc. 2. AB. Sed et quadratum imperfectum BB + 2. AB æquatur quadrato BB + 2. BC + CC, quapropter & reliquum quadratum BB æquabitur reliquo parallelogrammo BC + CC. Atq; eſt BC + CC quidē quod B + C et C continetur; ipſum vero quadratũ BB eſt ipſius C, ergo quod continetur B + C & C quadrato ex B æquatur. Vt igitur B + C ad B, ita eſt B ad C. Major autem eſt B + C quàm B, ergo & B major erit quam C. Itaq; ĩ recta linea B + C extrema ac media ratione ſecta, major portio eſt B. Si igitur recta linea partis ipſius quintuplum poſſit, dupla dictæ &c. quod erat probandum.

8 *At verò duplam ipſius A majorem eſſe, quam B, ſic probatur:*

Si enim non ſit, ſi fieri poteſt, B ipſius A dupla. Quadratum igitur, BB ex B quadruplum eſt quadrati AA ex A; & hanc ob cauſam utrumq; quadratorum, quę fiunt ex B & A quadrati AA ex A quintuplum eſt: ſed quadratum AA + 2. AB + BB ex A + B quadrati AA ex A quintuplum ponitur. Ergo quadratum AA + 2. AB + BB ex A + B æquat quadrata ex lateris ſegmentis B & A facta, quòd impoſſibile. Non igitur B dupla eſt ipſius A. Similiter probatur neq; minorem B ipſius A duplam eſſe, quod foret magis abſurdum. Ergo ipſius A dupla major eſt ipſa B, quod demonſtrandum fuit.

Reſolutio.

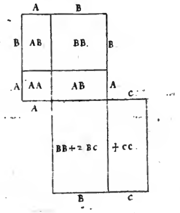
Recta enim linea quędam A + B partis ipſius A quintuplum poſſit, & ipſius A dupla ponatur B + C; dico B + C extrema ac media ratione ſectam eſſe, & majorem portionem eſſe B, quę quidem eſt reliqua pars ejus, quæ a principio rectæ lineę. Quoniam enim B + C extrema ac media ratione ſecta eſt, & B eſt major portio, erit parallelogrammum BC + CC quadrato BB ex B æquale. Eſt autem parallelogrammum BB + BC etiam æquale ei, quod bis A & B continetur, ſc. 2. AB: Nam B + C dupla eſt ipſius A, ergo parallelogrammum BC + CC, una cum parallelogrammo BB + BC, quod quidem eſt ipſius B + C quadratum æquale eſt ei, quod bis A & B continetur, una cum quadrato BB ex B; quadratum autem ex B + C ſc. BB + 2. BC + CC quadruplum eſt quadrati AA ex A. Ergo quod bis A & B continetur, una cum quadrato ex B, ſc. BB, quadruplum eſt ejus, quod fit ex A quadrati. Ergo & quadrata ex A & B una cum eo, quod bis continetur A & B, ſc. 2. AB, quintupla ſunt quadrati ex A, quod demonſtrandum.

Compoſitio.

Quoniam igitur quadratum AA + 2. AB + BB ex A + B quintuplum eſt quadrati AA ex A; quadrato autem AA + 2. AB + BB ex A + B æquantur quadrata AA & BB ex A & B, una cum eo, quod bis A & B continetur, parallelogrammo, videlicet 2. AB; erunt quadrata AA & BB ex A & B, una cum eo, quod bis continetur A & B, parallelogrammo, ſc 2. AB, quintupla ipſius quadrati AA ex A. Et dividendo, quod bis A & B continetur, una cum quadrato BB ex B quadrupla ſunt quadrati ex A, nimirum AA: Eſt autem & quadratum BB + 2. BC + CC ex latere B + C dato conſtructum quadrati AA ex A quadruplum. Ergo quod bis continetur A & B, ut parallelogrammum BB + BC, una cum quadrato BB ex B æquat quadratũ BB + 2. BC + CC ex B + C. Sed quadratum hoc ex B + C eſt parallelogrammum BC + CC una cum parallelogrammo BB + BC. Parallelogrammum ergo BB + BC una cum parallelogrammo BC + CC æquatur parallelogrammo BB + BC, una cum quadrato BB ex B, & ablato communi parallelogrammo BB + BC, erit reliquum parallelogrammum BC + CC quadrato BB æquale. Eſt igitur, ut B + C ad B, ita B ad C: Major autem eſt B + C quam B, ergo & B major erit ipſa C. Quare B + C extrema ac media ratione ſecta eſt, & B eſt portio major, quod demonſtrare voluimus.

Tertia

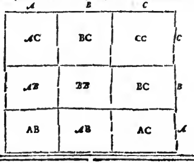
Digitized by Google



Tertia.

9 *Si recta linea extrema ac media ratione ſecta fuerit, portio minor aſſumens dimidiam majoris portionis, quintuplum poteſt ejus, quod à dimidia majoris portionis ſit, quadrati.* *Euclides* prop. 3. lib. 13.

Recta enim linea quædam A + B + C extrema ac media ratione ſecetur, ſitq; A + B portio major, & dividatur in duas æquales partes, quæ ſint A & B. Dico quadratum ex B + C, quod eſt BB + 2. BC + CC, quadrati BB ex B quintuplum eſſe. Deſcribatur enim ex A + B + C quadratum AA + 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + CC. Quoniam igitur A + B dupla eſt ipſius B, erit quadratum AA + 2. AB + BB ex A + B quadrati BB ex B quadruplum. Et quoniam parallelogrammum, quod A + B + C & C continetur, ſc. AC + BC + CC æquatur quadrato AA + 2. AB + BB; atq; eſt parallelogrammum quidem contentum A + B + C & C ipſum AC + BC + CC; quadratum vero ex A + B eſt AA + 2. AB + BB; erit parallelogrammum AC + BC + CC quadrato AA + 2. AB + BB æquale: quadruplum autem eſt dictum quadratum AA + 2. AB + BB quadrati BB, ergo & AC + BC + CC parallelogrammum quadrati BB quadruplū eſt. Rurſus quoniam A æquatur B, æquabitur etiam quadratum BB ipſi AA quadrato. Quocirca æqualis eſt etiam ab altera parte quadrati totius A ipſi B, & conſequenter parallelogrammū BC æquale erit parallelogrammo AC; Sed BC æquatur ab altera parte ipſi parallelogrammo BC, quare & hoc BC æquabitur ipſi AC parallelogrammo. Commune apponatur CC + BC, quapropter quadratum hoc imperfectum 2. BC + CC æquabitur parallelogrammo CC + BC + AC. Demonſtratum autem eſt hoc CC + BC + AC eſſe quadruplum quadrati BB, & quadratum imperfectum igitur 2. BC + CC ipſius quadrati BB eſt quadruplum, & ob id quadratum BB + 2. BC + CC factum ex latere B + C quintuplum erit ipſius quadrati BB. Eſt autem quadratum quidem BB + 2. BC + CC ex B + C; BB verò ex B, quadratum igitur BB + 2. BC + CC ex B + C, eſt quintuplum quadrati BB ex B quod eſt demonſtrandum.



Reſolutio .

Recta enim linea A + B + C extrema ac media ratione ſecetur: & ſit A + C major portio, cujus dimidia B. Dico quadratum BB + 2. BC + CC ex B + C quadrati BB ex B quintuplum eſſe. Quoniam enim quadratum BB + 2. BC + CC quintuplum eſt quadrati BB; quadratum autem BB + 2. BC + CC eſt, quod continetur A + B + C & C, una cum quadrato BB, quia A + B + C per C multiplicatum dat AC + BC + CC, hoc eſt (quia AC æquatur BC) 2. BC + CC, cui additum BB, conſtituit, ut ſupra, quadratum BB + 2. BC + CC. Ergo quod A + B + C & C continetur, una cum quadrato BB, quintuplum eſt quadrati BB: & dividendo, quod A + B + C & C continetur, quadrati BB quadruplum eſt. Ei verò, quod continetur A + B + C & C eſt æquale quadratum AA + 2. AB + BB ex ſegmento A + B; etenim A + B + C extrema ac media ratione ſecta eſt, ergo quadratum AA + 2. AB + BB ex A + B quadrato BB ex B quadruplum eſt: nam A + B eſt ipſius B dupla. Vt.

A + B
A + B *

AA + AB — B
AB + — B *

AA + 2. AB + BB quadruplum BB

Quoniam dupla eſt A + B ipſius B, erit quadratum AA + 2. AB + BB quadrati BB quadruplum. Sed quadratum AA + 2. AB + BB æquatur ei, quod A + B + C & C continetur. Quod igitur A + B + C & C continetur, quadruplum eſt quadrati BB: & componendo, quod continetur A + B + C & C una cum quadrato BB, quod quidem eſt quadratum BB + 2. BC + CC ex B + C, quintuplum eſt quadrati BB, ut voluit propoſitio. Vt.

B + C
B + C *

BB + BC — B
BC + CC + — B *

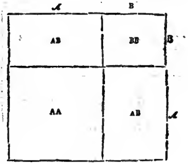
BB + 2. BC + CC. quintuplum BB.

Quarta.

10 *Si recta linea extrema ac media ratione ſecta fuerit, totius & minoris portionis utraq; quadrata tripla ſunt quadrati ejus, quod à majori ſit portione. Eudes* prop. 4. lib 13.

Si recta linea A + B ſecta extrema ac media ratione, ſitq; A portio major, B minor. Dico quadrata ex A + B & B, hoc eſt, AA + 2. AB + BB & BB quadrati AA ex A tripla eſſe. Deſcribatur enim ex A + B quadratum AA + 2. AB + BB. Itaq; quoniam A + B extrema ac media ratione ſecta eſt, & major portio eſt A; erit parallelogrammum contentum A + B & B, videlicet AB + BB æquale quadrato AA. Atq; eſt parallelogrammum quidem AB + BB contentum ſub A + B & B; quadratum vero AA eſt id, quod fit ductu A in ſe ipſum. Quapropter æquabitur AB + BB ipſi AA. Et quoniam parallelogrammum AB æquale eſt reliquo parallelogrammo AB, commune apponatur quadratum BB, erit totum AB + BB toti AB + BB æquale. Ergo duo parallelogramma, ſc. 2. AB dupla ſunt ipſius AB + BB. Sed parallelogramma duo 2. AB + 2 BB conſtituunt quadratum imperfectum 2. AB + BB & quadratum BB, hoc eſt, 2. AB + 2. BB Quocirca quadratum imperfectum 2. AB + BB cum quadrato BB dupla ſunt ipſius parallelogrammi AB + BB; Parallelogrammum autem hoc AB + BB probatum eſt æquale quadrato AA, ergo quadratum imperfectum 2. AB + BB cum quadrato BB ipſius A A ſunt dupla, & propterea quadratum imperfectum 2. AB + BB, & quadrati AA & BB tripla ſunt quadrati AA, & quadratum quidem imperfectum BB + 2. AB & quadrata BB + AA ſunt totum AA + 2 AB + BB quadratum, & quadratum BB, quæ quidem ſunt quadrata ex A + B & B: Quadratum autem AA quod fit ex A. Quadrata igitur ex A + B & B quadrati ex A ſunt tripla, quod demonſtrandum.

Re-



Reſolutio.

Recta enim linea A+B extrema ac media ratione ſit ſecta, ſitq; A portio major, & B minor. Dico quadrata ex A+B & B tripla eſſe quadrati ex A, hoc eſt, quadrata AA + 2. AB + BB & BB tripla eſſe quadrati AA. Quoniam enim quadarta ex A+B & B tripla ſunt quadrati ex A; ſuntq; quadrata ex A+B & B ęqualia parallelogrammo, quod bis continetur A+B & B una cũ quadrato ex A: Erit parallelogrammũ, quod bis continetur A+B & B, una cum quadrato ex A triplum quadrati ex A, & dividendo, quod bis continetur A+B & B duplum quadrati ex A. Ergo quod ſemel A+B & B continetur quadrato ex A erit æquale: Nam recta linea A+B extrema ac media ratione ſecta eſt.

Compoſitio.

Quapropter, cùm A+B ſit extrema ac media ratione ſecta, atq; A ſit major portio, & B minor, erit parallelogrammum, quod A+B & B continetur, quadrato ex A æquale. Ergo quod bis continetur A+B & B, duplum eſt quadrati AA ex A: Et componendo, quod bis continetur A+B & B una cum quadrato ex A, triplum eſt quadrati ex A. Sed quod bis A+B & B continetur, una cum quadrato ex A, æquatur quadratis AA + 2. AB + BB & BB ex lateribus A+B & B factis. Ergo quadrata ex A+B & B quadrati ex A ſunt tripla.

A + B
A + B *

AA + AB
AB + BB

B
B *

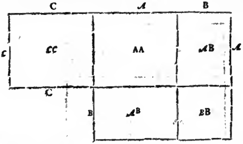
A
A

AA + 2. AB + BB + BB tripla AA.

Quinta.

11 *Si recta linea extrema ac media ratione ſecetur, adiiciaturq; ipſi æqualis major portio; erit tota linea extrema ac media ratione ſecta, & major portio erit ea, quæ à principio poſita eſt recta linea. Euclides* prop. 5. lib. 13.

Recta enim linea A + B extrema ac media ratione ſit ſecta, cujus portio major A, minor B. ponaturq; ipſi A æqualis B. Dico rectam lineam C + A + B extrema ac media ratione eſſe diviſam, cujus portio major A+B, minor C: Deſcribatur enim ex A+B quadratum AA + 2. AB + BB. Quoniam igitur A+B extrema ac media ratione ſecta eſt, erit parallelogrammum, quod continetur A+B & B, quadrato ex A æquale. Et parallelogrammum quidem, quod continetur A+B & B, eſt AB + BB: quadratum vero ex A eſt AA. Ergo AB + BB æquatur AA. Sed AB + BB æquatur ab altera parte AB + BB, & AA ipſi CC: Quare etiam CC ipſi AB + BB ęquale erit. Commune apponatur AA + AB, totum igitur CC + AA + AB toti AA + 2. AB + BB eſt æquale. Atq; eſt CC + AA + AB quidem, quod C + A + B & C continetur; quadratum autem AA + 2. AB + BB eſt, quod fit ex A + B. Ergo quod C + A + B & C continetur, eſt æquale quadrato ex A + B. Et idpropter, ut C + A + B ad A + B, ita eſt A + B ad C; ſed C + A + B eſt major, quam A + B, major etiam erit A + B quam C. Ergo C + A + B extrema ac media ratione ſecta eſt, cujus major portio eſt A + B, & minor C, quod oportuit oſtendere.



Reſolutio.

Recta enim linea A + B extrema ac media ratione ſecta eſt, cujus major portio A, & minor B. ponaturq; C ipſi A æqualis. Dico C + A + B extrema ac media ratione ſecari, & A + B eſſe majorem portionem, C vero minorem. Quoniam enim C + A + B extrema ac media ratione, ſecta eſt, & major portio eſt A + B, erit ut C + A + B ad A + B, ita hæc A + B ad C. Æqualis autem eſt C ipſi A. Vt igitur C + A + B ad A + B, ita A + B, ad A. & conuertendo, ut C + A + B ad C, ita A + B ad B. Quare dividendo, ut A + B ad C, ita A ad B. Eſt autem æqualis C ipſi A, erit idcirco, ut A + B ad A, ita A ad B; quandoquidem A + B extrema ac media ratione ſecta eſt.

Compoſitio.

Itaq; cùm A + B extrema ac media ratione ſecta eſt, erit ut A + B ad A C ita ad B. Æquatur autē A ipſi C; ergo ut A + B ad C, ita A ad B: componendoq; ut C + A + B ad C, ita A + B + B; & convertendo ut C + A + B ad A + B, ita hæc ipſa A + B ad A. Atqs eſt A æqualis C, erit idcirco, ut C + A + B ad A + B, ita A + B ad C. quare C + A + B extrema ac media ratione ſecta eſt, cujus A + B eſt portio major, & C minor.

12 *Vidimus igitur quid ſibi velit reſolutio, & compoſitio, de quibus agunt Mathematici.*

13 *Singularis ex hiſce*, quæ hoc §. 3. & 4. dicta ſunt, *emergit Compoſitionis, & reſolutionis proprietas, quæ eſt talis, ut initium* Compoſitionis *ſit finis Reſolutionis; & contra, quod eſt ultimum in* Compoſitione, *ſit primum in Reſolutione.*

Ex. gr. ſit hic numerus 5. initium compoſitionis, erit ille ipſe etiam finis reſolutionis; nam in componendo, duc 5 in ſeſe, ut fiat 25, qui eſt initium reſolutionis, ad hunc reſolvendum, educ latus quadratum ex eodem 25, quod erit 5, qui numerus, qui modo erat initium compoſitionis, jam eſt factus finis reſolutionis. Et contra. Vt

5		25	{ 5. Reſolutio.
5 *	Compoſitio.		
25.		25	

14 *Hujus elementi veritas etiam ex Additione, Subductione, Multiplicatione & diviſione demonſtrari poteſt.*

Sic in *Additione* horum numerorum 4567, 789, 6 8, 67 & 5 initium compoſitionis ſunt hi numeri à dextra, 57897, & finis ejuſdem à ſiniſtra 4, qui è contra eſt initium reſolutionis, et 57897 finis ejuſdem. Vt

4567			4567
789	Compoſitio.		789
6 8			6 8
67			67
5 +		Reſolutio	5 +
6106.			4876.
			123
			5006
			11
			6106.

Sic

Sic in *Subductione* numerorum 67894 à 76549, componendo procedo à ſiniſtra verſus dextrã, ſubduco 4 à 9; Reſolvendo autem à dextra verſus ſiniſtram, & ſubtraho 6 à 7. Ex quibus liquet, initium cõpoſitionis eſſe finẽ reſolutionis, & contra initiũ reſolutionis eſſe finem cõpoſitionis.

76549
Reſolutio. —67894— Compoſitio.
8655.

Sic in *Multiplicatione* numerorum 6789 per 345, componendo procedo à dextra verſus ſiniſtram, ducendo 5 in 9, & ſic deinceps pergendo; Reſolvendo autem procedo à ſiniſtra verſus dextram, multiplicando 3 per 6, & ſic conſequenter. Conſtat ex his, quod multiplicatio 9 per 5 conſtituat initium compoſitionis, & 6 per 3, finem ejuſdem; Eodem modo ductus 6 in 3 initium reſolutionis, ductuſq; 9 in 5 finem ejuſdem. Vt:

Compoſitio.	Reſolutio.
6789	6789
345 *	345*
33945	18147
27156	22226
20367	248305
2342205.	2354
	304
	3
	1220105
	11221
	2342205.

Adde, quòd compoſitorius modus *Additionis* ſc. & Multiplicationis procedat à dextra verſus ſiniſtram, Reſolutorius autem Subductionis & Diviſionis, utpote qui compoſitorio è diametro contrarius eſt, à ſiniſtra verſus dextrã: Ex quibus eadem ſequuntur, quæ ſupra diximus.

15 *Præterea Poteſtas in Geneſi ut fictitia quæritur; in Analyſi verò ut vera datur.*

Ex. gr. Poteſtas hæc 36, in geneſi quærenda beneficio ejus lateris 6. Verum in Analyſi hæc poteſtas 36, ut vera datur, ut ejus latus, nimirum 6, indagare queam.

16 *Quando autem numerus fortuito propoſitus veluti poteſtas, cùm revera poteſtas non ſit, reſolvendus detur, propinquum ſolummodò latus, nequaquam verum, quod nullum eſt in rerum Natura, invenitur.*

Ex quolibet namq; oblato numero inſtar lateris aſſumpto, poteſtatem elicere poſſumus; ſed non vice verſa ex quolibet numero inſtar poteſtatis propoſito, latus quodlibet eruere valemus; cùm non raro ejuſmodi numerus omni omnino latere careat. Sic ex. gr. ex hoc numero 49. quadrato latus componi poteſt, ſed non ex 42. 43. 44. 45. & ſimilibus verùm latus dari poteſt: ratio eſt, cùm hi numeri non ſint quadrati, vel non ſint poteſtates. Eodem modo ex hoc numero 27. cubico indagari poteſt ejus latus ſc. 3: Sed non ex hiſce: 20. 21. 22. 23. 24. &c. cum hi numeri cubici non ſint, aut poteſtates cubicæ, & propterea non habeant verum latus cubi.

17 Solet autem, ut dixi, ſæpenumerò uſu evenire, ut ex numero educendum ſit aliquod latus, qui illud ipſum non habeat. Idcirco, ne fruſtra computationibus tempus teramus, *aliquot regulæ hic traduntur, quibus ſtatim cognoſcere poſſimus, an oblati numeri ſint non quadrati, vel non cubi.*

Non autem hiſce regulis hoc intendimus, numerum, qui proprietates omnes in regulis enumeratas habuerit, eum illico quadratum, aut cubum eſſe: ſed negative tantum eum affirmamus, qui hasce proprietates non obtinuerit neq; quadratum, neq; cubum eſſe poſſe.

18 *Regulæ de Quadratis ſunt hæ ſeptem:*

Primò. *Omnes numeri, qui ultimam figuram ad dextram habent 2. vel 3. vel 7, vel 8, non ſunt quadrati:* ratio eſt, quia in numeris quadratis ultima figura neceſſario debet eſſe una ex his: 1. 4. 5. 6. 9. & 0.

Secundò. *Nullus numerus, ex quo rejectis 9, ut in examine per novenarium inſtitu-*

Digitized by Google

ſtituto fieri ſolet, non ſupereſt aliqua harũ figurarum: 1.4.7. 0, *quadratus eſt.*

Tertiò. *Numerus ultimam figuram habens* 5, *niſi ei præpoſita fuerit figura* 2, *cum alia figura pari, vel cum* 0, *quadratus eſſe non poteſt*. Vt hi numeri 125. 325. 67525. 89725 &c. quadrati non ſunt.

Quartò. *Numeri, qui ultimam figuram habent* 1. *vel* 9. *niſi eam præcedat figura par, aut* 0, *quadrati non ſunt*. Vt hi numeri. 4371. 4379. 67899. 75351. quadrati non ſunt.

Quintò. *Numeri, qui ultimam figuram habent* 4, *niſi eam antecedat alia figura par vel* 0, *quadrati non ſunt*. Vt hi numeri 16934. 70014. quadrati eſſe non poſſunt.

Sextò. *Numeri, qui habent ultimam figuram* 6, *niſi eam præcedat figura impar, quadrati non ſunt*. Vt numeri: 5746. 7086. 34526 quadrati non ſunt.

Septimò. *Numerus habens in fine plures figuras* 0. *ſub numero impari, quadratus eſſe nequit*. Vt numeri 460. 678000. 91010. quadrati non ſunt.

Regulę de Cubis *ſunt hę ſequentes* 4.

19 I. *Nullus numerus eſt cubus, ſi abiectis* 9. *non remaneat* 1. *vel* 8, *vel* 0. Itaque 12000 cubus non eſt, cùm rejectis 9, reliqui ſint 3.

II. *Numerus non eſt cubicus, cujus ultima figura eſt* 2, *vel* 4, *vel* 8. *ſi proximè præcedens figura non ſit par, vel* 0. Vt hi numeri: 34532. 456174. 1100038 cubi eſſe non poſſunt.

III. *Nullus numerus eſt cubus, qui habeat in fine* 0 *vel* 00. Vt numeri: 1230. 100. 34600 cubi non ſunt.

IV. *Numerus habens ultimam figuram* 5, *niſi proxime præcedens figura fuerit* 2 *vel* 7. *non poterit eſſe cubicus*.

Vt hi numeri 361025. 67825. 1120015, cubici numeri non ſunt. Et ſic de cęteris. Et hæ ſunt præcipuæ Regulæ, quibus plures annecti poſſent, ſi id neceſſitas poſtularet, ergo hac vice ſimus hiſce contenti. Quarum Regularum veritatem dabunt & confirmabunt omnes & ſinguli numeri in tabulis noſtris collocati. Idcirco antequam ipſam lateris, cujuſcunq; idipſum etiam generis ſit, eductionē aggrediaris, rectè feceris, ſi prius per haſce regulas propoſitos numeros examinaveris, an quadrati vel cubi ſint &c.

20 Cæterùm, cùm ex §. 50. *cap.* 2. *præced. magnitudines Rationales dividantur in abſolutas, & Algebricas, etiam Analyſis hæc partim abſolvetur in numeris abſolutis, partim in Algebricis*.

21 *Diviſio Analytica, quæ perficitur in numeris abſolutis, duplex eſt ſimplex & Gnomonica*.

22 *Simplex eſt, qua prima ſingularis poteſtas data in ſuas partes reſolvitur, ex quibus coagmentata eſt*.

Non abs re fuerit ſcire hoc loco, ex quibus partibus quælibet poteſtas compoſita ſit, à latere videlicet aliquoties in ſe ducto, uti ex cap. 6 & 7. hujus abundè ſatis conſtat, in quibus varias quadratorum & cuborum geneſes expoſuimus.

23 *Gnomonica eſt, quâ gnomo tum planus in numero Quadrato, tum ſolidus in Cubo dividitur*.

24 *Gnomo planus, eſt quadrati à quadrato differentia:*

Vt in abaco quadratorum inter 1 & 4 quadratos differentia 3, eſt gnomõ; qui videlicet unitati utpote quadrato minori additus, dat totũ 4. majorem: idemq; 3. ſubductus à 4 majori quadrato relinquit quadratum minorem 1. Sic deinceps inter 4 & 9, inter 9 & 16, inter 16 & 25, inter 25 & 36 inter 36 & 49, inter 49 & 64, inter 64 & 81 quadratos, interſunt gnomones ex progreſſione imparium. Vt: 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17, uti ex hoc ſchemate videre licet.

3.

3 5 7. 9 11 13 15 17 19

1—4—9—16—25—36—49—64—81—100

Ex hiſce duabus progreſſionibus liquet, quod gnomo inter proximos ſit impar, & cõtra quilibet impar inter certos proximos ſit gnomo. Inter diſiunctos verò, eſt modo par, modo ĩpar. Par, ut inter 1 & 9 eſt par ſc. 8. ſic ĩter 3 & 5 eſt 2 par, inter 5. & 11. eſt 6 par. *Impar,* ut inter 25. & 64 eſt impar 39 &c. *Ergo ut habeatur gnomo, ſubducatur quadratum è quadrato.*

25 *Gnomo ſolidus, eſt duorum cuborum differentia.*

Sic in cuborum primorum abaco inter cubos 1 & 8, gnomo cubicus ſive ſolidus eſt 7; qui additus 1 tanquam minori Cubo, dat totum 8 majorem ſc. cubum; idemq; ſubductus ex majori cubo 8, pro reſiduo reddit cubum minorem 1. Sic inter 8 & 27, eſt gnomo 19, inter 27 & 64 eſt gnomo 36, inter 64 & 125 eſt 61, inter 125 & 216 eſt 91; &c. Vt:

7 19 37 61 91 127 169

1—8—27—64—125—216—343—512.

In hiſce perſpicimus, quod omnes continui, cubi ſint proximi quiq;, quorum latera differunt unitate. Inter diſiunctos etiam inter eſt gnomo; ut inter 1 & 27., itẽ, iter 8 & 64 interſunt 26, & 56. *Idcirco gnomonis cognitio eſt, cubi minoris à majori ſubtractio.*

26 *Analyſis autem tam Simplex quàm Gnomonica eſt multiplex: Quadrata ſc.* Cu*bica, Quadrato-quadrata, Quadrato-cubica, Cubo-cubica &c.*

CAPVT XII.

DE

Analyſi Lateris Quadrati in Numeris Abſolutis.

1 *ANalyſis Quadrati lateris eſt inventio numeri, qui in ſe multiplicatus numerum propoſitum reſtituat.*

Vel eſt diviſio quædam, qua latus per ſua ſegmenta indagatur. Dicitur etiam εὕρεσις τετραγωνικῆς πλευρᾶς, & ars inveniendi latus quadratum. Quanquam vero omnem numerum, tanquam quadratum hæc ars ad reſolvendum ſuſcipiat, non omnes tamen quadrati ſunt, ut ſupra dixi, idcirco ſoli quadrati tantum habent πλευρὰν μήκει ῥητήν, latus certo numero unitatum explicabile, reliqui ſolummodò δυνάμει.

2 *Hujus partes duæ ſunt: Simplex & Gnomonica, ſeu,* quod idem eſt, *majoris & minoris ſegmenti inventio.*

3 *Majus ſegmentum eſt latus ſiniſtri quadrati, idq; abacus novem primarum ſimplicium poteſtatum & laterum eorundem ſuppeditat.*

Nam cognitio horum laterum, eorundemq; poteſtatum debet dari, non inquiri, iuxta hunc typum:

Latera. 1—2—3—4—5—6—7—8—9

Quadrata. 1—4—9—16—25—36—49—81—81.

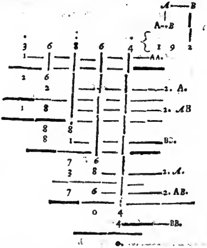
4 *Minus ſegmentum eſt quotus Gnomonis diviſi per duplum reperti majoris ſegmenti, complementis ſubiectum. Itaq; quamlibet poteſtatem numeroſam propoſitã in reſolvendo ſic diſtingue, ut à dextris initium faciendo, primam* ciphã *figuramve puncto ſuſcripto notes, & ſiniſtrorſum deinde procedendo, tantas quaſq; quantas idem denominationis gradus expoſtulat; tertiam ſcilicet quamque, ſi gradus tertius, quartam, ſi quartus.*

Ex. gr. ſi latus quadrati extrahendum ſit, punctanda erit prima figura, tum tertia, quinta, ſeptima; ſi latus cubi educendum, punctum ſubſcribendum figuræ primę, & ſic duabus prætermiſſis, quartæ, ſeptimę, & ſic deinceps. *Nam quot puncta affixeris, tot habebis queq; figuras latus per analyſin inquirendum, ſub ipſis punctis, vel loco punctorum collocandas: quæ quidem in geneſi ſtatim ab initio ſtatui poſſunt, cùm omnes dentur; in analyſi verò non niſi ſucceſſivè in operis progreſſu eliciuntur. Notandum autem hic eſt, data poteſtatis figuras, quibus puncta non ſunt adſcripta, ad id pertinere punctum, quod illi à dextris adiacet: & ordinem numerationis punctorum, poteſtatum, & laterum primorum ſingularium à ſiniſtra exordiri, & verſus dextram progredi. Tum ingredere tabulam praecedentem, & prima figuræ, in fronte, poteſtatem quære, figuris primi puncti reſolvendi vel æqualem, vel proximè minorem, & tam illam, quam eius latus ſupraſcriptum excerpe. Poteſtates excerptas ſub ultimo puncto ita colloca, ut ſub eodem operationis initium fiat, & verſus dextram procedatur, lineaq; ſubducatur, & hæc poteſtas ſubſcripta à ſibi ſupra poſita auferatur, reſiduum quę infra lineam ſcribatur; hoc enim pertinet ad proximè ſequens punctum, ſive poteſtatem ſingularem alteram reſolvendam. Latus autem inventum ſeorſim intra lunulam verſus dextram ponatur. Hac majoris ſegmenti inventione ſemel facta, quot deinceps reſtant puncta, tot gnomonicis diviſionibus reperientur reliqua, hac ratione: Poſteaquam latus ultimi puncti ſeu majoris ſegmenti inventũ eſt, qualibet gnomonica diviſio, ſive lateris meditatia in tres haſce operationes dividetur. Prima, quicquid, eſt in ſemicirculo, duplicetur, ut habeas novum diviſorem ſub proximè ſequens punctum collocandum.* Secunda, *Latus inventum ſcribatur bis, tum intra prædictam ſemilunam, tum ad lo cum diviſoris.* Tertia, *Latus ultimum in ſemiluna multiplicetur in diviſorem, & latus ipſi adſcriptum: factus infra lineam adſcriptam tranſverſam ex ſuperioribus ſubtrahatur.* Vltimo ex cap. præced. 7. §. 42 & 43. *petatur Regula omnium quadratorum Summæ laterum, ſecundum quam non tam omnes poteſtates Numeroſa componuntur, quàm reſolvuntur. Et primum A cum ſuo charactere tantum in primo quoto uſurpetur, non in cæteris. Qui quotus inventus nominetur A, & qood ii quærendum eſt, dicetur B. Hoc facto ut novus habeatur diviſor, inventus quotus multiplicetur, prout character & numerus poſt A collocatus te inſtruxerint:* Vt hic in lateris quadrati extractione per binarium. *Iam pergendum ut ſupra iuxta Regulam. Ex. gr. Sit extrahendum latus quadrati ex hac*

poteſtate

Digitized by Google

poteſtate numeroſa data 36864. Ad quod faciendum utere (ut dixi) hac Regela omnium quadratorum ſuper ſummam laterum deſcriptorum, quæ eſt : *AA* ✠ 2. AB ✠ BB. Igitur numero hoc 36864 punctuato, ingredere tabellam propoſitam in §. 28. hujus, vel in cap. præc. 8. §. 29. quæ tabella eſt A.



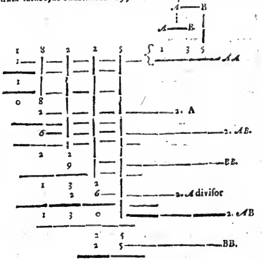
Et inquire quis numerus quadratus proximè minor ſit numero hujus ultimi membri ſiniſtrâ verſus, ſc. 3, & invenies 1, cujus ergo 3, latus 1. ſepone poſt lunulam, & 2, quæ ſubductis 1 ex 3, reſtant, ſcribe infra, cui adjunge immediatè præcedentem figuram dividendi ſc. 6, ut fiant 26, & hæc fuit operatio prima. In ſecunda indagato diviſorem novum, cum autem in quadratorum Regula citata habeas 2. *A*, duc quotum inventum 1. *A* in 2, ut ſit 2. pro 2. A, novo ſc. diviſore, qui collocetur infra 6, & deſpice, quoties 2 contineatur in 26, & videbis, quod tantum novies, propterea 9 ſtatue poſt lunulam, Cùm autem ſequatur in quadratorum Regula ✠ 2. *AB*, ducito 2. *A*, id eſt, 2. diviſorem in B, videlicet in quotum ſecundum repertum 9, ut fiant 18, quę ſubtracta de 26, relinquent 8. Cui adjunge in rectam lineam dividendi figuram pręcedentem 8, & cum habeas in quadratorum Regula ✠ BB, multiplica quotum 9 in ſe, & factum 81 ſubtrahe de 88, ut reſiduum ſit 7, cui addatur in directum 6, figura dividendi. Pro tertio diviſore quotum 19 dupla, propter ✠ 2. *A* in Regula quadratorum, ut ſit diviſor novus 38, inquire iam, quoties hic contineatur in 76, & dices bis, quem ſcribe pro quoto ad ſemicirculum; multiplica etiam propter ✠ 2. *A*B ipſum quotum inventum 2 in diviſorem 38, ſicutq; 76 ſubtrahe de 76, ut relinquatur nihil. Denique huic 0 adde ultimam figuram dividendi 4 & propter ✠ BB (ut in Regula videre licet) duc quotum 2 in ſe, & productum 4 auffer à figura dividendi 4, rurſuſque reſiduum erit nullum, eo quòd poteſtas numeroſa data 36864 fuerit numerus quadratus, alioquin non potuit eſſe poteſtas. Ex quibus ſequitur, ex numero dato 36864 latus inventum eſſe 192, quod faciendum erat.

Aliud exemplum.

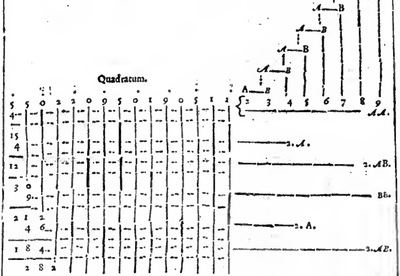
5 *Sit data alia poteſtas numeroſa. 8225, quæ ſit ſuperficies quadrati, quæritur ejus latus,*

Quod nonnulli Radicem vocant ? ℞ 135. Sit ergo denuo ad manus Regula quadratorum *AA* ✠ 2AB ✠ BB & poteſtate data 18225 hoc modo punctis diſtincta, intuere tabellam ſupra allegatam, & vide, quis numerus quadratus proximè æqualis ſit numero hujus poteſtatis datæ ultimo ſc. 1. & reperies eum eſſe 1. quem veluti quotum adſcribe circulo, & eundem multiplica propter AA, in ſe, & factum 1 ſubduc à ſuperiori dividendo 1, & remanebit 0. Cui adſcribe figuram dividendi alteram 8, & propter 2. A duplica quotum 1, & factus erit 2 pro novo diviſore, qui infra 8 ponatur, & deſpiciatur, quoties 2 contineatur in 8, & invenies ter, quem adſcribes 1 in quoto, & 3 multiplicabis per 2, propter ✠ 2, *A*B, & factum 6 auferes a dividendi nota 8, ut reliquus ſit 2. cui adjunge immediatè pręcedentem figuram dividendi 2, & propter ✠ BB

multiplica quotum 3 in ſe, ut factus 9 ſubductus à 22, relinquat 13, quibus adplicetur figura dividendi præcedens 2. Hoc facto, ut novum habeas diviſorem, dupla propter 2. *A*, quotum 13, & inquire, quoties hic factus 26 contineatur in 132, & experiere, quod quinquies; ſcribe itaque 5 ad quotos, & propter 2. *AB*, multiplica 5 per 26, & factum 130 auffer à 132, & reliquus erit 2, cui addatur figura prima dividendi 5, & propter *BB* duc quotum ultimum 5, in ſe, & factum 25 ſubtrahe a ſuperiori 25, & remanebit nihil. Dico ergo, ex hac 18225 poteſtate numeroſa data latus ejus eductum eſſe 135. Vt voluit quæſtio.



Aliud exemplum.



1 6	BB.
2 6 6 0	
4 6 8	2. A.
2 3 4 0	2. AB.
3 2 0 9	
2 5	BB.
3 1 5 4 5	
4 6 9 0	2. A
2 8 1 4 0	2. AB
3 7 0 5 0	
3 6	BB.
3 7 0 1 4 1	
4 6 9 1 2	2. A
3 2 8 3 8 4	2. AB
4 1 7 5 7 9	
4 9	BB.
4 1 7 5 3 0 0	
4 6 9 1 3 4	2. A.
3 7 5 3 0 7 2	2. AB
4 2 2 2 2 8 5	
6 4	BB.
4 2 2 2 2 2 1 2	
4 6 9 1 3 5 6	2. A.
4 2 2 2 2 2 0 4	2. AB
8 1	
8 1	BB.
0 0	

Exemplum aliud in numeris concretis.

6 *Dato numero militum alicujus aciei quadratę, invenire numerum militum tam unius ordinis, quàm ipſorum ordinum.*

Ex. gr. ſit datus numerus militum 256, ex quibus educ latus quadrati & invenies 16, qui numerus indicat & numerum ordinum & militum in quolibet ordine.

7 *Aliquando eductionem lateris præcedit, aut ſequitur alia aliqua numeratio.*

Exemplum 1.

8 *Dato numero militum aciei quadratæ, & ſoli longitudine & latitudine, quam miles requirit, indagare numerum militum tum unius ordinis, tum ipſorum ordinū.*

Ex. gr. Sit datus numerus haſtatorum 1029, datumq; ſpatium 7. pedum, quod haſtatus occupat in longitudine; & 3. ped. quod in latitudine, ex hiſce inveniendus eſt numerus militum unius ordinis, numeruſq; ordinum. Ad quod præſtandum, duc 7 in 3, & factus 21 dividat numerum militum datum 1029, ex quo 49 quoto nimirum eductum latus quadrati 7, quod ductū tum in 7, numerum pedum, quem haſtatus occupat in longum, dabit 49 numerum haſtatorum ein ordine frontali collocandorum; tum in 3, numerum pedum, quem haſtatus occupat in latum, exhibebit 21, numerum ordinum. Vt hoc probes, duc 49 in 21, factuſq; erit 1029 numerus haſtatorum primò datus. Vt:

1029   7
21 ÷   3 *
———————————
49   21.
——— LQ.
7 ——— 7
7 *   3 *
———————————
Examen. { 49.   21.
{ 21 *
——————
49
98
——————
1029.

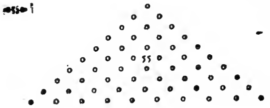
Eodem plane modo procedendum, ſi detur numerus militum cum proportione laterum, ut ſi ex. gt. frons aciei ſeſe habere debeat ad latus, ut 7 ad 3, hoc eſt, quoties ſeptem milites ſunt in fronte, toties tres debeant eſſe in latere, & ſit datus militum numerus 1029. Dico 49 futurum numerum militum cujuslibet ordinis, & 21, numetum ordinum, ut conſtabit ex præcedenti exemplo.

Exemplum 2.

9 *Dato numero militum aciei triangularis æquilateræ, indagare numerum militum in quolibet latere conſtitutorum.*

Ex. gr. ſit datus numerus militum in acie triangulari æquilatera 55, quæritur, quot milites conſiſtant in quolibet trianguli latere? Reſpondeo 10: Multiplicentur enim 55 dati per octonarium, factoq; 440 addatur unitas, à cujus ſummæ 441 latere quadrati 21 ſubducatur unitas, reliquumq; 20 dimidietur, eritq; dimidium 10. numerus militum in quolibet trianguli æquilateri latere conſiſtentium quæſitus. Vt:

55
8 *
——————
440
1 +
——————
441
——— LQ.
21
1 —
——————
20
2 ÷
——————
10. Latus trianguli quæſitum.



Exem-

Exemplum 3.

10 *Datis tribus trianguli lateribus cognoſcere ejus aream.*

Sit datum triangulum ABC, in quo datur A 13. B 14 & C 15, quæritur ejus area? Reſpondeo 84. Addantur enim ſingula latera A 13, B 14 & C 15, hujus ſummæ A + B + C 42 ſumatur dimidium 21, à quo ſubducantur ſingula latera A 13, B 14 & C 15, ut reſidua ſint 8. 7 & 6. quæ in ſe invicem ducta dant 336, hæc ducta in 21 utpote in ſemiſſem collectorum laterum, dant 7056, cujus latus Quadrati 84 exhibet aream trianguli A. B. C. quæſitam. Vt

13 A.
14 B.
15 C. +

42 A + B + C
2 ÷

21 21 21 (A + B + C)/2
15 — 14 — 13 —

6 7 8
7 *

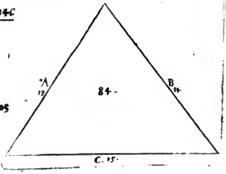
42
8 *

336 (A + B + C)/2
21 *

336
672

7056
———— LQ

84. Area quæſita.



Exemplum 4.

11 *Datis tribus trianguli obtuſanguli lateribus ejus indagare perpendiculum.*

Sit datum triangulum obtuſangulum ABC, cujus latus A ſit 15, B 13 & C 4, quæritur perpendiculum E? Reſpondeo 12. Addatur enim quadratum BB 169 ipſius lateris B 13 quadrato CC 16 lateris C 4, & ſumma BB + CC 185 ſubtrahatur à quadrato AA 225, & reſiduum AA -- BB -- CC 40 dividatur per 2. C 8, dupli ſcilicet lateris C 4, & quotus (AA — BB — CC)/(2. C) æquabitur D, hujus quadratum DD 25 ſubducatur à quadrato BB 169, & reliqui BB — DD æqualis EE 144 latus dat perpendiculũ E 12, quod quærebatur. Vt

A A *
B B *
C C *
C 2 *

AA
BB + CC — CC +
BB
CC
2. C

AA — BB — CC BB + CC
2. C ÷

AA — BB — CC
————— = D
2. C

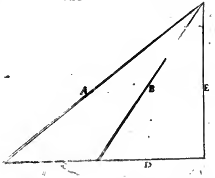
BB
D * DD —

DD
BB — DD = EE
———— LQ
E

In Numeris.

15 A. | 13. B. | 4. C. | 4. C.
15 * | 13 * | 4 * | 2 *
75 | 39 | 16 | 8.
15 | 13

225 | 169 | | 169
185 — | 16 ✠ | | 25 —
40 | 185 | | 144
8 ÷ | | | — LQ.
5. D | | | 12. E.
5 * 1
25.



Exemplum 5.

12 *Datâ linea in baſin cadente, datis etiam lateribus duobus angulum, ex quo iſta linea ducta eſt, comprehendentibus, inquirere baſin, ſeu lineam prædicto angulo oppoſitam.*

13 *Sit datum triangulum ABC, in quo latus A datum ſit pedum 13, C 15, F √ 162. $\frac{2}{9}$ & ſegmentum E eſt $\frac{1}{4}$ baſeos.*

Quæritur baſis B, quot ſit pedum? Reſp. 14. Addatur enim ter quadratum ipſius lateris A ut illud triplum ſit 3. AA 507, quod additum ſextuplo quadrati C, hoc eſt 6. CC 1350, ab hoc ſubtrahatur lineæ F √ 162 $\frac{2}{9}$ quadratum novies multiplicatum, ſc: 9 FF 1465, remanebit 3 AA ✠ 6 CC -- 9. FF 392, quod dimidiatum dat 3. AA ✠ 6. CC -- 9. FF 196, videlicet quadratum baſis B; ex quo eductum latus, dat 14 pro $\frac{3. AA + 6. CC - 9. FF}{2}$ == B. Vt:

A | C | F | 13 | 15
A * | C * | F * | 13 * | 15 *
AA | CC | FF | 169 | 225 | 162 $\frac{2}{9}$
3 * | 6 * | 9 * | 3 * | 6 * | 9 *

3. AA | 6. CC. | 9. FF == 507 | 1350 | 1465
6. CC + | 1350 +

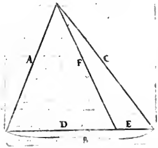
3. AA + 6. CC == 1857
9. FF — | 1465 —

3. AA + 6. CC — 9. FF == 392
2 ÷ | 2 ÷

3. AA

$$\frac{3.AA + 6CC - 9.FF}{2} = 196 \; LQ$$

$$\frac{\sqrt{AA + 6.CC - 9.FF}}{2} = B = 14 \; LQ$$



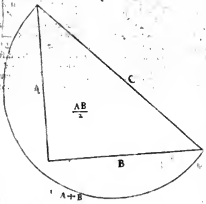
14 *Exemplum 6.*

Dati trianguli rectanguli area unacum duorum laterum angulum rectum comprehendentium, indagare ſingula latera.

Quadratum ex A + B 14 ſit AA + 2.AB + BB 196, ſit etiam data area AB 24, quæ octuplicata eſt 8. AB vel quod idem $\frac{\;}{2}$ eſt, ſumma 4. AB, 192, & hæc ſubducta à quadrato, AA + 2.AB + BB 196 relinquit AA + 2.AB + BB — 4. AB 4, cuius latus quadrati eſt √ AA + 2. AB + BB — 4. AB 2, quod additum ſummæ laterum A + B 14, exhibet √ AA + 2. AB + BB — 4.AB + A + B, 16, idem ſubtractum AB A + B 14, relinquit √ AA + 2. AB + BB — 4. AB — A — B 12, quorum medietates ſunt $\frac{\sqrt{AA + BB - 4.AB + A + B}}{2}$ B 8, &

$$\frac{\sqrt{AA + 2.AB + BB - 4AB - A - B}}{2} = A.6.$$

Eſt ergo latus A 6, & B 8 inventum; Vt:



A
B *

A ← B
A ← B *

AB
2 ÷

AA + AB
AB + BB

AB — 8 / 2 — 1 | 8. AB / 2

AA + 2. AB ← BB —
4. AB —

id eſt,

4. AB

AA ← 2. AB ← BB — 4. AB
——— LQ

√ AA ← 2. AB ← BB — 4. AB
A + B 4 ← —

√ AA + 2. AB + BB — 4. AB + A ← B } 2 ÷
√ AA ← 2. AB ← BB — 4 AB — A — B }

√ AA ← 2. AB ← BB — 4. AB ← A ← B
——— = B.
2

√ AA ← 2. AB ← BB — 4. AB — A — B
——— = A.
2

In Numeris.

A ← B { 24 AB.
A ← B { 14 * 8 *

56 192
14

196
192 —

4
——— LQ
2.

14 / 2 + 14 / 2 —

16 / 2 ÷ 12 / 2 ÷

8 = B. 6 = A.

Exemplum 7.

Datâ trianguli rectanguli area una cum laterum rectum angulum comprehendentium differentia invenire ſingula latera.

Sit data area (ut ſupra) AB/2 24, data etiam differentia laterum A — B 2, quæruntur ſingula latera A & B? Reſpondeo A erit 8, & B 6: Areæ enim AB/2 ſc. 24 octuplũ eſt 8. AB/2 ſeu 4. AB quod additum differentiæ laterum A — B 2 quadrato, nimirum AA — 2. AB ← BB 4, erit aggregatum AA — 2. AB + BB + 4. AB 196. hujus quadrati latus eſt √ AA — 2. AB + BB ← 4. AB æquale A ← B ſummæ laterum, ſc. 14. Huic ſummæ laterum A ← B 14 addatur differentia laterum A — B 2, ſummæq; 2. A ← B 16 capiatur dimidium, quod eſt 2. A ← B/2 = A 8. Præterea ab hac eadem ſumma laterum A ← B 14 auferatur differentia laterum A — B 2, reſiduiq; A ← B 2. B 12 dimidium eſt A ← 2. B/2 = B. 6. Erit ergo A 8, & B 6, ut voluit quæſtio.

A
B *
——————
AB
2 ÷
——————
AB — 8
—— ——
2 — 1
| 8. AB
| ——
| 2
| —— id eſt. AA — 2. AB + BB
| 4. AB

A
B —
——————
A — B
A — B * ?
——————
AA — AB
AB + BB
——————
4. AB +
——————
AA — 2. AB + BB + 4. AB
—————— LQ.

A + B ═══ √ AA — 2. AB + BB + 4. AB
A — B + —
——————
2. A + B ═══ A. 2. B + A ═══ B.

In Numeris.

25
8 * | AB
2

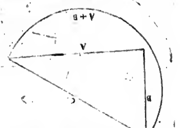
2 A — B
2 *
——————
192
4 +
——————
196
—— LQ
14 A + B
2 A — B +
——————
16
2 ÷
——————
8. A

14 A + B
2 A — B —
——————
12
2 ÷
——————
6. B

Exemplum 8.

16 *Data hypothenuſa, & ſumma laterum angulum rectum comprehendentium inquirere ipſa latera.*

Sit data hypothenuſa C 5, & ſumma laterum A + B 7, quæruntur ſingula latera A & B? Reſpondeo A erit 4, & B 3: Multiplicetur enim C 5 in ſeſe, & factum quadratum CC 25 duplicetur, ab hujus duplo 2. CC 50 auferatur quadratum AA + 2. AB + BB 49 laterum ſummæ A + B 7, ex reſiduo 2. CC — AA — 2. AB — BB 1 educatur latus quadrati, quod eſt √ 2. CC — AA — 2. AB — BB 1, nimirum differentia inter A & B, hæc differentia A — B addita ſummæ laterum A + B 7, & hujus ſummæ 8 dimidium eſt pro baſi A, ſc. 4; ultimo hæc differentia A — B 1 ſubducta à laterũ ſumma A + B 7, relinquit 6, cujus iterum dimidium ſc. 3 eſt pro catheto B. Atque ita inventa eſt A 4, & B 3, qualium fuit C 5. Vt:



P C

C　　　　　　　　A + B
C *　　　　　　　A + B *
____
C C　　　　　　　AA + AB
2 *　　　　　　　　AB + BB
____
2. CC.　　　　　　AA + 2. AB + BB
　　　　　　　　　　　　2. CC —
____
2. CC — AA — 2. AB — BB
______________________________ LQ
√ 2. CC — AA — 2. AB — BB
　　　　　　　　A + B +
____
√ 2. CC — AA — 2. AB — BB + A + B
　　　　　　　　　　　　　　　2 ÷
____
√ 2. CC — AA — 2. AB — BB + A + B
______________________________ = A.
　　　　　　　2

Item: √ 2. CC — AA — 2. AB — BB
　　　　　　　　　　A + B —
____
A + B — √ 2. CC + AA + 2. AB + BB
　　　　　　　　　　　2 ÷
____
A + B — √ 2. CC + AA + 2. AB + BB
______________________________ = B
　　　　　　　2

In Numeris.

5 C.	7 A + B	7	7
5 *.	7 *	1 +	1 —
25	49	8	6
25 +		2 ÷	2 ÷
50		4. A.	3. B.
49 —			
1			
——— LQ			
1. A — B.			

Exemplum 9.

17 *Data hypothenuſa, & differentia laterum angulum rectum comprehendentium, inveſtigare ipſa latera.*

Sit data hypothenuſa C 10, & differentia laterum A — B 2, quæruntur A & B? Reſp. A erit 8, & B 6. Multiplicetur enim hypothenuſa C 10 in ſe, ut ejus quadratum ſit CC 100, quod duplicatum facit 2. CC 200, ab hoc quadrato duplicato auſferatur quadratum AA — 2. AB + BB 4 ſuper differentiam laterum A — B 2 deſcriptum, ut reſidui 2. CC — AA + 2. AB — BB 196 latus fiat √ 2. CC — AA + 2. AB — BB 14, æquale ſummæ laterum A + B, & huic ſummæ laterum A + B 14 addatur differentia laterum A — B 2, & aggregatum 2. A — B 16 bifariam dividatur, ut quotus ſit 2. A — B 8 æqualis A; ſimiliter à ſumma laterum A + B 14 tollatur differentia laterū A — B 2, & reſiduum 12. 2. B — A bifariam ſecetur, ut illa ſectio ſit 2. B — A 6 æqualis ipſi catheto B. Vt:
　　　　　　2　　　　　　　　　　　　2

C A—B
C A—B

CC AA—AB
2 * AB ← BB

2. CC AA—2. AB ← BB
AA—2. AB ← BB—

2. CC—AA ← 2. AB—BB

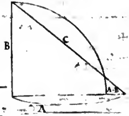
——————LQ

√ 2. CC—AA + 2. AB—BB ═ A ← B

A—B ←

2. A—B . 2 B—A
2 ÷ 2 ÷

2. A—B 2. B—A
A ═ ——— ——— ═ B
2 2



In Numeris.

10 C. 2 A—B
10 * 2 *

100 4 14 14
2 * 2 + 2 ÷

200 16 12
4— 2 ÷ 2 ÷

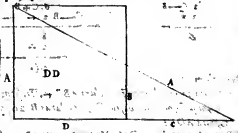
196 8. A. 6. B.

——LQ
14 ═ A + B.

Exemplum 10.

17 *Sit linea* A *data extra quadratum* DD, *quæ ſit* √ 20, *ſit etiam datum quadrati latus* D 4, *quęruntur laterum ſegmenta* B *&* C ?

Reſpondeo B 2, & C 4: Multiplicetur enim in ſe latus quadrati D 4, factoq; DD 36 addatur quadratum AA 20 lateris A √ 20 dati, & ex ſumma DD ← AA 36 educatur latus D ← A 6; à quo ſubtrahatur latus D 4, reſiduumq; A 2 æquivaleris C—B quadretur, ut quadratum ſit CC—2. CB ← BB. Præterea AA 20 duplicetur, & à duplo 2. AA 40 ſubtrahatur quadratum differentię laterum CC—2. CB ← BB, ex reſiduo 2. AA—CC + 2. CB—BB 36 eductum latus √ 2. AA—CC + 2. CB—BB 6 ęquabitur C + B, cui addatur differentia laterum C—B 2, & aggregatum 2. C ← B erit 8, cujus ſemiſſis 2. C ← B erit 4, æqualis ipſi C: Sic etiam à ſumma laterum C ← B 6. ſubtrahatur differentia laterum C—B 2, eritq; reſiduum 2. B—C 4, cujus ſemiſſis eſt 2. B—C / 2 æqualis ipſi B.



D　　　　　A
D *　　　　A *

DD　　　　AA
AA ✠

DD ✠ AA
———LQ
D ✠ A
D——

A ═══ C—B
C — B *

CC— CB
CB ✠ BB

CC — 2.CB + BB.

AA
2 *

2.AA
CC — 2.CB + BB —

2.AA — CC + 2. CB — BB
———LQ
√ 2.AA — CC + 2. CB — BB ═ C + B
C — B + —

2.C + B. 2.B — C
2 ÷　　2 ÷

2.C + B　2.B — C
—— ═ C. —— ═ B.
2　　　2

In Numeris.

4 D.　　　　√ 20 A.
4 *　　　　√ 20 *

16　　　　20
20 +　　　2 *

36　　　　40
——LQ　　4 —
6
4 —　　　36
　　　　——LQ
2. C — B　　6. C + B
2 *　　　C — B 2 + —

4.　　　　8　　　4
　　　　2 ÷　　2 ÷

　　　　4. C.　　2. B.

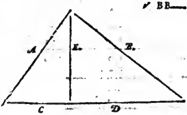
Exemplum 11.

18 *Sit datum triangulum rectangulum ABC + D, ſitq; datus angulus rectus AB, datumq; ſegmentum baſeos* C *9, & latus B 20, quæruntur reliqua latera incognita ADE?*

Reſp. A erit 15, E 12 & D 16 : Multiplicetur enim B 20 in ſe, & facto BB 400 addatur quadratum $\frac{CC}{4}$ 20 $\frac{1}{4}$ deſcriptum ſuper $\frac{C}{2}$ 4 $\frac{1}{2}$ ſemiſſem videlicet ſegmenti C 9, & factus BB + $\frac{CC}{4}$.

$\frac{CC}{4}$ 420 $\frac{1}{4}$ ducatur in 4, ut magnitudo producta ſit $4.BB + 4\frac{CC}{4}$ 1681, cujus latus eſt $\sqrt{.4.BB + 4\frac{CC}{4}}$ 41, à cujus ſemiſſe $\sqrt{\frac{4.BB + 4\frac{CC}{4}}{2}}$ 20 $\frac{1}{2}$ ſubductum $\frac{C}{2}$ 4 $\frac{1}{2}$ dimidium ſcilicet ſegmentum C 9, reliquum erit $\frac{\sqrt{4.BB + 4\frac{CC}{4}}}{2} - \frac{C}{2}$ 16, latus D, cujus quadratum DD 256 ſubtractum à quadrato *BB* 400, dat reſiduum $BB - DD$ 144, cujus latus eſt $\sqrt{BB - DD}$ 12 pro perpendiculo *E*, huius quadratum EE 144 additum quadrato CC 81, & ex aggregato EE + CC 225 extractum latus dabit $\sqrt{EE + CC}$ 15 pro latere *A*. Vt:

$$B \quad\quad C$$
$$B * \quad\quad 2 *$$
$$BB \quad\quad \frac{C - C}{2\quad 2} \;\Big|\; \frac{CC}{4}$$
$$\frac{CC}{4} +$$
$$BB + \frac{CC}{4}$$
$$4 *$$
$$4.BB + 4\frac{CC}{4} \quad LQ$$
$$\sqrt{4.BB + 4\frac{CC}{4}}$$
$$2 \div$$
$$\frac{\sqrt{4.BB + 4\frac{CC}{4}}}{2} \quad \frac{C}{2} -$$
$$\frac{\sqrt{4.BB + 4\frac{CC}{4}}}{2} - \frac{C}{2} = D \quad\quad BB$$
$$D * \quad DD -$$
$$DD \quad\quad BB - DD \quad LQ$$
$$\sqrt{BB - DD} = E$$



$$E * \quad\quad C *$$
$$EE \quad\quad CC$$
$$CC +$$
$$EE + CC \quad LQ$$
$$\sqrt{EE + CC} = A$$

In Numeris.

$$20\ B \quad\quad 9\ C$$
$$20 * \quad\quad 2 \div$$
$$400 \quad \frac{1}{4}\ 20 \quad +\quad\quad 4\frac{1}{2}$$
$$420\frac{1}{4} \quad\quad \frac{9-9}{2\ \ 2} \Big| \frac{81}{4} \Big| 20\frac{1}{4} \quad \frac{CC}{4}$$
$$4 *$$
$$1681 \quad LQ$$
$$41$$
$$2 \div \quad\quad 20$$

10 $\frac{1}{2}$

4 $\frac{1}{2}$ — $\frac{C}{2}$

16. D.

16 *

96   400 BB

16   256—

256. DD.   144

LQ

12. E   9 C.

12 *   9 *

24   81. CC

12

144. EE.

81 ✠

225

LQ

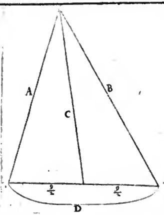
15. A.

Exemplum 12.

19 *Datis in triangulo acutangulo duobus lateribus, dataq; etiam linea baſin biſecante, inquirere ipſam baſin.*

Sit datum triangulum acutangulum *ABD.* in quo datur latus *A* 10, *B* 12 & C√ 106, quæritur baſis D? Reſp. 8. Quadrato namq; *AA* 100 lateris *A* 10 addatur quadratum *BB* 144 lateris *B*. 12, & ſumma *AA* ✠ *BB* 240 bifariam dividatur, A dimidio $\frac{AA + BB}{2}$ 122 auferatur quadratum *CC* 106 lateris *C* √ 106, cuius reſidui $\frac{AA + BB}{2}$ — CC 16 extractum latus √ $\frac{AA + BB}{2}$ — CC exhibet baſin dimidiam $\frac{D}{2}$, duplum ergo ejus $\frac{D}{2}$ 4 eſt pro baſi D 8. Vt

A	B	12	10 *A.*	*C* √ 106
A *	B *	12 *	10 *	C* √ 106*
AA	*BB.*	144.	100	CC. 166
BB +			144 +	
AA + BB			244	
2 ÷			2 ÷	
$\frac{AA + BB}{2}$ CC—			122	
			106—	
$\frac{AA + BB}{2}$ — CC			16	
—LQ—			—LQ	
√. $\frac{AA + BB}{2}$ — CC = $\frac{D}{2}$ *			4	
			2 *	
D.			8.	



20 *Exemplum 13.*

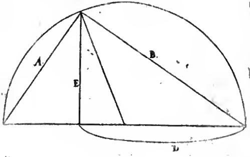
Data trianguli rectanguli baſi, ejuſq; ſegmentis, inquirere reliqua duo latera angulũ rectum comprehendentia, & perpendiculum.

Sit datum triangulum rectangulum *ABC* ↼ *D* datumq; latus *C* ✠ D 25, ſegmentum C. 9 & D 16, quęruntur *A.B* & *E* perpendiculum? Reſp. *A* 15, B 20, & *E* 12: Ducatur enim C 25 in ſegmenta C 9 & D 16, & ex factis CC ↼ *CD* 225 & DC ✠ DD 400 educantur latera ✓ (C ↼ CD 15 & ✓ DC ↼ *DD* 20, quę erunt latera angulum rectum comprehendentia, A videlicet & B. Ducantur etiam baſeos *C* ↼ *D* ſegmenta C 9 & D 16 in ſe, & ex facto rectangulo CD, 144 extractum latus dabit perdendiculum quæſitum ✓ *CD* hoc eſt, *E* 12. Vt:

C ↼ D	C ↼ D	D
C *	D *	C *
CC ↼ CD	DC ↼ DD	DC
——— LQ	——— LQ	——— LQ
✓ CC ↼ CD == *A*.	✓ DC ✠ DD == B	✓ DC == E

In Numeris.

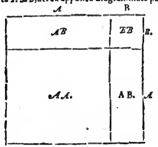
25 C ↼ D.	25 C ✠ D.	16 D.
9 * C	16 * D.	9 C. *
225	150	144
——— LQ	25	——— LQ
15. A.	———	12. E.
	400	
	——— L.Q	
	20. B	



De-

21 *Demonſtratio hujus analyſis quadrati pendet ex prop. 4. lib. 2. Euclidis,*

Quàm etiam *A*rithmeticè in numeris demonſtravimus ſupra cap. 7. Verba propoſitionis arithmeticæ apud *Clavium* ſunt hęc: ſi numerus in duas partes dividatur; quadratus ex toto factus æqualis eſt quadratis, qui à partibus efficiuntur, una cum numero plano, qui bis ſub partibus continetur. Si ergo latus per prædictas regulas extractum ex dato numero habuerit eam proprietatem, ut in duas partes ſectum, quadrata partium, una cum rectangulo bis ſub partibus comprehenſo, numerum producant æqualem quadrato dato numero, vel maximo quadrato dati numeri, erit verum latus. Cum autem quadratum *AA* + 2. *AB* + *BB* conſtituatur ex duobus quadratis AA & BB, & duobus inſuper rectangulis *AB* & AB, manifeſtum etiam eſt, quare *A* quotus inventus pro novo diviſore dupletur in analyſi hujus lateris quadrati: ſcilicet propter duo complementa 2. *AB*, uti ex appoſito diagrammate patet.



22 *Quòd ſi peracta operatione aliquid reliquum fuerit; numero, ex quo latus extrahendum eſt, poſtpone aliquot ciphras*, ut hic in analyſi lateris quadrati 4, *&* *tum extrahe* (ut ante) *latus quadrati.*

Ex. gr. ſit ex hoc numero non quadrato 474 eruendum latus quadrati, poſtpone ergo illi ex. gr 4. ciphras hoc modo: 4740000, cujus latus quadrati eſt 2177: verùm quia hujus numeri 474 latus proximum eſt 21, abiice 77 ex 2177, iiſque ſuppone 100, hoc modo: 21. $\frac{77.}{100}$ Vt:

474 { 21.   4740000 { 2177 / 77

$21\frac{77}{100}$ Latus quæſitum.

23 *Pręterea Eductio lateris è datis fractionibus eadem plane ratione abſolvitur, quâ in integris. Nimirum extrahendo latus tam ex numeratore, quã denominatore.*

Ex gr. dentur hæ duæ fractiones $\frac{9}{16}$ & $\frac{16}{25}$; ex quibus provocanda ſint latera. Dico in priori fractione, numeratoris 9, latus eſſe 3 & denominatoris 16, 4; ſic in poſteriori fractione, latus numeratoris 16 eſſe 4, & denominatoris 25 eſſe 5. Vt ita fractionum $\frac{9}{16}$ & $\frac{16}{25}$ latera quęſita ſint: $\frac{3}{4}$ & $\frac{4.}{5}$ Vt:

$\frac{9}{16}$ | $\frac{3}{4}$ $\frac{16}{25}$ | $\frac{4}{5}$

24 Poſt inventum latus quadrati, ſi quiſpiam periculum facturus, *rectè ne an ſecus abſoluta praxis ſit*, id ſequenti via experiatur, licet: *Inventum latus in ſe ducat, & productæ hinc poteſtati addat, quod peracta operatione reſiduum fuit: ſi collectus numerus eum, cuius latus inventum eſt, æquet, operationem rectè ſucceſſiſſe certum ac indubitatum ſignum eſt.*

Exemplum 1, in numero verè quadrato.

Sint data ex §. 19. huius, latera 135 & 192. quæruntur poteſtates illorum? Reſpondeo, per multiplicationem illas fore 18225, & 36864. Vt:

135	192
135 *	192 *:
675	384
405	1728
135	192
18225.	36864.

Exemplum 2. de numero quaſi, vel non quadrato.

Sit numerus, ex §. 21 hujus, huc allatus 474. ex quo fuit latus eductum 21, & reſidui fuerunt 33. Vt autem conſtet, 21 eſſe ejus latus vero proximum, multiplicabis 21 in ſe, & facto 441 adijces 33, id eſt id, quod è peracta operatione reſiduum fuerat, & prodibit numerus non quadratus, qui ad Analyſin dabatur. Vt:

474 { 21	21
4	21 * 1
44	21
33	42
	441
	334
	474.

CAPVT XIII.

DE

Analyſi Lateris Cubici in Numeris Abſolutis.

1 HAnc Analyſin Quadrati *excipit Analyſis Cubi, quæ eſt inventio numeri, qui primò in ſeipſum, ſecundo in factum multiplicatus, numerum oblatum reſtituat.*

Vel eſt diviſio quædam, qua latus cubi per ſua ſegmenta inquiritur; dicitur etiam ars inveniendi latus Cubi.

2 *Hujus Cubi analyſeos*, non ſecus ac Quadrati, *partes duæ ſunt: prior majoris, poſterior minoris ſegmenti inventio.*

3 *Majus ſegmentum* Cubici *lateris eſt latus ſiniſtri* Cubi. Vt:

Latera.	Plana.	Cubi.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729.

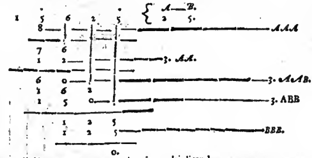
4 *Minus ſegmentum eſt quotus dextri gnomonis diviſi tum per triplicatum quadratum majoris ſegmenti inventi ſubiectum majoribus complementis ſecundum latus, tum per triplicatum ipſum ſegmentum ſubiectum minoribus complementis ſecundum quadratum dextri cubi. Quod ſi plures primi & ſingulares cubi extiterint, punctis ſunt omnes notandi, ita tamen, ut verſus ſiniſtram, procedendo à dextris fiat initium, & duæ ſemper figuræ omittantur. Quot igitur hic fuerint puncta, tot gnomonicis diviſionibus erit opus, ita ut majori ſegmento invento, ad minus inſuper inquirendum tres hæ regulæ ſint neceſſariæ: I. triplicandus eſt numerus inventus, & poſt lunulam poſitus, & hocce triplum ſtatuendum eſt ſub figuram proximam puncto verſus ſiniſtram. II. Quotus hic ducendus in triplum, ut novus prodeat diviſor: qui collocandus verſus dextram. III. Quotus illius diviſoris ponendus poſt lunulam, & ter multiplicandus, primò cubicè, in ſeſe, factuſq; cubo ſubſcribendus; Secundò ducendus in ſe quadratè, factuſq; multiplicandus per triplum, & productum triplo ſubſcribendum; Tertio, multiplicandus ſimpliciter in diviſorem, productuſq; diviſori ſubſcribendus; ultimo hæc tria producta ſunt addenda, & ex ſuperiori cubo ſubtrahenda.*

Exemplum 1.

Dato cubo inquirere ejus latus.

Ex. gr. Sit data poteſtas Cubica 15625, ex quo ſit educendum latus cubi. *Ad hoc inveniendum, peto ex* §. 79. & 80. cap. præc. VII. *Regulam omnium cuborum ex ſumma laterum productorum*, quæ eſt: AAA + 3.*AAB* + 3.*ABB* + BBB. Et cùm in hac inveniatur cubus *AAA*, ducendus eſt 15. cubi latus 2, cubicè, & factus 8 ſubtrahendus à ſuperiori 15, ut reſiduum ſit 7, cui addatur in directum præcedens figura dividendi numeri, ſc. 6. Hoc facto triplicādus eſt quotus 2, dicendo, bis bina ſunt 4 ter quaterna ſunt 12, propter complementum 3.*AA*, qui, ut

15625

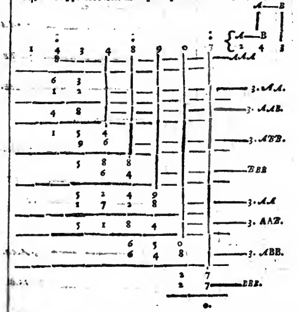


novus diviſor continetur in 76 quinquies, multiplicandus ergo 12 per 5, propter 3. AAB, & exſurgent 60, quæ ſubtracta de 76, relinquũt 16, quibus adiiciatur proximè præcedens dividendi figura 2, ut ſumma ſit 162. Iam multiplicandum eſt triplum quoti 2. *A* nempe 6 in quadratum quoti 5. *B*, ſc. 25, & factus 150 ſubtrahendus ab 162, reliquus erit 12, quibus addendi ex dividendo 5, ut ſumma ſit 125. Vltimò reperitur in regula *BBB*, ducendus eſt. Idcirco 5. cubice, eritq; factus 125 ſubducendus ab 125, reſiduum erit nullum. Ex cubo ergo dato 15625. ejus latus eductum erit 25.

Aliud exemplum.

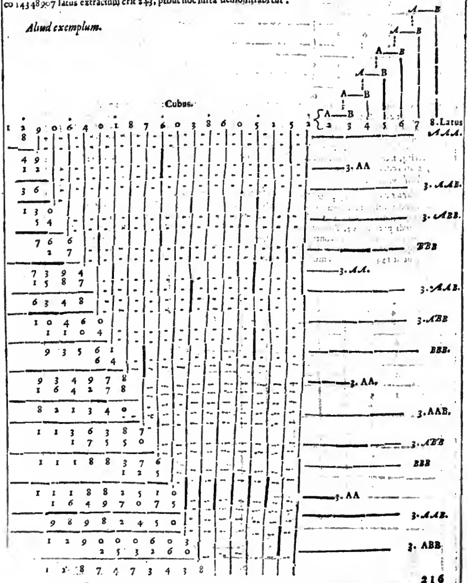
Sit datus cubus 14348907, *ex quo latus extrahendum.*

Ad quod proſtandum, punctetur datus cubus hoc modo: 14348907. Tum propter *AAA* cubabis quotum inventum 2, & cubatum 8 ſubduces à 14, ut reliquus ſit 6, cui adiiciatur figura dividendi præcedens 3. Tum ut habeas novum diviſorem, dices bis bina ſunt 4, ter quaterna ſũt 12, propter 3. AA, qui 12 continetur in 63 quater, multiplicabis iam quotum 4 per diviſorem 12, idq; propter 3. *AAB*, & factum 48 ſubduces à 63, ut reliquus ſit 15, cui addatur ex dividendo 4, ut ſit 154. Hoc facto multiplica quotum 2. per 3 propter 3. A. & factum 6 ducito in 16



factum ſc. à 4 propter BB, & productum 96 ſubtrahe à 154, ut reſiduum ſit 58, quibus adjungatur 8. Et propter *BBB* cuba quotum 4, & cubatum 64 auffer à 588, ut reliquus ſit 524, cui addatur 4. Multiplica nunc propter 3. AA, 24 in ſe, & factum 576 per 3. & quære quoties hic factus 1728 contineatur in 5249, & invenies, quod ter, due igitur 3 quotum propter 3. *AAB*. in diviſorem 1728, & factum 5184 ſubtrahe à 5249, ut reliquus ſit 650 &c. ſic ex numero cubico 14348907 latus extractum erit 243, prout hoc infra demonſtrabitur.

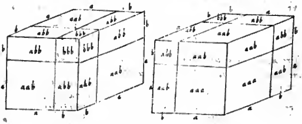
Aliud exemplum.



216						BBB.
12874732226						
1650551808						3. AA.
11553862656						3. AAB
1320869570	0					
344803	2					3. ABB
1320524.66	8	5				
3	4	3				BBB.
1320524763	4	2	2			
165065032	4	6	7			3. AA.
1320520259	7	3	1			3. AAB.
4503	6	9	1	5		
4503	6	8	6	4		3. ABB
			5	1	2	
			5	1	2	BBB.
			0	0	0.	

6 *Demonſtratio hujus eductionis lateris Cubici eſt hac:*

Nam quòd in extractione hac tam quadratum quoti inventi, quàm ipſemet quotus ſit triplicandus, hinc manifeſtum eſt: quia ſi ſuper quadratum AA + 2. *AB* + *BB* conſtruatur cubus erit ille compoſitus ex duobus cubis, quorum latera ſunt ſegmenta *A* & *B*; & ex ſex priſmatis quorum tria pro baſi habent quadratum ſegmenti *B*, pro altitudine ſegmentum *A* & tria reliqua quadratum ſegmenti *A*, pro altitudine verò ſegmentum *B*. Vnde Regula omnium Cuborum ſuper ſummam laterum deſcriptorum erit hac: *AAA* + 3. AAB + *BBB*. Vt:



Aliquando eductionem lateris cubici præcedit aut ſequitur aliqua numeratio. Exemplum.

7 *In triangulo rectangulo, ducta ex angulo recto perpendiculari in baſin, datoq; ſegmento majore & perpendiculari, cognoſcere reliqua latera ignota.*

Sit datum triangulum rectangulum *A*BCD, cujus angulus *AB* eſt rectus, ex eoq; perpendiculum demiſſum *E* dividens baſin in duas partes inæquales C & D, in eo autem datum ſit ſegmẽtum C pedum 9 & planum trianguli BDE 96, quæruntur ignota latera, videlicet *A*, *B*, D & E? Reſpondeo E erit 12, D 16, *A* 15, B 20 & C ✠ D 25: Duplicetur enim ſegmentum baſis minus C 9 ut 2. C ſit 18, quod multiplicetur per aream *BDE* 96, factiq; 1728 latus cubicum eſt pro perpendiculo *E*. Præterea area 96 duplicetur, & factus 192 dividatur per E 12, quótuſq; erit D 16. cui addatur ſegmentum minus *C* 9, & ſumma erit 25 pro *C* ✠ D, quę ducatur in idem ſegmẽtum minus C 9, & ex facto 225 extractum latus 15 erit pro *A*; ultimò C ✠ D 25 ducatur in D 16, & ex facto 400 extractum latus exhibebit *B*, 20. Inventa ſic eſt *E* 12, D 16, *A* 15, *B* 20, & C ✠ D 25, quæ inveniri debebant. Vt:

96 *BDE* 96
2. C 18 * 2 *

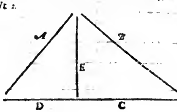
768 192
96 12 ÷

1728 16 *D*.
——LC 9 ✠
12. E

25. C ✠ D.
16 *

150 25
25 9 *

400 225
——L.Q.——L.Q.
B. 20 15. *A*.



8 Si quis ea, quæ hic de integrorum inveniendis lateribus pręcepta dedimus, teneat, nihil eum remorari poterit, ſi fractionum latera inquirere volet: nam id ſolum differentiæ eſt, *quod cùm fractione binis notentur numeris, utriuſq; latus indagandum ſit, quod latus quæſitum offerat*, ut ſupra etiam §. 22. diximus. Sic latus octo vigeſimarum ſeptimarum eſt $\frac{2}{3}$. Eodem modo latus cubi ex $\frac{27}{64}$ eductum eſt $\frac{3}{4}$, & ex $\frac{64}{125}$ eſt $\frac{4}{5}$, Ratio eſt, quia denominatorum 27, 64 & 125 latera ſunt 3, 4 & 5; numeratorum verò 8, 27 & 64 latera ſunt 2, 3 & 4, idcirco fractionum datarum $\frac{8}{27}$, $\frac{27}{64}$ & $\frac{64}{125}$ latera erunt $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ & $\frac{4}{5}$. Et ſic deinceps. Vt:

$\frac{8}{27} \mid \frac{2}{3}$ $\frac{27}{64} \mid \frac{3}{3}$ $\frac{64}{125} \mid \frac{4}{5}$

9 *Quod ſi horum, nimirum numeratorum vel denominatorum alter latus nõ habeat, legitimo latere ejuſmodi fractiones carebunt,*

Tametſi numerator latus cubicum habeat, quia denominator eodem deſtituitur; & contra, etſi denominator latus quæſitum habeat, id quod non admittat numerator; id propter prædictæ fractiones, legitimo latere deſtituuntur. *Poſſunt tamen harum ſimiliumque fractionum aliquo modo colligi latera, appoſitione ciphrarum*; quippe ſi numeratori ac denominatori præpoſitis ęq; multis ciphris, utriuſq; latus ſeorſim inveſtigetur: numeratoris enim latus numeratorem, denominatoris verò, denominatorem futuri lateris oſtendet.

Quia autem nimis moleſtum & laborioſum eſt indagare duo latera propinqua, tam pro nume-
10 ratore propoſitæ fractionis unum, quàm pro ejuſdem denominatore alterum, propterea moleſtiam iſtam, nauſeamq; nobis removerunt celeb. illi Mathematici; *Hieronymus Cardanus, & Nicolaus Tartalea*, qui peculiares quaſdam Regulas pro lateribus Quadratis, & Cubicis extrahendis tradiderunt ſane non ſpernendas, qui eas deſiderat, conſulat eoſdem.

Cùm autem inter ſupputandum labi aliquando contingit, & propterea de calculi veritate am-
11 bigere logiſta poſſit; hoc unum ſupereſſe videtur, ut modus oſtendatur, quo de operationis recto ſucceſſu certò conſtare queat. *Si igitur ex periri quiſpiam volet, an rectè numeri alicuius cubicum latus inventum ſit, dictum latus primo in ſe, poſtea in factum ducat, & producto hinc numero, ſi quid abſoluta operatione reſidui fuit, addat; nam ſi rectè praxis ſucceſſit, cuius ante inventum latus eſt,* nu-

numerus prodibit. Sic horum numerorũ 15625 & 14348907 latera cubica ſunt 25 & 243. Quod hoc modo probatur.

25	243
25 *	243 *
125	729
50	972
	486
625	59049
25	243
3125	177147
1250	236196
15625.	118098
	14348907.

12 Satis nonẽ ſuperq; dictum & oſtenſum eſt, quo modo latus tum Quadrati tum Cubi, cùm in integris, tum in fractis inveſtigari debeat; præterea qua praxi ad numerorum, qui quadrati & cubi haud ſunt, legitimum latus quàm proximè accedere unuſquiſq; valeat. *Idcircò quòd ad reliquorum laterum extractiones attinet, obſervabis Latus Quadrato-Quadrati, alias Biquadrati facilius extrahi, ſi bis latus Quadrati educatur; primo quidem ex numero propoſito, ſecundo ex latere invento.* Ex. gr. ſit data poteſtas Quadrato--quadrata 20736, ex quo ſit extrahendum latus Quadrato--quadrati. Primo extraho latus quadratum, quod eſt 144, ex hoc denuo extraho latus Quadrati, quod eſt 12. Dico 12 eſſe latus Quadrato--quadrati eductum ex hac poteſtate numeroſa Quadrato-quadrati data 20736. *Eodẽ modo procedo in poteſtatibus cæteris propoſitis.* Ex. gr. Quadrato--cubi latus extrahes, ſi primo Quadrati; ſecundo ex latere Quadrati invento latus Cubi educas. Et ſic in reliquis omnibus pergendo.

13 *Compendia Hujus Analyſis ſunt potiſſimum hæc quatuor ſequentia.*

Primum.

14 *Ut eo facilius & commodius latera extrahi queant excogitati ſunt quidam numeri peculiares: qui ex ſequenti tabella depromuntur, cujus fabrica hæc eſt:*

Prima columna habet ſeriem numerorum naturalem, ut eſt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. &c. Ex hac columna originem trahit ſecunda: tertia ex ſecunda: & quarta ex tertia hoc modo: Relictis duabus cellulis primę columnæ, repetitur numerus tertiæ cellulæ in columna ſecunda. Tum per collectionem duorum numerorum, hoc eſt, ex tertio primę columnæ, & primo ſecundę columnæ, fit ſecundus numerus ſecundæ columnæ. Eadem plane methodo ex numero ſecundo ſecundæ columnæ, & ex ejus collaterali elicitur tertius ſecundæ columnæ: & ex tertio ſecundæ columnę, ſicuti etiam ex ejus collaterali fit quartus ejuſdem ſecundę, & ita deinceps. Secunda autem columna comprehendit omnes numeros trigonos. Non ſecus tertia columna ex ſecunda derivatur, & quarta ex tertia &c. Semper enim in qualibet columna relinquuntur duæ primæ cellulæ, & numerus tertiæ cellulę repetitur pro primo numero ſequentis columnę: atq; ex additione ejus numeri cum collaterali præcedentis columnę conficitur ſecundus numerus.

15 *Poſtquam hanc tabellam ita deſcripſiſti, pete numeros peculiares ex ejus ordinibus tranſverſalibus hoc ordine:*

Numeros cujuslibet ordinis tranſverſalis ordine exarato, eoſdem ordine retrogrado repete, ultimo ſemper excepto, & tunc ſolum etiam penultimo, quando ultimo æqualis eſt. Vt in ſecundo ordine aſſumes tantum numerum 2, quia cùm ſit ultimus, non repetitur. In tertio ordine ſumes quoq; hos duos numeros tantum, ſc. 3 & 3. quia penultimus non repetitur, cùm ab ultimo nõ differat. In quarto autem ordine ſumes hoſce tres: 4. 6. 4 in nono hos octo: 9. 36. 84. 126 126. 84. 36. 9. Et in decimo hos novem: 10. 45. 120. 210. 252. 210. 120. 45 &c.

16 *Ex quibus liquet, quòd ſemper tot numeri aſſumantur, quot ſunt unitates in primo numero tranſverſali, minus uno*

Vt in ordine decimo ſeptimo aſſumes hos ſedecim: 17. 136. 680. 2380. 6188. 12376. 17448. 24310. 19448. 12376. 6188. 2380. 680. 136. 17. & ſic in reliquis idem judicium eſt.

17 *Præterea cuilibet numero præſcribes tot ciphras, quot numeri ab eo numerantur incluſive uſque ad ultimum aſſumptum.*

Sic

Sic numero 2 ſecundi ordinis præſcribes unam ciphram ita: 20. Sic duobus tertii ordinis præpones haſce ciphras: 300. 30. Ita in nono ordine, ubi aſſumuntur 8 numeri, primus habebit 8 ciphras, ſecundus 7, tertius 6, & ſic ſemper demendo unam.

18 *Cujus autem Lateris eductioni inſerviant prędicti numeri in quolibet ordine tranſverſali aſſumpti, manifeſte denotat primus numerus ordinis tranſverſalis.*

Vt quia in ſuperiori progreſſione numerus 2 ſignificat quadratum, & 3 cubum, & 4 biquadratum, &c. ideo numerus 2 ſecundi ordinis cum ſua ciphra, hoc modo: 20 inſervit lateri quadrati. Et duo numeri ex tertio ordine accepti cum ſuis ciphris, hoc modo: 300. 30. lateri cubi. Et tres quarti ordinis hoc modo: 4000. 600. 40. lateri biquadrato &c.

[illegible]								
2								
3	3							
4	6							
5	10	10						
6	15	20						
	21	35	35					
8	28	56	70					
9	36	84	126	126				
10	45	120	210	252				
11	55	165	330	462	462			
12	66	220	495	792	924			
13	78	286	715	1287	1716	1716		
14	91	364	1001	2002	3003	3432		
15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	
16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	
17	136	680	2380	6188	12376	16148	24310	24310

19 2.m eſt *Rhabdologia Ioh. Neperi*, Baronis Scoti, quæ ingenioſiſſimum eſt inventum, quo Multiplicatio, diviſio, Eductio lateris tam Quadrati quàm Cubici. & aliæ quædam operationes Arithmeticæ beneficio aliquot lamellarum certis numeris inſignitarum peraguntur. Quam Rhabdologiam, ſicuti & Arithmeticam (quam vocat author *Localem* Vide apud ipſum *Authorem*, & *Iohannem Broſcbium* in *Arithm.* Integrorum.

20 Tertium *eſt Logarithmia*, inventum ut pulcherrimum, ita utiliſſimum, quo, ope alicuius tabulę, numerorum multiplicatio convertitur in additionem, diviſio in ſubductionem, eductio lateris Quadrati in diviſionem per binarium, & extractio lateris Cubici in diviſionem per ternarium &c. Hiſce Logarithmis qui frui ſei cupit, legat illorum Inventorem *Ioh. Neperum*, tum *Henricũ Briggium*, *Adrianum Vlacq*, *Beniaminem Urſinum*, *Petrum Crugerum*, alioſq; qui hoſce quàm diligentiſſimè pertractarunt.

21 Quartum *eſt Tabula Quadratorum & Cuborum*, de qua in capite ſequenti. XIV.

CAPUT XV.

DE

Conſtructione Tabulæ Quadratorum, & Cuborum.

1 SEquitur quartum hujus Analyſis compendium, quod diximus eſſe Tabulam Quadraticam & Cubicam, quam ad elementum inferius 14, hujus capitis reiecimus.

2 *Hujus Tabulæ tam Quadraticæ quàm Cubicæ conſiderabimus conſtructionem et uſum,* initium facientes à Conſtructione.

Cùm autem Quadrati numeri oriantur numerorum impariùm continua additione, ut ſupra diximus: ita accidit, ut inter unumquemq; numerum quadratum & proximè concomitantem differentia ſit duplæ rationis cum latere minori. *Idcirco duplici via aggrediamur hujus tabulæ quadraticæ compoſitionem & continuationem. Quarum via*

3 Prior eſt, *ſi omnes numeri impares iuxta hanc ſeriem collocentur, initio facto ab unitate.*

Quandoquidem unitas dat numerum quadratum primum 1. Sic ex 1 & 3. fit ſecundus 4, cui ſi adjungatur ſequens impar 5, fit quadratus tertius 9, huic adiiciatur ſequens impar 7, & producitur quartus 16. Huic ſi addatur 9 erit quadratus quintus 25, & ſic deinceps in infinitum pergendo.

4 *Habet autem numerus omnis quadratus latus tot unitatum, quot numeri impares prædictum quadratum componunt.*

Ex. gr. quia ſolus impar 1 dat primum quadratum 1, idcirco ejus latus erit quoq; 1. Secundò quia duo impares 1 & 3 dant ſecundum quadratum 4, erit etiam ejus latus 2. Tertio, quia quatuor numeri impares. 1. 3. 5. 7, conſtituũt quadratũ 16, erit etiam ejus latus 4. *Et ſic deinceps Atq; hac priori via, ſi continua fiat additio numerorum imparium quadrati præcedentis, producetur ſemper ſequens quadratus, & tabula quadratorum in infinitum extendetur.* Vt:

1	1	1
2 ✠	3 ✠	1 ✠
3	4	2
2	5	1
5	9	3
2	7	1
7	16	4
2	9	1
9	25	5
2	11	1
11	36	6
2	13	1
13	49	7
2	15	1
15	64	8
2	17	1
17	81	9
2	19	1
19	100	10
2	21	1

Digitized by Google

21	121	11
2	23	1
23	144	12
2	25	1
25	169	13
2	27	1
27	196	14
2	29	1
29	225	15
2	31	1
31	256	16
2	33	1
33	289	17
2	35	1
35	324	18
2	37	1
37	361	19
2	39	1
39	400	20

Vnde eiuſmodi conſtruitur Quadratorum tabella:

Numeri impares.	Quadrati.	Latera.
1	1	1
3	4	2
5	9	3
7	16	4
9	25	5
11	36	6
13	49	7
15	64	8
17	81	9
19	100	10
21	121	11
23	144	12
25	169	13
27	196	14
29	225	15
31	256	16
33	289	17
35	324	18
37	361	19
39	400	20
41	441	21
43	484	22
45	529	23
47	576	24

Digitized by Google

49	676	25
51	676	26
53	729	27
55	784	28
57	841	39
59	900	30
61	961	31
63	1024	32
65	1089	33
67	1156	34
69	1225	35
71	129[illegible]	36
73	1369	37
75	1444	38
77	1521	39
79	1600	40

5 *Alter numeros quadratos elicere licebit non ex ſolis numeris imparibus, ſed ex imparibus, & quadratis;*

Ad obtinendum ergo quadratum aliquem, adde quadratum proximè precedentem numero impari collaterali quadrato inveniendo. Ita ex additione 1 & 3 fit 4, ex 4 & 5 fit 9, ex 9 & 7 fit 16, ex hoc & 9 fit 25, ex hoc & 11 fit 36, ex hoc & 13 fit 49, & ſic deinceps. Vt:

Impares.	Quadrati.	Latera.
1	1	1
2 ✠	3 ✠	1 ✠
3	4	2
2	5	1
5	9	3
2	7	1
7	16	4
2	9	1
9	25	5
2	11	1
11	36	6
2	13	1
13	49	7
2	15	1
15	64	8
2	17	1
17	81	9
2	19	1
19	100	10
2	21	1
21	121	11
2	23	1
23	144	12
2	25	1

25	169	13
2	27	1
27	196	14
2	29	1
29	225	15
2	31	1
31	256	16
2	33	1
33	289	17
2	35	1
35	324	18
2	37	1
37	361	19
2	39	1
39	400	20.

6 Ex hac tabella conſtat, propoſitiones hiſce quatuor *Maurolyci* eſſe veriſſimas, quarum prima eſt :

I. Omnis quadratus cum radice ſua, & cum radice ſequenti conjunctus conſumat quadratũ ſequẽtẽ. Sic quadratum 1 cum ſua radice 1, & radice ſequenti 2 dat quadratum ſequentem 4. Sic 4, 2 & 3 dant 9. Sic 9, 3 & 4 dant 16. &c.

II. Omnis quadratus cum impari ſequente coniunctus conſtituit quadratum ſequentem. Vt diximus elem. præcedenti.

Ita quadratus 4. cum impari ſequenti 5 dat quadratum ſequentem 9. &c.

III. Ex aggregatione imparium numerorum ab unitate per ordinem ſucceſſive ſumptorum conſtruuntur quadrati numeri continuati ab unitate, ipſiſque imparibus collaterales. Vt diximus elem. præced. 5. ita ex imparibus 1 & 3, fit quadratus 4; & ex 1. 3. & 5 fit 9. &c.

IIII. Omnis quadratus cum duplo ſuæ radicis, & unitate coniunctus conſtruit quadratum ſequentẽ. Sic quadratus 4 cum radicis ſuæ 2 duplo 4 & unitate exhibet quadratum ſequentem 9. Sic 9. cum radice ſua duplicata 6 & unitate exhibet quadratum 16. Sic 16. 8. & 1. exhibent 25. &c. Harum propoſitionum demonſtrationes vide apud Maurolycum *lib. 1. Arith. propoſ.* 12. 13. 14. & 15.

7 Poſterior eſt, *ſi procedas ſine ordine numerorum imparium, & iuxta hanc ſeriem omnia latera colloces.*

Nam cum primus quadratus ſit 1, cujus latus 1, ſi hoc latus duplices, & unitatẽm addas, hoc aggregatum coniungas cum primo quadrato 1, ſecundus oritur quadratus, qui eſt 4, cuius latus 2. Hic denuo duplicatus & additus unitati, ſi addatur ſecundo quadrato 4, fit tertius 9, cuius latus 3, cuius duplum cum unitate componit 7. quibus adde 9, emerget quadratus quartus 16. cujus latus 4, & ſic in infinitum pergendo. Huius operationis demonſtrationem vide apud Maurolycum *Arith.* lib. 1. prop. 14. Vt:

1	2	3	4	5
2 *	2 *	2 *	2 *	2 *
2	4	6	8	10
1 +	1 +	1 +	1 +	1 +
3	5	7	9	11
1 +	4 +	9 +	16 +	25 +
4 — 2.	9 — 3.	16 — 4	25 — 5.	36 — 6.

8 *Numeri Cubici generantur etiam ex additione numerorum imparium hac ratione: deſineetur ſeries numerorum imparium ab unitate incipientium, tum primus 1 conſtituet primum cubum 1. cujus latus 1.*

Sic duo ſequentes impares 3 & 5 additi dabunt cubum ſecundum 8, cujus latus 2. Sic tres ſequen-

quentes impares 7. 9. & 11 additi oſtendent cubum tertium; qui eſt 27, cuius latus 3. Similiter quatuor impares ſequentes 13. 15. 17. 19. exhibebunt cubum quartum 64, cuius latus 4. Et ſic deinceps. *Ex hiſce liquet, quod quilibet cubus latus habeat tot unitatum, quot impares in unam ſummam conflati ipſum conſtituunt.* Ex. gr. cubus 8 habet latus tot unitatum, quot impares additi ipſum conſtituunt nam ejus latus eſt unitatum 2, quia duo ſunt impares ipſum cubum 8 conſtituentes. Eodem modo latus 3 cubi 27, habet unitates tres, cùm impares cubum 27 componẽtes ſint numerò tres, & ita deinceps. Vt:

Numeri impares	Cubi	Latera.									
1	1	1	101			207			313		
3			103			209	2744	14	315		
5	8	2	105			211			317		
7			107			213			319		
9			109	1000	10	215			321		
11	27	3	111			217			323		
13			113			219			325		
15			115			221			327		
17			117			223			329		
19	64	4	119			225			331		
21			121			227			333		
23			123			229			335		
25			125			231			337		
27			127			233			339		
29	125	5	129			235			341	5832	18
31			131	1331	11	237			343		
33			133			239	3375	15	345		
35			135			241			347		
37			137			243			349		
39			139			245			351		
41	216	6	141			247			353		
43			143			249			355		
45			145			251			357		
47			147			253			359		
49			149			255			361		
51			151			257			363		
53			153			259			365		
55	343	7	155	1728	12	261			367		
57			157			263			369		
59			159			265			371		
61			161			267			373		
63			163			269			375		
65			165			271	4096	16	377		
67			167			273			379	6859	19
69			169			275			381		
71	512	8	171			277			383		
73			173			279			385		
75			175			281			387		
77			177			283			389		
79			179			285			391		
81			181	2197	13	287			393		
83			183			289			395		
85			185			291			397		
87			187			293			399		
89	729	9	189			295			401		
91			191			297			403		
93			193			299			405		
95			195			301			407		
97			197			303			409		
99			199			305	4913	17	411		
			201			307			413		
			203			309			415		
			205			311			417		
									419	8000	20

Hæc

9 Hæc procreatio numerorum Cubicorum per ſolas numerorum imparium additiones fundata eſt in eximia illa numerorũ affectione, quam refert Martianus Capella ubi de octade ſcribit lib. 7. de Nupt. Philologiæ & Mercurii, cujus verba per obſcura ſunt hæc: Octonarius numerus primus cubus eſt. Nam dias per diadem facit tetradem, at bis ducta facit octadem. Item ex imparibus conſecutis impletur. Nam primus imparium trias, ſecundus pentas, ambo octadem faciunt. Item Cubum qui à triade venit id eſt, 27, ſequentes impares reddũt, id eſt, heptas enneas & 11, qui omnes faciunt 27. Item tertius cubus, qui à tetrade venit, id eſt, 64. Nam quater quaterni ſunt ſedecim, hoc quater 64 fit, & hic ex imparibus quatuor, qui ſuperiores ſequuntur, id eſt, 13, 15. 17. & 19. fiunt ſimul 64. Et ſic omnes Cubi per imparium incrementa inveniuntur, ſui duntaxat numeri. Vt:

2		3		4	
2 *		3 *		4 *	13
			7		15
4	3	9	9 ←	16	17
2 *	5 ←	3 *	11	4	19
8	8.	27	27	64	64.

Quæ Martiani verba ſatis declarant numeros cubicos per ordinariam ſeriem gigni ex collectione tot imparium numerorum, quot ſunt unitates in latere cubi, de quo quæſtio eſt. Demonſtratio autem hujus operationis latet in Maurolyci Arithm. lib. 1. propoſitione 62.

10 *Generatur quoq; cubus cujuſcunq; lateris, ſi illud ipſum latus per ſuum quadratum multiplicetur.*

Ita cubus lateris 2 eſt 8 creatus ex latere 2 in ejus quadratum 4. Sic cubus lateris 3 eſt 27 genitus ex latere 3, in eius latus quadratum 9. Et cubus lateris 4 eſt 64 ortus ex latere 4 in ejus quadratum 16. Et ita deinceps. Vt:

2	3	4
2 *	3 *	4 *
4	9	16
2	3	4
8	27	64.

11 Ne autem opus ſit ſeriem numerorum imparium in tot terminis extendere, ut ex eorum continua additione omnes cubi procreentur, neq; etiam neceſſe ſit omnia illa latera in ſua quadrata ducere, *excogitavit circa hæc ſingulare aliquod inventum Ioan. Baptiſta Villalpandus, quo proprietas cuborũ manifeſta fit, per quã differẽtiæ cuborũ facillime indagãtur, quæ poſtea ordine ad cubos præcedẽtes collectæ exhibent cubos ſequentes.* Vt autẽ id preſtes, deſcribe in columna ſiniſtra progreſſionem arithmeticam, quæ à ſenario ortum ſuum trahat, & per eundem ſenarium procedat. In columna collaterali ſecunda colloca numeros, qui ex numeris primæ columnæ hac via eliciuntur: Iuxta ſenarium ſtatuo unitatem, deinde 7, ſummam videlicet ex 1 & 6. tertio 19 ſummam ex 7 & 12. & ſic deinceps. Hoc facto in tertia columna inſere omnes cubos, qui continua additione numerorum ſecundæ columnæ, quæ differentias cuborum continet, hac arte prodeunt: Primus cubus eſt, 1 cui adde differentiam ſequentẽ 7, & ſumma 8. erit cubus ſecundus, huic cubo 8 invento adiice differentiam ſequentem 19, & habebis tertium cubum 27. Huic adde 37, ut habeas cubum quartum 64. & ſic deinceps pergendo. Vltimo in quarta columna ordine ſtatue cuborum latera ab unitate incipientia. Vt: Conſule huius inventoris doctiſſima comment. in Ezechielem.

6	1	1	1
6 ←	6 ✛	7 ✛	1 ←
12	7	8	2
6	12	19	1
18	19	27	3
6	18	37	1
24	37	64	4
6	24	61	1
30	61	125	5
6	30	91	1

Digitized by Google

36	91	216	6
6	36	127	1
42	127	343	7
6	42	169	1
48	169	512	8
6	48	217	1
54	217	729	9
6	54	271	1
60	271	1000	10
6	60	331	1
66	331	1331	11
6	66	397	1
72	397	1728	12
6	72	469	1
78	469	2197	13
6	78	547	1
84	547	2744	14
6	84	631	1
90	631	3375	15
9	90	721	1
95	721	4096	16
6	96	817	1
102	817	4913	17
6	102	919	1
108	919	5832	18
6	108	1027	1
114	1027	6859	19
6	114	1141	1
120	1141	8000	20.

Ex hoc calculo talis exoritur cuborum tabella: Vt e

Progreſſio ſenarii	Differentia cuborum	Cubi	Latera
6	1	1	1
12	7	8	2
18	1	27	3
24	37	64	4
30	61	125	5
36	91	216	6
42	127	343	7
48	169	512	8
54	217	729	9
60	271	1000	10
66	331	1331	11
72	391	1728	12

78	469	2197	13
84	547	2744	14
90	631	3375	15
96	721	4096	16
102	817	4913	17
108	919	5832	18
114	1027	6859	19
120	1141	8000	20
126	1261	9261	21
132	1387	10648	22
138	1519	12167	23
144	1657	13824	24
150	1801	15625	25
156	1951	17576	26
162	2107	19683	27
168	2269	21952	28
174	2437	24389	29
180	2611	27000	30
186	2791	29791	31
192	2977	32768	32
198	3169	35937	33
204	3367	39304	34
210	3571	42875	35
116	3781	46656	36
222	3997	50653	37
428	4219	54872	38
234	4447	59319	39
240	4681	64000	40

12 *Eaſdem cuborum differentias etiam hoc modo colliges: Lateris oblati quadratum per 3 multiplica, tum unitatem & latus triplicatum adde, hæc ſumma eſt differentia qua ſc. cubus propoſiti lateris à ſequenti cubo differt.*

Ex. gr. quæritur differentia inter cubum 64 lateris 4, & cubum proximè majorem 125. triplica ergo quadratum lateris 16, & triplo huic 48 adde 12 videl. triplum lateris 4, & inſuper unitatem, & ſumma erit 61, differentia ſc. inter cubos 64 & 125. Vt:

64 — LC
4
4
———
16
3 *
———
48
12
1 ✠
———
61. differentia.

64 — LC
4
3 *
———
12.

13 Cùm ſupra dixerimus cubos procreari ex additione numerorum imparium, *Non iniucundum erit inſuper cognoſcere, quotnam ſint illi numeri impares cubum oblatum formantes*, Id eſt, à quonam impari illi impares initium ſuum & finem ſortiantur, quod ſi ergo ſcire deſideras, ita agito: *Latus oblati cubi,*

bi, ſi impar eſt, in dimidium numeri proximè minoris ducito, & facti duplo addito unitatem, hęc ſumma exhibet primum imparium.

Ex, gr. Sic datus cubus 27, cuius latus 3, ac proinde ex tribus numeris imparibus collectus: ducito latus 3 in 1 ſemiſsem numeri 2 proximè minoris, & factus eſt 3, qui duplicatus eſt 6, huic ſi addatur unitas, fiet primus imparium 7. Vt:

1
2
2 ÷

27 — 3 1

3

6
1

7. primus imparium.

4 *Quòd ſi latus fuerit par, ducito ejus dimidium in numerum proximè minorem, & duplo facti adde unitatem.*

Ex. gr. Si datus cubus 64, cuius latus eſt 4, ac propterea ex 4 numeris imparibus coagmentatus. Dimidium lateris, quia par eſt nimirum 2 multiplica per 3, numerum ſc. proximè minorem latere dato, factumq; 6 dupla, cui 12 adde unitatē & ſumma 13 eſt primus imparium inter hoſce quatuor: ſc. 13. 15. 17 & 19. qui additi conſtituunt cubum prędictum 64. demonſtrationem huius vide apud Clavium Geometr. pract. lib. 8.

64 — 4
2 ÷

2
3 ✱

6
2 ✱

12
1 ✱

13.

5 Verùm, quando latus eſt magnum, ut certò nobis conſtet, num primus imparium ſit rectè inventus, ne opus ſit omnes impares continuare, quod maximi foret laboris opus, *indagabimus ultimum imparium ex primo, tum ſummam omnium hac ratione: Multiplica differentiam progreſſionis numerorum imparium ſc. 2. per numerum terminorum, minus uno, factumq; primo invento adijce. Hæc ſumma erit poſtremus imparium quęſitorum. Si igitur ad hunc adducias primum, & ſummę dimidium multiplices in numerum terminorum, nimirum in latus oblati cubi 1. factus erit cubus quęſitus, ſi primus imparium rectè inventus eſt.*

Ex. gr. Sit datus cubus 125, cujus latus 5, ſi ad 21 primum imparem inventum addas 8 numerum videlicet factum ex 2 in latus 5 minus uno, fit quintus quęſitus impar 29. Ad quem ſi addas primum 21, fiunt 50. Et ſi huius dimidium multiplices in latus, hoc eſt, 25 per 5, factus erit cubus 125, qui datus fuit. Vt:

125 — 5
2 ✱

10
2 —

8.

21
8 +

29
21 +

50

5 2 ÷

2 ÷

25
5 *

---

125. Cubus.

16 ***Aliter eoſdem numeros impares datum cubum cõponentès inuenire licet hoc modo:***

Ex. gr. Sit datus cubus 117649, cujus latus 49, propterea quærendi ſunt 49 numeri impares, quorum ſumma ſit 117649. *Ad hoſce indagandos procedamus more Analytico*, & ponamus primum imparem eſſe 1. *A*: Et quia differentia numerorum imparium eſt 2, erit ſecundus impar 1. *A* + 2, tertius 1. *A* + 4. Et ne opus ſit omnes 49 terminos continuare, multiplicanda venit differentia 2 in 48, numerum ſc. terminorum, minus uno, & ad factum 96 addendus eſt primus, videlicet 1. A. Ita enim emerget ultimus progreſſionis terminus quæſitus 1. *A* + 96, cui ſi addatur primus 1. *A*, fiet ſumma 2. A + 96, cuius ſemiſſis 1. *A* + 48 ducta in 49, numerum terminorum, producit 49. *A* + 2352, qui eſt æqualis cubo propoſito 117649, ablatis ergo utrinque 2352, remanebunt 49. *A* æquales huic numero 115297, qui diviſus per 49, fit 1. A. æqualis 2353 pro primo impari quæſito. Vt.

48
2 *

96
1 A + 96
1 *A* +

---

2 *A* + 96
2 ÷

---

1 *A* + 48
49 *

432
192

---

49. *A* + 2352 ═══ 117649
2352 — 2352 —

---

49. *A* ═══ 115297
49 ÷

---

1. *A* ═══ 2353. primus impar.

Quod vt probemus, multiplicabimus differentiam imparium, ſc. 2 in 48, numerum termino-
17 rum, minus uno factumq; 96 primo 2353 addemus, ut habeamus terminus ultimum 2449. deinde primum huic addemus, & ſumma 4802, dimidium 2401 in 49 numerum terminorum ducemus, eritq; numerus 117649 ille ipſe, qui dato cubo æqualis. Recte ergo primus impar inventus eſt.

48
2 *

96
2353 +

2449
2353 +

4802
2 ÷

2401
49 *

21609
9 04

117649.

TABVLA QVADRATORVM, ET CVBORVM.

Latera.	Quadrati	Cubi.	Latera.	Quadrati.	Cubi.
1	1	1	51	1601	132651
2	4	8	52	2704	140608
3	9	27	53	2809	148877
4	16	64	54	2916	157464
5	25	125	55	3025	166375
6	36	216	56	3136	175616
7	49	343	57	3249	185193
8	64	512	58	3364	195112
9	81	729	59	3481	205379
10	100	1000	60	3600	216000
11	121	1331	61	3721	226981
12	144	1728	62	3844	238328
13	169	2197	63	3969	270047
14	196	2744	64	4096	262144
15	225	3375	65	4225	274625
16	256	4096	66	4356	287496
17	289	4913	67	4489	300763
18	324	5832	68	4624	314432
19	361	6859	69	4761	328509
20	400	8000	70	4900	343000
21	441	9261	71	5041	357911
22	484	10648	72	5184	393248
23	529	12167	73	5329	389017
24	576	13824	74	5476	405224
25	625	15625	75	5625	421875
26	676	17576	76	5776	438976
27	729	19683	77	5929	456533
28	784	21952	78	6084	474552
29	841	24389	79	6241	493039
30	900	27000	80	6400	512000
31	961	29791	81	6561	531441
32	1024	32768	82	6724	551368
33	1089	35937	83	6889	571787
34	1156	39304	84	7056	592704
35	1225	42875	85	7225	614125
36	1296	46656	86	7396	636056
37	1369	50653	87	7569	658503
38	1444	54872	88	7744	681472
39	1521	59319	89	7921	704969
40	1600	64000	90	8100	729000
41	1681	68921	91	8281	753571
42	1764	74088	92	8464	778088
43	1849	79507	93	8649	804357
44	1936	85184	94	8836	830584
45	2025	91125	95	9025	857375
46	2116	97336	96	9216	884736
47	2209	103823	97	9409	912673
48	2304	110592	98	9604	941192
49	2401	117649	99	9801	970299
50	2500	125000	100	10000	1000000

TABVLA QVADRATORVM, ET CVBORVM.

Latera.	Quadrati.	Cubi.	Latera.	Quadrati.	Cubi.
101	10201	1030310	151	22801	3442951
102	10404	1061208	152	23104	3511808
103	10609	1082727	153	23400	35815[illegible]7
104	10816	1124864	154	23719	3[illegible]52264
105	11025	1157625	155	24025	3723875
106	11236	1191016	156	24336	3796416
107	11449	1225043	157	24949	3879893
108	11664	1259712	158	24964	3944312
109	11881	1295029	159	15281	4019679
110	12100	1331000	160	25600	4096000
111	12321	1367631	161	25921	4173081
112	12544	1404928	162	26244	4251528
113	12769	1442897	163	26569	4330747
114	1299[illegible]	1481544	164	26896	4410944
115	13225	15208[illegible]5	165	27225	4491125
116	1345[illegible]	1560896	166	27556	4574296
117	13689	1601613	167	27889	46[illegible]463
118	13924	1643032	168	28224	4741632
119	14161	1685159	169	28561	4826809
120	14400	1728000	170	28900	4913000
121	14641	17[illegible]1561	171	29241	5000211
122	14884	1815848	172	29584	5088448
123	15129	1860867	173	29929	5177717
124	15376	1906624	174	30276	5268024
125	15625	1953125	175	30925	5359375
126	15876	2000376	176	30876	5451776
127	16129	2048385	177	31329	5545233
128	16384	209[illegible]152	178	31684	5639752
129	16641	2146689	179	32041	5735339
130	16900	2197000	180	32400	5832000
131	17161	2248091	181	32761	5929741
132	17424	2299968	182	33124	[illegible]028568
133	17689	235263	183	3348[illegible]	6128487
134	17966	2406104	184	33856	62295[illegible]4
135	18225	24603[illegible]5	185	34225	6331625
136	18496	2515456	186	34596	6434856
137	18769	2[illegible]71[illegible]53	187	34969	6539203
138	19044	2628072	188	35344	6644672
139	19321	2685619	189	35721	6751269
140	19600	2744000	190	36100	6859000
141	19881	2803221	191	36481	6967871
142	20164	286[illegible]288	192	36864	7077888
143	20449	2924207	193	3[illegible]249	7189057
144	20736	2985984	194	37636	[illegible]301384
145	21025	3048625	195	38025	7414875
146	21316	31122[illegible]6	196	38416	7529536
147	21609	31[illegible]6523	197	38809	76453[illegible]3
148	21904	3241792	198	39204	7762392
149	22201	3307949	199	39601	7880599
150	22500	3375000	200	40000	8000000

Digitized by Google

TABVLA QVADRATORVM, ET CVBORVM.

Latera.	Quadrati.	Cubi.
201	43441	8120601
202	40804	8242408
203	41209	8365427
204	41616	8489664
205	42025	8615125
206	42436	8741816
207	42849	8869743
208	43264	8998912
209	43681	9129329
210	44100	9261000
211	44521	9393931
212	44944	9528128
213	45369	9663597
214	45796	9800344
215	46225	9938375
216	46656	10077696
217	47089	10218313
218	47524	10360232
219	47961	10503459
220	48400	10648000
221	48841	10793861
222	49284	10941048
223	49729	11089567
224	50176	11239424
225	50625	11350625
226	51076	11543176
227	51529	11697083
228	51984	11852352
229	52441	12008989
230	52900	12167000
231	53361	12326391
232	53824	12487168
233	54289	12649337
234	54756	12812904
235	55225	12977875
236	55696	13144256
237	56169	13312053
238	56644	13481272
239	57121	13651919
240	57600	13824000
241	58081	13997521
242	58564	14172488
243	59049	14348907
244	59536	14506784
245	60025	14706125
246	60516	14886936
247	61009	15069223
248	61504	15252992
249	62001	15438249
250	62500	15625000
251	63001	15813251
252	63504	16003008
253	64009	16194277
254	64516	16387064
255	65025	16581375
256	65536	16777216
257	66049	16974593
258	66564	17173512
259	67081	17373979
260	67600	17576000
261	68121	17779581
262	68644	27984728
263	69169	18191447
264	69696	18399744
265	70225	18609625
266	70756	18821096
267	71289	19034163
268	71824	19248832
269	72361	19465109
270	72900	19683000
271	73441	19902511
272	73984	20123648
273	74529	20346417
274	75076	20570824
175	75625	20796875
276	76176	21024576
277	76729	21253933
278	77284	21484952
279	77841	21717639
280	78400	21952000
281	78961	22188041
282	79524	22425768
283	80089	22665187
284	80656	22906304
285	81225	23149125
286	81796	23393656
287	82369	23639903
288	82944	23887872
289	83521	24137569
290	84100	24389000
291	84681	24642171
292	85264	24897088
293	85849	25153757
294	86436	25412184
295	87025	25672375
296	87616	25934336
297	88209	26198073
298	88804	26463592
299	89401	26730899
300	90000	27000000

TABVLA QVADRATORVM, ET CVBORVM.

Latera.	Quadrati.	Cubi.	Latera.	Quadrati.	Cubi.
301	90601	27270901	351	123201	43243551
302	91204	27543608	352	123904	43614208
303	91809	27818127	353	124609	43986977
304	92416	28094464	354	125316	44361864
305	93025	28372625	355	126025	44738875
306	93636	28652616	356	126736	45118016
307	94249	28934443	357	127449	45499293
308	94864	29218112	358	128164	45882712
309	95481	29503629	359	128881	46268279
310	96100	29791000	360	129600	46656000
311	96721	30080231	361	130321	47045881
312	97344	30371328	362	131044	47437928
313	97969	30664297	363	131769	47832147
314	98596	30959144	364	132496	48228544
315	99225	31255875	365	143225	48627125
316	99856	31554496	366	133956	49027896
317	100489	31855013	367	134689	49430863
318	101124	32157432	368	135424	49836032
319	101761	32461759	369	136161	50243409
320	102400	32768000	370	136900	50653000
321	103041	33076161	371	137641	51064811
322	103684	33386248	372	138384	51478848
323	104329	33698267	373	139129	51895117
324	104976	34012224	374	139876	52313624
325	105625	34328125	375	140625	52734375
326	106276	34645976	376	141376	53157376
327	106929	34965783	377	142129	53582633
328	107584	35287552	378	142884	54010152
329	108241	35611289	379	143641	54439939
330	108900	35937000	380	144400	54872000
331	109561	36264691	381	145161	55306341
332	110224	36594368	382	145924	55742968
333	110889	36926037	383	146689	56181887
334	111556	37259704	384	147456	56623104
335	112225	37595375	385	148225	57066625
336	112896	37933056	386	148996	57512456
337	113569	38272753	387	149769	57960603
338	114244	38614472	388	150544	58411072
339	114921	38958219	389	151321	58863869
340	115600	39304000	390	152100	59319000
341	116281	39651821	391	152881	59776471
342	116964	40001688	392	153664	60236288
343	117649	40353607	393	154449	60698457
344	118336	40707584	394	155236	61162984
345	119025	41063625	395	156025	61629875
346	119716	41421736	396	156816	62099136
347	120409	41781923	397	157609	62570773
348	121104	42144192	398	158404	63044792
349	121801	42508549	399	159201	63521199
350	122500	42875000	400	160000	64000000

Digitized by Google

TABVLA QVADRATORVM, ET CVBORVM.

Latera.	Quadrati.	Cubi.	Latera.	Quadrati.	Cubi.
401	160801	64481201	451	203401	91733851
402	161604	64964808	452	204304	92345408
403	162409	65450827	453	205209	92959677
404	163216	65939264	454	206116	93576664
405	164025	66430125	455	207025	94196375
406	164836	66923416	456	207939	94818816
407	165649	67419143	457	208849	95443993
408	166464	67917312	458	209764	96071912
409	167281	68417929	459	210681	96702579
410	168100	68921000	460	211600	97336000
411	168921	69426531	461	212521	97972181
412	169744	69934528	462	213444	98611128
413	170569	70444997	463	214369	99252847
414	171396	70957944	464	215296	99897344
415	172225	71473 75	465	216225	100544625
416	173056	71991296	466	217156	10119 696
417	173889	72511713	467	218089	101847563
418	174724	73034632	468	219024	102503232
419	175561	73560059	469	219961	103161709
420	176400	74088000	470	220900	103823000
421	177241	74618461	471	221841	104487111
422	178084	75151448	472	222784	105154048
423	178929	75686967	473	223729	105823817
424	179776	76225024	474	224676	106496424
425	180625	76765625	475	225625	107171875
426	181476	77308776	476	226576	107850176
427	182329	77854483	477	227529	108531333
428	183184	78402752	478	228484	109215352
429	184041	78953589	479	229441	109902239
430	184900	79507000	480	230400	110592000
431	185761	80062991	481	231361	111284641
432	186624	80621568	482	232324	111980168
433	187489	81182737	483	233289	11267858
434	188356	81746504	484	236256	113379904
435	189225	82312875	485	235225	114084125
436	190096	82881856	486	230196	114791256
437	190969	83453453	487	237169	115501303
438	191844	84027672	488	238144	110214272
439	192721	84604519	489	239121	116930169
440	193600	85184000	490	240100	117649000
441	194481	85766121	491	241081	118370771
442	195364	86350888	492	242064	119095488
443	196249	89938307	493	243049	119823157
444	197136	87528384	494	244036	120553784
545	198025	88121125	495	245025	12128 375
446	198916	88716536	496	246016	122023936
447	199809	89314623	497	247009	122 63473
448	200704	86915392	498	248004	123505992
449	201601	90518849	499	249001	124251499
450	202500	91125000	500	250000	125000000

TABVLA QVADRATORVM, ET CVBORVM.

Latera.	Quadrati	Cubi.	Latera.	Quadrati.	Cubi.
501	251001	125751501	551	303601	167284151
502	252004	126506008	552	304704	168196608
503	253009	127263527	553	305809	169112377
504	254016	128024064	554	306916	170031464
505	255025	128787625	555	308025	170953875
506	256036	129554216	556	309136	171879616
507	257049	130323843	557	310249	172808693
508	258064	131096512	558	311364	173741112
509	259081	131872229	559	312481	174676879
510	260100	132651000	560	313600	175616000
511	261121	133432831	561	314721	176558481
512	262144	134217728	562	315844	177504328
513	263169	135005697	563	316969	178453547
514	264196	135796744	564	318096	179406144
515	265225	136590875	565	319225	180362125
516	266256	137388096	566	320356	181321496
517	267289	138188413	567	321489	182284263
518	268324	138991832	568	322624	183250432
519	269361	139798359	569	323761	184220009
520	270400	140608000	570	324900	185193000
521	271441	141420761	571	326041	186169411
522	272484	142236648	572	327184	187149248
523	273529	143055667	573	328329	188132517
524	274576	143877824	574	329476	189119224
525	275625	144703125	575	330625	190109375
526	276676	145531576	576	331776	191102976
527	277729	146363183	577	332929	192100033
528	278784	147197952	578	334084	193100552
529	279841	148035889	579	335241	164104539
530	280900	148877000	580	336400	195112000
531	281961	149721291	581	337561	196122941
532	283024	150568768	582	338724	197137368
533	284089	15141943	583	339889	198155287
534	285156	152273304	584	341056	199176704
535	280225	153130375	585	342225	200201625
536	287296	153990656	586	343396	201230056
537	288369	154854153	587	344569	202262003
538	289444	155720872	588	345744	203297472
539	290521	156590819	589	346921	204336469
540	291600	157464000	590	348100	205379000
541	292681	158340421	591	349281	206425071
542	293764	159220088	592	350464	207474688
543	294849	160103007	593	351649	208527857
544	295936	160989184	594	352836	209584584
545	297025	161878625	595	354025	210644875
546	298116	162771336	596	355216	211708736
547	299209	163667323	597	356409	212776173
548	300304	144566592	598	357604	213847192
549	301401	165469149	599	358801	214921799
550	302500	166375000	600	360000	216000000

Digitized by Google

TABVLA QVADRATORVM, ET CVBORVM.

Latera.	Quadrati	Cubi.
601	361201	217081801
602	362404	218167208
603	363609	219256227
604	364816	220348864
605	366025	221445125
606	367236	222545016
607	368449	223648543
608	369664	214755712
609	370881	225866529
610	372100	226981000
611	373321	228099131
612	374544	229220928
613	375769	230346397
614	376996	231475544
615	378225	232608375
616	379456	233744895
617	380689	234885113
618	381924	236029032
619	383161	237176659
620	384400	238328000
621	385641	239483061
622	386884	240641848
623	388129	241804367
624	389376	242970024
625	390625	244140625
626	391876	245314376
627	393129	247491883
628	394384	247673152
629	395641	248858189
630	396900	250047000
631	398161	251239591
632	399424	252435968
633	400689	253636137
634	401956	254840104
635	403225	256047875
636	404496	257259456
637	405769	258474853
638	407044	259694072
639	408321	250917119
640	409600	262144000
641	410881	263374721
642	412164	264609288
643	413449	265847707
643	414736	267089984
645	416025	268336125
646	417316	269586136
647	418609	270840023
648	419904	272097792
649	421201	273359449
650	422500	274625000

Latera.	Quadrati.	Cubi.
651	423801	275894451
652	425104	277167808
653	426409	278445077
654	427716	279726264
655	429025	281011375
656	430336	282300416
657	431649	283593393
658	432964	284890312
659	434281	286191179
660	435600	287496000
661	436921	288804781
662	438244	290117528
663	439569	291434247
664	440896	292754944
665	442225	294079625
666	443556	295408296
667	444889	296740963
668	446224	298077632
669	447561	299418309
670	448900	300763000
671	450241	302111711
672	451584	303464448
673	452929	304821217
674	454276	306182024
675	455625	307546875
676	456976	308914776
677	458329	310288733
678	459684	311665752
679	461041	313046839
680	462400	314432000
681	463761	315821241
682	465124	417214568
683	466489	318611987
684	467856	320013504
685	469225	521419125
686	470596	322828856
687	471969	324242703
688	473344	325660672
689	474721	327082769
690	476100	328509000
691	477481	329939371
692	478864	331373888
693	480249	332812557
694	481636	334255384
695	483025	335702375
696	484416	337153536
697	485809	338608873
698	487204	340068392
699	488601	341532099
700	490000	343000000

TABVLA QVADRATORVM, ET CVBORVM.

Latera.	Quadrati.	Cubi.	Latera.	Quadrati	Cubi.
701	491401	344472101	751	564001	423564751
702	492804	345948408	752	565504	425259008
703	494209	347428927	753	567009	426957777
704	495616	348913664	754	568516	428661064
705	497025	350402625	755	570025	430368875
706	498436	351895816	756	571536	432081216
707	499849	353393243	757	573049	433798093
708	501264	354894912	758	574564	435519512
709	502681	356400829	759	576081	437245479
710	504100	357911000	760	577600	438976000
711	505521	359425431	761	579121	440711081
712	506944	360944128	762	580644	442450728
713	508369	362467097	763	582169	444194947
714	509796	363994344	764	583696	445943744
715	511225	365525875	765	585225	447697125
716	512656	367061696	766	586756	449455096
717	514089	368601813	767	588289	451217663
718	515524	370146232	768	589824	452984832
719	516961	371694959	769	591361	454756609
720	518400	373248000	770	592900	456533000
721	519841	374805361	771	594441	458314011
722	521284	376367048	772	595984	460099648
723	522729	377933067	773	597529	461889917
724	524176	379503424	774	599076	463684824
725	525625	381078125	775	600625	465484375
726	527076	382657176	776	602176	467288576
727	528529	384240583	777	603729	469097433
728	529984	385828352	778	605284	470910952
729	531441	387420489	779	606841	472729139
730	532900	389017000	780	608400	474552000
731	534361	390617891	781	609961	476379541
732	535824	392223168	782	611524	478211768
733	537289	393832837	783	613089	480048687
734	538756	395446904	784	614656	481890304
735	540225	397065375	785	616225	483736625
736	541696	398688256	786	617796	485587656
737	543169	400315553	787	619369	487443403
738	544644	401947272	788	620944	489303872
739	546121	403583419	789	622521	491169069
740	547600	405224000	790	624100	493039000
741	549081	406869021	791	625681	494913671
742	550564	408518488	792	627264	496793088
743	552049	410172407	793	628849	498677257
744	553536	411830784	794	630436	500566184
745	555025	413493625	795	632025	502459875
746	556516	415160936	796	633616	504358336
747	558009	416832723	797	635209	506261573
748	559504	418508992	798	636804	508169592
749	561001	420189749	799	638401	510082399
750	562500	421875000	800	640000	512000000

TABVLA QVADRATORVM, ET CVBORVM.

Latera.	Quadrati	Cubi.	Latera.	Quadrati.	Cubi.
801	641601	513922401	851	724201	616295051
802	643204	515849608	852	725904	618470208
803	644809	517 81627	853	727609	6206504 7
804	646416	519718464	854	729316	622835864
805	648025	521660125	855	731025	625026375
806	649636	52360 616	856	32736	627222016
807	651249	525557943	857	34449	629422793
808	652864	527514112	858	736164	631628712
809	654481	529475129	859	737881	633839779
810	656100	531441000	860	739600	636056000
811	657721	533411731	861	741321	638277381
812	659344	535387328	862	74 644	64050 928
813	660969	537367797	863	44769	542735647
814	662596	539353144	864	746496	6449 2544
815	664225	541343375	865	748225	647214625
816	665856	543338496	866	749956	649461896
817	667489	545338513	867	751689	651714363
818	669124	547343432	868	753424	6539 2032
819	670761	549353259	869	755161	656234909
820	672400	551368000	870	756900	658503000
821	674041	553387661	871	758641	660776311
822	675684	555412248	872	760384	663054848
823	677329	557441767	873	762129	665338617
824	678976	559476224	8 4	763876	667627624
825	680625	561515625	875	765625	669921875
826	682276	563559976	876	767376	672221376
827	683929	565609283	877	769129	674526133
828	685584	567663552	878	770884	676836152
829	687241	569722789	879	772641	679151439
830	688900	571787000	880	774400	6814 2000
831	690561	573856191	881	776161	683797841
832	692224	575930368	882	77 924	686128968
833	693889	578009537	883	779689	688465387
834	695556	580093704	884	781456	690807104
835	697225	5821828 5	885	783225	6 3154125
836	698896	584277056	886	784996	695506456
837	700569	586376253	837	786769	697864103
838	702244	588480472	838	788544	00227072
839	703921	590589719	839	790321	702595969
840	705600	592704000	890	792100	704969000
841	707281	594823321	891	793881	707347971
842	708964	596947688	892	795664	709732288
843	710649	599077107	893	797449	712121957
844	712336	601211584	894	799236	714516984
845	714025	603351125	895	801025	716917375
846	715716	605495736	896	802816	719323136
847	717409	60 645423	897	804609	721734273
848	719104	609800192	898	806404	724150792
849	720801	611960049	899	808201	72 572699
850	722500	614125000	900	810000	729000000

TABVLA QVADRATORVM, ET CVBORVM.

Latera.	Quadrati.	Cubi.	Latera.	Quadrati	Cubi.
901	811801	731432701	951	904401	860085351
902	813604	733870808	952	906304	862801408
903	815409	736314327	953	908209	865523177
904	817216	738763264	954	910116	868250664
905	819025	741217625	955	912025	870983875
906	820836	743677416	956	913936	873722816
907	822649	746142643	957	915849	876467493
908	824464	748613312	958	917764	879217912
909	826281	751089429	959	919681	881974079
910	828100	753571000	960	921600	884736000
911	829921	756058031	961	923521	887503681
912	831744	758550528	962	925444	890277128
913	833569	761048497	963	927369	893056347
914	835396	763551944	964	929296	895841344
915	837225	766060875	965	931225	898632125
916	839056	768575296	966	933156	901428696
917	840889	771095213	967	935089	904231063
918	842724	773620632	968	937024	907039232
919	844561	776151559	969	938961	909853209
920	846400	778688000	970	940900	912673000
921	848241	781229961	971	942841	915498611
922	850084	783777448	972	944784	918330048
923	851929	786330467	973	946729	921167317
924	853776	788889024	974	948676	924010424
925	855625	791453125	975	950625	926859375
926	857476	794022776	976	952576	929714176
927	859329	796597983	977	954529	932574833
928	861184	799178752	978	956484	935441352
929	863041	801765089	979	958441	938313739
930	864900	804357000	980	960400	941192000
931	866761	806954491	981	962361	944076141
932	868624	809557568	982	964324	946966168
933	870489	812166237	983	966289	949862087
934	872356	814780504	984	968256	952763904
935	874225	817400375	985	970225	955671625
936	876096	820025856	986	972196	958585256
937	877969	822656953	987	974169	961504803
938	879844	825293672	988	976144	964430272
939	881721	827936019	989	978121	967361669
940	883600	830584000	990	980100	970299000
941	885481	833237621	991	982081	973242271
942	887364	835896888	992	984064	976191488
943	889249	838561807	993	986049	979146657
944	891136	841232384	994	988036	982107784
945	893025	843908625	995	990025	985074875
946	894916	846590536	996	992016	988047936
947	896809	849278123	997	994009	991026973
948	898704	851971392	998	996004	994011992
949	900601	854670349	999	998001	997002999
950	902500	857375000	1000	1000000	1000000000

Et

Et tantum de tabulæ Quadratorum & cuborum compoſitione, & continuatione; ſequitur qua ratione numeri omnes in tabulis noſtris, Laterum, Quadratorũ & Cuborũ in unam ſummã conflentur. Quod fiet tribus hiſce ſequentibus Regulis: Quarum eſt

18 Prima. *Laterum omnium ſumma invenitur ſi latus primum addas ultimo, ſummamq; ducas in dimidium numeri multitudinis laterum.*

Ex. gr. Quæritur ſumma laterum ab unitate uſq; ad 10, quæ erit 55: nam latus ultimum additũ primo, ſc. 10 ipſi 1. & ſumma 11 multiplicata per dimidium multitudinis laterum videl. 5 erit ſumma facta 55, quæ deſiderabatur. Sic ſumma laterum ab 1. uſque ad 48, erit 1176, hoc modo: Ut:

40	48
1 ✠	1 ✠
11	49
5 *	24 *
55. ſumma L.	156
	98
	1176. ſumma L.

19 Secũda. *Quadratorum ſumma obtinetur, ſi ſummam laterum adiicias facto ex numero multitudinis laterum unitate aucto in ultimum quadratum, hujuſque aggregati ſumas partem tertiam.*

Ex. gr. ſit datus numerus laterum 10, qui unitate auctus eſt 11; maximus autem quadratus eſt 100, qui multiplicatus per numerum laterum unitate auctum ſc. 11, producit 1100, hic factus additus ſummæ laterum, nimirum 55, & ſumma erit 1155, cujus ſubtriplum eſt 385, quadratorum ſumma deſiderata. Sic quadratorum ſumma ab unitate ad 2304 invenietur eſſe 38024. Ut:

10	48
1 +	1 +
11	49
100 *	2304 *
1100	20736
554	9216
1155	112895
3 ÷	1176 +
385. Summa Q.	114072
	3 ÷
	38024. Summa Q.

20 Tertia. *Cuborum ſummam cognoſces, ſi ſummam laterum in ſe ipſam duxeris, & factum ſummæ tam laterum quam quadratorum addideris.*

Ex. gr. cognoſcenda eſt ſumma cuborum ab unitate ad 1000? duc ergo 55, ſc. ſummam laterum in ſe ipſam, & factum 3025 adde ſummæ tam laterum, ut 55; quam quadratorum, ut 385, & ſumma ex iis, ut 3465 erit ſumma cuborum omnium ab unitate uſq; ad 1000 quæſita.

55
55 *
275
275
3025
385
55 +
3465. Summa C.

Præterea ſi quis ſit, qui harum Regularum demonſtrationes deſideret, is conſulat *Franc. Maurolycum* Atitum. lib. 2. & *Cl. Gaſparem Bachetum*, append. ad lib. Diophanti Alex. de numeris polygonalibus.

CA-

CAPVT XV.

DE

Vſu tabulæ Quadratorum & Cuborum.

1 SVccedit *Tabulæ Quadratorum & Cuborum Vſus, qui duplex eſt, generalis & ſpecialis.*

2 *Generalis ejus Vſus non tantum in Geometria, Aſtronomia, Geographia, Architectonica, Tactica aliiſq; artibus Mathematicis & Mechanicis habet locum; ſed etiam per univerſam Algebram diffunditur.*

Vt ex gr. dato quovis latere quadrati & cubi ab 1 uſque ad 1000, ipſius quadratum, & cubum cognoſcere: & contra, dato quovis quadrato & cubo, quorum ille ſeptem, hic vero decem figuras non excedat, ejus latus exhibere liceat. Res minime obſcura, cùm in quolibet ordine tranſverſo poſt latus invenias ipſius quadratum, tum etiam ejuſdem lateris cubum. Ita poſt latus 36, invenies ejus quadratum 1296, & ejuſdem cubum 46656; ſic poſt latus 144, reperies ejus quadratum 20736, & ejus cubum 2985984. *Et ſic deinceps.*

3 *Particulares hujus tabulæ Vſus ſunt quamplurimi;* quicquid enim calculi per latera, eorumq; poteſtates tam quadratas, quàm cubicas fieri poteſt, hoc totum ſpectat ad uſus tabulæ particulares. *Præcipuè verò uſus ejus conſpicitur in magnitudinibus proportionalib⁹, & virgarū ſtereometricarū cōſtructionibus.*

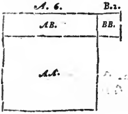
4 *Et primò quidem Tabellæ Vſus, qui verſantur circa magnitudines proportionales, partim videmus in quadrato, partim in* Cubo.

Primò *de Quadrato.*

5 *I. Complementum inter Quadratos ſingulares eſt medium proportionale.*

Vt ſit linea A — B diviſa in duas partes, quarum *A* valeat 6, & *B* 2, dico rectangulum *AB* 12 eſſe medium proportionale inter quadratos ſingulares *AA* 36, & BB 4, cùm ubique invenias rationem triplam, quod in hac proportione ad minores terminos reducta vides, ſc. 9. 3. 1. Sicuti enim ſe habet 9 ad 3, id eſt 36 ad 12, ſic ſe habet 3 ad 1, hoc eſt, 12 ad 4. Vbiq;, ut dixi, eſt ratio tripla. Vt:

A	*A*	B	6	6	2
A *	*B* *	*B* *	6 *	2 *	2 *
AA —	AB —	BB.	36 —	12 —	4.



Vſus hujus eſt in analyſi lateris binomii & reſidui.

6 *II. Si tres magnitudines fuerint continuè proportionales, magnitudo facta ab extremis æquatur quadrato mediæ; & contra, ſi quadratum mediæ æquatur factæ ab extremis, tres ſunt continuè proportionales.*

Sint ex. gr. datæ tres lineæ A. B. C. proportionales, quarum *A* ſit 8, *B* 4, & C 2, dico *AC* oblōgum extremarum; videlicet 16, æquari quadrato mediæ *BB*, quod etiam 16. Vt:

A — *B* — *C*		8 — 4 — 2		
C *	B *	2 *	4 *	
A C == BB		16 == 16		

Contra detur æqualitas harum factarum, dabitur etiam harum trium proportio continua.

III.

7 *III. Si tres magnitudines fuerint proportionales continuè minimæ, extremæ ſunt quadrata. Item: ſi prima eſt quadratum, etiam tertia erit quadratum.*

Vt ſint tres proportionales continuè minimæ, *AA*, *AB* & BB, ſeu in numeris, 4, 6, & 9. Dico extremas *AA* & *BB*, ſeu 4 & 9 eſſe quadrata, ut ex antecedentibus veriſſimum. Dico etiam, ſi prima *AA* vel 4 ſit quadratum, etiam tertiam BB ſeu 9 fore quadratum, quòd itidem ex antecedentibus liquet.

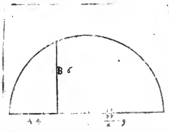
AA——*AB*——*BB*. Item 4——6——9

Quadrati.

8 *IV. Datis duabus magnitudinibus tertiam proportionalem indagare. Multiplica in ſeſe ſecundam, & factam divide per primam.*

Vt ſunto duæ proportionales *A* & B, quarum A 4, & *B* 6, dico $\frac{BB}{A}$, id eſt *BB* diviſum per *A*, ſeu 9 eſſe tertiã proportionalem illis duabus datis A & B, ſeu 4 & 6. Nam quadratum *BB* ſeu 36 factum ex ductu B ſeu 6 in ſe ipſum, eſt diviſum per *A* ſeu 4. Ergo ut *A* 4, ad B 6, ita *B* 6 ad $\frac{BB}{A}$ ſeu 9. Vt:

A——B	4——6
B ✱	6 ✱
BB	36
A ÷	4 ÷
$\frac{BB}{A}$	9

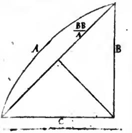


9 *Exemplum ſecundum.*

Datâ linea perpendiculari per quam grave deorſum acceleret, ad quam applicetur linea alia, quæ planum declinans referat; in declinante hoc plano inveſtigare punctum, quo grave perueniat eo tempore, quo percurrerit perpendicularem.

Sit triangulum *A*, *B*. C ad perpendiculum erectum ſuper planum horizontale C, cuius latus B ſit linea perpendicularis, per quam grave deſcendat, & planum inclinatum *A*. Sit autem in A inveniendũ punctum, quod grave attingat eo tẽpore quo pertrãſierit ipſam lineam *B*. Fiat ut A ad *B*, ita hæc *B* ad proportionalem tertiam $\frac{BB}{A}$, cuius extremum erit punctum quæſitum. Quoniam velocitas ſuper $\frac{BB}{A}$ ad velocitatem in B, eſt ut *B* ad *A*, quia gravia ſuper plana diverſe inclinata tali proportione deſcendunt, ut ſit velocitas ad velocitatem reciproca longitudinibus planorum ductorum ab eodem puncto, ad idem planum horizontale. Et proinde erit, ut *BB* ad *B* per conſtr: quæ velocitates eadem continuo duplicata ratione augentur, (quia lineæ deſcenſus gravium tam ſuper plano perpendiculariter erecto, quam inclinato motorum ſunt in duplicata ratione diuturnitatum) gravia in iis moventur tempore æquali, cùm quoties ſpatia ſunt ut velocitates, æquali tempore peragantur, quod fuit faciendum.

A——*B*——*B*
B ✱
BB
A ÷
BB
A.



Se-

Secundum.

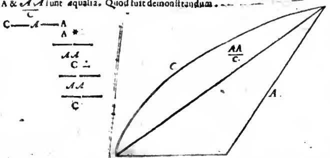
10 *Si duo gravia deſcendũt, alterum quidẽ perpendiculariter, alterum verò ſuper plano declinante, perveniunt ad idem planum horizontale ratione tali, ut ſit eadem proportio inter diuturnitates eorum, quę inter perpendicularem, & declinantem.*

Sit linea *B* perpendiculariter erecta (ut vides in ſuperiori ſchemate) ſuper plano horizontali C, & A planum declinans. Dico quod diuturnitates gravium deſcendentium per lineam perpendicularem B, & declinantem *A*, ſunt ut *B* ad *A*. Fiat enim BB tertia proportionalis ad *A* & B per 11. ſexti Euclidis. Quoniam eſt ut *BB* ad *A*, ita quadratum temporis BB ad quadratum temporis *A*, (cùm longitudines planorum per quę gravia deſcendunt, ſunt ut quadrata temporum, & tempora, ut latera longitudinum planorum) & tempora *BB* & *B* ſunt ęqualia per præcedentem hujus cap. propoſitionem, & proinde eorum quadrata, cum datorum temporum quadrata, ſint etiam quadrata aliorum datis æqualium. Ergo ut *BB* ad A, ita quadratum temporis B ad quadratum temporis *A*, ſed ut *BB* ad *A*, ita quadratum *BB* ad quadratum *AA*, per 19. ſexti Eucl. Ideirco ut quadratum temporis B ad quadratũ temporis A, ita quadratum *BB* ad quadratum *AA*, per 11. quinti Eucl. ſed quia latera ſunt inter ſe, ut eorum quadrata, per 22. ſexti Eucl. idcirco eſt, ut *B* ad A, ita tempus *B* ad tempus A. Quod fuit probandum.

Tertium.

11 *Dato plano declinante, ſuper quo grave deorſum tendat, et dato alio plano minus declinante, in hoc deſignare punctum, quo perveniat grave eo tempore, quo pertranſit dictum planum magis declinans.*

Sint plana duo data *A* & *C*, quorum *C* eſt minus inclinatum. Deſignandum eſt punctum in plano *C*, quo grave perveniat, quando perambulavit lineam A. Fiat ergo, ut C ad *A*, ita hæc eadem *A* ad *AA* & dico hujus lineę *AA* extremum eſſe punctum quæſitum. Quoniam, ut C ad AA ita eſt quadratum CC ad quadratum *AA*, per 19 ſexti Eucl. & ut C ad *AA* ita quadratum temporis C, ad quadratum temporis *AA*, cùm longitudines planorum, per quæ gravia feruntur, ſunt ut quadrata temporum, & tempora ut latera longitudinum planorum. Ergo ut quadratum CC ad quadratum *AA*, ita quadratum temporis *C* ad quadratum temporis AA, per 11. quinti Eucl. Vnde C ad A, ut tempus C ad tempus *AA*, per 22 ſexti Eucl. Sed ut C ad A, ita tempus *C* ad tempus *A*, per prop. hujus præced. Ergo tẽpora A & *AA* ſunt æqualia. Quod fuit demonſtrandum.

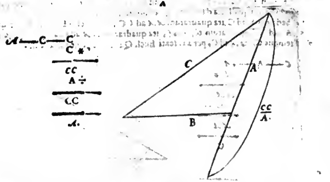


Quartum.

12 *Datis planis declinantibus ortis ab eodem puncto, indagare in plano magis declinante punctum, quo grave perveniat eo tempore, quo pertranſit planum minus declinans.*

Datum ſit planum minus declinans C, & magis declinans *A*, terminantia ſuper plano horizontali *B*. indagandũ autem eſt punctum in prolongata *A*, quod attingat mobile eo tẽpore, quo decidit per planum minus declinans C. Fiat igitur, ut *A* ad C, ita eadem C ad eandem *A* prolongaram, videlicet *CC*, cuius extremum eſt punctum quæſitum. Quoniam ut CC ad A, ita eſt quadratum CC ad quadratum *AA*, per 19. Sexti Euclid. ſed *CC* ad *A* eſt, ut quadratum temporis *CC*, ad quadratum temporis *A*: quia (ut bis modò ſupra diximus) longitudines pla-

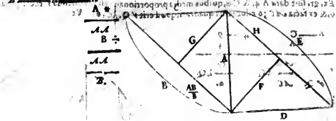
norum per quæ mobilia deorſum accelerantur, ſunt, ut quadrata temporum, & tempora ut latera longitudinum planorum. *Ergo*, ut quadratum CC ad quadratum *AA*, ita quadratum temporis C ad quadratum temporis *A*, per 22 quinti *Eucl.* Vnde C ad *A* erit, ut tempus CC ad tempus A, per 22 ſexti Euclid. Sed C ad *A* eſt, ut tempus C ad *A*, ratio eſt propoſito ſecunda hujus in §. 10 explicata. Ergo tempora CC & C ſunt æqualia, quod demonſtrandum.



Quintum.

13 *Dato motu naturali gravis quomodocunq; ad punctum datum, inquirere ſeu in perpendiculari, ſeu in plano quomodolibet inclinato punctum, à quo digreſſum, perveniat ad idem punctum quo prius, tempore æquali.*

Sit *A* linea quomodocunq; aut perpendicularis, ſeu planum inclinatum, ſuper qua grave deſcendat in ejus extremum ſc. ad lineam horizontalem D; & data etiam ſit quæcunq; linea B, aut perpendicularis, aut quomodolibet inclinata, quæ cum A coëat in linea horizontali. Inveniendum autem eſt in *B*. punctum, à quo grave digreſſum perveniat in horizontem D, tempore quo pervenit per A in eundem horizontem. *Ad* hoc præſtandum, ducatur linea horizontalis *C*, & fiat, ut *B* ad A, ſic *A* ad AA tertiam ſc. proportionalem, per 11. ſexti *Eucl.* & concurſus linearum *AA* & G eſt punctum quæſitum. Quod ut demonſtremus, fiat rectę C parallela *D*, quæ etiam lineæ *C* ſit ęqualis, & tum ducta E, ſecetur recta F parallela ipſi G. Quoniam igitur AA & H ſunt pariter inclinata, & ęquales, per 33. primi *Eucl:* gravia per ipſa æquali tempore moventur, cùm eadem gravia ſuper planis æqualibus & pariter inclinatis pariter moveantur. Sed per H, grave movetur tempore, quo per A, uti conſtat ex prop. 3. hujus in §. 10 cit. *Ergo* per *AA* movetur pariter tempore quo per A; cum illa, quę ſunt æquidiuturna tertio, ſint etiam æquidiuturna inter ſe; Quod probandum.



Sextum.

14 *Duo gravia mobilia ſuper diverſis planis declinantibus deorſum ſeſe volventia, aſſequuntur idem planum horizontale eâ ratione, ut planè eadem ſit ratio inter diuturnitates, quæ inter dicta plana, ſi ab eodem puncto ad idem planum horizontale producta ſint.*

V Datis

Datis planis A & C declinantibus, ductis ab eodem puncto concurſus linearum A & C ad planum horizontale B. Dico quod diuturnitates gravium deſcendentium per A & C ſunt, ut A & C. Fiat enim, ut C ad A, ita A ad AA, ita ut grave rotatione ſua AA abſolvat eodem tempore, quo abſolvit A. Quoniam eſt, ut AA ad C, ita quadratum temporis AA ad quadratū temporis C, per prop. 3. hujus §. 11. Et tempora AA & A ſunt æqualia, per conſtr. Et proinde eorum quadrata; ergo, ut AA ad C, ita quadratum temporis A, ad quadratum temporis C, cùm quadrata datorum temporum, ſunt etiam quadrata aliorum datis æqualium. Sed ut AA ad C, ita quadratum AA ad CC, per 19. ſexti Eucl. Ergo ut quadratum temporis A ad quadratum tēporis C, ita quadratum AA ad quadratum CC, ergo ut tempus A ad tempus C, ita A ad C, per 22. ſexti Eucl. Quod fuit demonſtrandum.

C — A — A

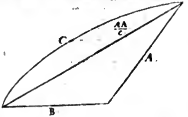
A *

AA

C ÷

AA

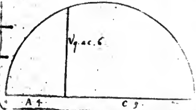
C



15 *V. Datis duabus magnitudinibus primam proportionalem inquirere. Duc primā in ſe, & factam divide per ſecundam, & quotus erit prima proportionalis.*

Ex. gr. ſint datæ A 6, & B 9 proportionales, quibus prima ſit invenienda. Multiplicetur ſecunda ſeu prima data in ſe, ut ſit AA 36, & facta dividatur per B 9, ſecundam datam, & quotus erit AA/B 4 pro proportionali prima quæſita. Vt:

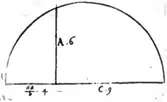
A — B	6 — 9
A *	6 *
AA	36
B ÷	9 ÷
AA/B.	4



16 *VI. Datis duobus magnitudinibus mediam proportionalem invenire. Multiplicentur data in ſe, & ex producta eliciatur latus quadrati.*

Ex. gr. ſint datæ A 4, & C 9, quibus media proportionalis eſt invenienda, multiplica A 4 per C 9, & ex facta AC 36 educ latus quadrati, quod erit √Q. AC, 6. Vt:

A — C	4 — 9
A	4
AC — LQ.	36 — LQ.
√Q. AC	6.



Secundo *de Cubo*.

17 *I. Complementum majus eſt medium majus, & minus eſt medium minus, proportionale inter cubos ſingulares.* Ex.

Ex. gr. ſit datus cubus totus 12167 pro AAA + 3. AAB + 3. *ABB* + *BBB*, cuius latus 23 pro *A* + *B*, erunt eius complementa duplicis generis: tria majora, ut ſunt 12. 12. 12. pro 3. *AAB*, tria minora ut 18. 18. 18 pro 3. *ABB*; cubi præterea erũt duntaxat duo; quorum unus major ſc. 27. pro BBB, alter verò minor ſc. 8 pro *AAA*. Vt hic vides:

A——*B*
2——3

8————AAA
12
12 }——3. *AAB*.
12
18
18 }——3. ABB
18
27————BBB

12167

A + *B*
A + B

AA + *AB*
AB + BB

AA + 2. AB + BB
A + B

AAA + 2. AAB + ABB
AAB + 2. ABB + BBB.

AAA + 3. AAB + 3 A. BB + BBB.

Dico iam complementum majus ABB 18 eſſe medium proportionale majus inter cubos ſingulares *AAA* 8 & BBB 27. Eodem modo dico, complementum minus AAB 12 eſſe medium proportionale minus inter cubos ſingulares dictos AAA 8 et BBB 27. Vt ex hoc diagrammate liquet. Vt ſe enim habet 2 ad 3, id eſt, 8 ad 12, ſic ſe habet 6 ad 9, hoc eſt, 18 ad 27. Vbique eſt ratio ſeſquialtera tam inter 8 & 12, quam inter 18 & 27. Vt:

AAA———*AAB*———ABB———BBB
8 ——— 12 ——— 18 ——— 27
4 ÷ 4 ÷ 3 ÷ 3 ÷
———cõtractè
2 ——— 3 ——— 6 ——— 9

18 2. ***Factus à tribus continuè proportionalibus eſt cubus medii.***

Vt ſunto tres continuè proportionales A 2, B 4 & *C* 8. Dico factum ab iis ſc. ABC 64 eſſe cubum medii ſc. BBB 64. Vt:

A——*B*——*C*
B * B *

BB BC
B * *A* *

BBB = *ABC*

2——4——8
4 * 4 *

16 32
4 * 2 *

64 = 64

19 *Eſt autem elementum hoc regula quædam ſolidorum aurea, quâ dato trium proportionalium altero extremo cum ſolido omnium, dantur reliqui:*

Vt hic datis 64 cum primo 2, dabitur medius 4 per analyſin lateris cubici numeri 64. Iam productus à 2 per 4, eſt 8 baſis ſolidi, per quam diviſum ſolidum omnium videlicet 64. dat quotum 8 altitudinem, quæ eſt tertius proportionalis: Vel, quia 4 eſt medius, ejus quadrato 16. diviſo per 2. tanquam per primum, quotus erit itidem 8 pro tertio proportionali. Vt:

2——64
————LC.
Medius. 4.
2 *

8
64 ÷

8. Tertius.

4
4 *

16
2 ÷

8. Tertius.

20 ***Quatuor continuè proportionalium extremi ſunt ſimiles ſolidi: & ſi quatuor iſti ſunt minimi, extremi ſunt cubi.***

V 2 Ex.

Ex. gr. ſint dati quatuor continuè proportionales 16. 24. 36. 54. dico extremos 16 & 54 eſſe ſimiles ſolidos. Sunt enim facti à ternis lateribus proportionalibus ſic:

4 6
2 * 3 *
———
8 18
2 3
———
16. 54.

Cæterùm ſunto iam proportionales quatuor continuè minimi: 8. 12. 18 & 27. Dico extremos 8 & 27 eſſe cubos, ut conſtat.

16 —— 24 —— 36 —— 54
2 ÷ 2 ÷ 2 ÷ 2 ÷
—————— contractè
8 —— 12 —— 18 —— 27

Cubi.

21 4. *Si quatuor numeri fuerint continuè proportionales, facti ab extremis per eorũ alternos quadratos ſunt cubi mediorum, major majoris, minor minoris.*

Ex. gr. ſint dati quatuor continuè proportionales: 2. 4. 8. 16, quadrati extremorum ſunt 4 & 256: iam factus à minore extremo 2 per majoris quadratum 256, eſto 512: factus autem à majore extremo 16 per minoris quadratum 4, eſto 64. Majoris latus cubi eſt 8 pro proportionali medio majori; Minoris vero latus cubi eſt 4, pro proportionali medio altero, eoq; minore. Vt:

2 —— 4 —— 8 —— 16
2 * 16 *
——— ———
4 96
16 * 16
——— ———
64 —— L.C. 256
2 *
———
512
——— L.C.
4 —————— 8.

Duo medii inventi.

Erit ergo hoc theorema meſolabium quoddam, id eſt, duorum continuè mediorum proportionalium inventio, qua datis extremis indagantur medii.

22 5. *Si quatuor numeri fuerint continuè proportionales, erit ut primus ad quartum, ſic cubus è primo ad cubum è ſecundo.*

Ex. gr. ſint (ut ſupra) dati quatuor continuè proportionales 2. 4. 8. 16. erit ergo ut 2 ad 16, quorum ratio eſt ſub octupla, ſic cubus primi 8 ad cubum ſecundi 64, quorum cuborum ratio ſimiliter eſt ſuboctupla. Ratio in promptu eſt, quia ratio primi ad ſecundum triplicatur in quarto. Hinc triplicata ratio etiam cuborum ratio dicitur. Vt:

2 —— 4 —— 8 —— 16
2 4 *
———
4 16
2 4
———
2 —— 16 —— 8 —— 64

23 6. *Duo media proportionalia inter duos numeros inveniuntur, ſi minor ducatur in ſe, factuſq; in majorem. Latus enim quoti cubicum indicabit primum mediũ proportionale. Secundò, ut inveniatur ſecundum, ducatur primum proportionale in ſe, & dividatur per primum numerum datum.*

Ex. gr. dati ſint duo extremi 3 & 24, inveſtigandi ſint duo medii proportionales inter hoſce datos.

tos. Duc primum 3 in ſe, & factum 9 in ultimum 24, ex hoc facto 216 extrahe latus cubi, quod eſt 6 pro ſecundo proportionali ſeu primo medio. Multiplica ſecundo hunc 6 in ſe, factumq; 36 divide per primum 3, ut quotus ſit 12, pro tertio proportionali, ſeu ſecundo medio quæſito. *Erit ergo*, ut 3 ad 6 ſic 12 ad 24.

3 —— 6 —— 12 —— 24
3 * 9 *
9 216
L. C.
6
6 *
3
3 ÷
12.

24 ***Et hic facile invenit locum oraculum delphicum de duplicando cubo:***

Apollo etenim conſultus de belli, vel, ut alii volunt, peſtis fine, reſpondit tum fore belli & calamitatum *Graciæ* finem, ſi altare in *Delo*, quod erat figuræ cubicæ, duplicaſſent. *Delphi* igitur altari ſuo cubico alterum altare cubicæ figuræ addentes, & exiſtimantes, ſe duplicaſſe cubum, conſtituerunt priſma oblongum, hoc facto lues nondum ceſſavit. Quæſiverunt itaq; huius quæſtionis interpretem, invenerúntque *Platonem* qui univerſæ *Graciæ* indicio vates hic fuit, lætuſq; oraculo reſpondiſſe dicitur. *Gracos* ab *Apolline* coargui, quod *Geometriæ* eſſent rudes. Eſt enim in Stereometria inſolubilis quæſtio de duplicando Cubo, ſicuti in Planimetria de quadrando circulo, & in longimetria de invenienda proportione diametri ad peripheriam. *Oſtendit autem Plato, cubum duplicari, ſi duarum linearum rectarum duæ mediæ proportionales inquirantur.* Cæperunt tum *Delphi Mathemata* excolere, quæ tranquillitas animorum, & ſedatio tumultuum comitari ſolet. *Præterea Hippocrates primus hanc quæſtionem ſolviſſe putatur*, & quidem adminiculo hujus theorematis paulo ante propoſiti, ſc. ſi quatuor rectarum continuè proportionalium, prima ſit dimidia quartæ, cubus primæ erit dimidius ad cubum ſecundæ. Cujus demonſtratio eſt in prop. 33, lib. 11. *Eucl.* Ex qua apparet, ſi fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales, *ut* eſt prima ad quartam, ita eſſe parallelepipedum ſuper primam deſcriptum, ad parallelepipedum ſimile, ſimiliterq; deſcriptum ſuper ſecundam. Ratio eſt, quia tam parallelepipedum ad parallelepipedũ (ut *Euclides* c. l. docet) quàm prima linea ad quartam ex definitione 10. lib. 5. *Eucl.* habet proportionem triplicatam proportionis lineæ primæ ad ſecundam, videlicet homologorum laterum. *Præterea multorum ingenia exercuit, imo torſit res hæc de inveniendis duabus mediis proportionalibus inter duas datas*, quamvis autem beneficio hyperbolæ, parabolæ, duarum parabolarum, aliiſque viis hoc opus arduum aggreſſi ſint, *tum Veteres*, ut ſunt: *Eratoſthenes, Plato, Pappus Alexandrinus, Sporus, Menechmus, Archytas Tarentinus*, Hero, *Apollonius Pergæus, Phylo Byſantius, Philoponus Diocles & Nicomedes*, quorum modos qui expetit, legere eas poterit in commentariis *Eutocii Aſcalonitæ* in libr. 2. *Archimedis* de Sphæra & cylindro, item in libello *Iohannis Verneri* de ſectionibus Conicis; *tum Recentiores*, quorum non exiguus eſt numerus: *T*amen nullus adhuc in hodiernum uſq; diem extitit, qui illud verè ac Geometrice invenerit inuentumq; demonſtraverit. Prætermiſſis autem hiſce modis omnibus ſubtiliſſimis, tantum *Heronis* hoc loco explicabo.

25 *Conſiſtit autem is in meſolabo ſeu meſographo qui eſt infinita regula, quæ ſiſtitur cochleato unco per cavum mobili. Qui Meſographus fluit ex ratione oblongi cum rectangulo, quæ ratio eſt quintuplex*, hoc modo:

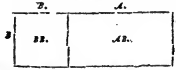
26 Prima. *Oblongum è tota & ſegmento æquatur rectangulo ſegmentorum, & prædicti ſegmenti quadrato.*

Ex. gr. Sit linea recta *A* + *B* ſecta in duas partes inæquales, quarum pars *A* ſit 4, & *B* 2, rectangulum *AB* + *BB* 8 + 4, id eſt, 12, ex *A* + B 4 + 2, ideſt, 6, & ſegmento minore B 2 factum æquatur parallelogrammo *AB*. 8 ex *A* 4 & *B* 2 facto, item quadrato *BB* 4 facto ex B 2, in ſeipſum. Vt:

In Numeris.

A + B | *A* B | 4 + 2 | 4 2
B * | B * B * | 2 * | 2 * 2 *
AB + BB == AB + BB. | 8 + 4 == 8 + 4.

Sc-



27 Secunda. *Oblonga è tota & ſegmentis æquantur è tota quadrato.*

Vt recta A + B + C 2 + 2 + 2, id eſt, 6, ſecta ſit ut vides. Dico oblonga tria hinc facta, nempe ex 2 & 6 æquari quadrato ex tota 6, videl. A + B + C. Vt:

A + B + C
A *
AA + AB + AC
3 *

A + B + C
A + B + C *
AA + AB + AC
AB + BB + BC
AC + BC + CC

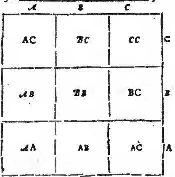
3. AA + 3. AB + 3. AC = AA + 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + CC.

In Numeris.

2 + 2 + 2
2 *
4 + 4 + 4
3 *
12 + 12 + 12
12
12 +

2 + 2 + 2
2 + 2 + 2 *
4 + 4 + 4
4 + 4 + 4
4 + 4 + 4
4 + 8 + 12 + 8 + 4
8
8
4
4 +

36. = 36.



28 Tertia. *Oblonga duo è tota & ſegmento cum tertio quadrato reliqui ſegmenti æquantur quadratis totius & prædicti ſegmenti.*

Sit recta data A + B 4 + 2. Dico oblonga duo ſc. 2. AB + 2. BB, id eſt, 16 + 8, è tota A + B 4 + 2, & ſegmento B 2, æquari quadrato totius AA + 2. AB + BB 16 + 16 + 4, & prædicti ſegmenti BB 4. Vt:

A + B
B *
AB + BB
2 *

A
A *
AA.

A + B
A + B
AA + AB
AB + BB

B
B *
BB.

2.

2. AB + 2. BB　　　　　　　　AA + 2. AB + BB
　　AA +　　　　　　　　　　　　　　　BB +

AA ✠ 2. AB ✠ 2. BB ═══ AA + 2. AB + 2. BB.

In Numeris.

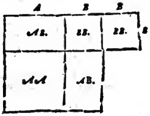
4 ✠ 2　　4　　　　4 + 2　　2
　2 *　　4 *　　　4 + 2 *　　2 *

8 + 4　　16.　　　16 + 8　　4
2 *　　　　　　　　8 + 4

24 + 8　　　　　　16 + 16 + 4
8 +　　　　　　　　16
　　　　　　　　　　4 +

24　　　　　　　　36
16 +　　　　　　　4 +

40 ═══ 40.



29 Quarta. *Si recta ſit ſecta in partes æquales, & ſectus, oblongum inæqualium ſegmentorum, cum quadrato inter ſegmenti, æquatur quadrato biſegmenti.*

Vt ſit recta data C + A + B, quæ ſecta ſit in partes æquales duas C & A + B, & inæquales duas C + A & B. Dico oblongum BC + AB 12 + 8 factum ex C + A 6 + 4 & B 2, cum AA 16 quadrato inter ſegmenti A 6, æquari quadrato AA + 2. AB + BB 16 + 16 + 4, id eſt, 36 biſegmenti A + B 4 + 2, id eſt, 6. Ratio eſt, quia rectangulum AB eſt commune; alterum vero rectangulum AB + BB æquatur rectangulo BC ex conſtructione. Ergo AA + BC + AB æquabitur AA + 2. AB ✠ BB.

　C + A　　　A　　　　　A + B
　B *　　　　A *　　　　A + B *

BC + AB + AA　　　　　AA + AB
　　　　　　　　　　　　　AB + BB

AA + BC + AB ═══ AA + 2. AB + BB.

In Numeris.

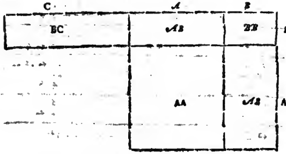
6 + 4　　4　　　　4 + 2
2 *　　　4 *　　　4 + 2 *

12 + 8 + 16　　　　16 + 8
8　　　　　　　　　　　8 + 4
16 +
　　　　　　　　　　16 + 16 + 4
　　　　　　　　　　16
　　　　　　　　　　4 +

36 ═══ 36.

Hoc

Hoc theorema aliter ſic enunciatur:
Si linea recta ſecta fuerit in partes æquales & inæquales, tum rectangulum, quod continetur ſegmentis æqualibus, totius lineæ datæ una cum quadrato minoris ſegmenti, æquale erit quadrato à dimidia linea deſcripto.



30 Quinta. *Si recta eſt biſecta & continuata, oblongum continuatæ & continuationis cum quadrato biſegmenti æquatur quadrato compoſito ex biſegmento & continuatione.*

Ex. gr. Recta A + B ſit ſecta in A 4 & B totidem, & continuata parte C 2 : dico oblongum AC + BC + CC 8 + 8 + 4 factum ex A + B + C 4 + 4 + 2 continuata, & C 2 continuatione, una cum quadrato BB 16 facto ex biſegmento B 4, æquari quadrato BB + 2. BC + CC 16 + 16 + 4, id eſt, quadrato compoſito ex biſegmento B 4 & continuatione 2, hoc eſt, ex 4 + 2, id eſt, 6. Ratio eſt, quia quadratum BB eſt commune, & BC rectangulum æquatur AC rectangulo, cũ ſegmenta A & B ex theſi ſint æqualia. Vt:

A * B + C   B   B + C
C *   B *   B + C *

AC + BC + CC + BB   BB + BC
BC + CC

BB + AC + BC + CC ═ BB + 2. BC + CC.

In Numeris.

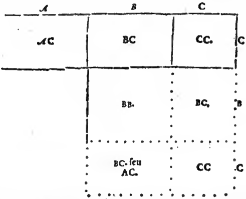
4 * 4 * 2   4   4 + 2
2 *   4 *   4 + 2 *

8 + 8 + 4, + 16   16 + 8
8 + 4

8 + 8 + 4 + 16 ═ 16 + 16 + 4
8   16
4   4 +
16 +

36 ═ 36

Atq;



31 *Atq;* hę ſunt quinq; Rões Rationales oblõgi cũ rectãgu lo ortæ ex triplici lateris ſectione: Vnde *Heronis* meſographum dimanaſſe diximus. Huius mechanicam deſcriptionem qui vult, perlegit elem. 8, lib 13 Geomet. *Rami*.

31 Vidimus nunc Tabellæ Quadratorum & Cuborum uſum in numeris proportionalibus tam in quadrato, quàm in cubo; *ſequitur uſus quem habent in conſtructione Virgarum ſeu Regularum Stereometricarum* quarum beneficio capacitates doliorum vinariorum indagantur. *Quæ quidē Regulæ Menſoriæ ſunt duplices: Prima dicitur Quadratica*, eo quod ex numeris quadratis, vel lateribus variè multiplicatis compoſita ſit. *Secunda Virga*, quæ eſt proprie ſtereometrica, *vocatur Cubica*, cùm puncta per numeros cubicos, ſeu latera cuborum varie multiplicatorum illi inſcribantur. *Vſui etiam hæ tabulę ſunt linearum Geometricarum ſeu ſtereometricarum diviſionibus, pro circinis proportionalibus*. De quibus Regulis Stereometricis vide *Johannem Keplerum*, *Adrianum Metium*, *Petrum Guldinum*, in primis vero *Hartmannum Beierum* in ſua Stereometria Inanium, & in tractatu de Arithmetica Decimali.

CAP. XVI.
DE
Analyſi lateris in numeris Algebricis Simplicibus, & Compoſitis:

TAntùm de Analyſi laterum in numeris abſolutis; ſequitur ex §. 11. cap. præced. 20. editio laterum è numeris Algebricis, utpote, qui à certis poteſtatibus Algebricis ſunt denominati.

2 *Hac analyſis laterum Algebricorum eſt eorundem vel ſimplicium, vel compoſitorum.*

3 *Analyſis Simplicium abſolvitur hac regula: Erue latus propoſitum illius numeri, relicta poteſtate, tum à poteſtate eiuſdem numeri ſubtrahe poteſtatem, à qua latus educendum denominatur, & habebis poteſtatem, à qua latus quæſitum denominabitur.*

Exemplum 1. in Quadrato.

Sit inveniendum latus quadrati hujus magnitudinis 841. AA + 2. AB + BB, ſumpto latere quadrati ipſius dati numeri 841, quod eſt 29, ſubtrahatur poteſtas AA, à qua nimirum poteſtas latus quadrati, quod inquirendum, denominatur, a poteſtate AA, quam numerus propoſitus 841 adiunctam habet, tum ſimiliter ſubducatur diviſor 2. A à dividenda 2. A, ut & factam 2. AB à dividenda 2. AB, & quadratum BB, à dividendæ ultima nota BB, ut latus quæſitum ſit 29 A + B. Quod examinabitur, ſi latus inventum 29. A + B in ſe ducatur, ut poteſtas propoſita 841. AA + 2. AB + BB denuo exſurgat. Vt:

```
Poteſtas. 8  4  1. AA + 2. A  B + B  B
          4  |  | AA
          4  4
             4  |------ 2. A
          3  6  |------ 2. A  B
             8  1
             8  1 ----------------- B  B.
             0                    0
```

```
  A——B
{ 2    9.  A + B. Latus.
{ 2    9*  A + B *
----------------------
  2  6   1 AA + AB
  5  8        AB + BB
----------------------
  8  4   1. AA + 2. AB + BB. Poteſtas.
```

Exemplum 2 in Cubo.

Sit data poteſtas Cubica tam in numeris, quàm in ſpeciebus propoſita, quę ſit 12167. AAA + 3. AAB + 3 ABB + BBB, ex qua eruendum eſt latus, quod peracta operatione invenietur eſſe 23. A + B: Educatur enim ex numeris datis 12167 latus cubi 23, iuxta methodum, quam ſupra præſcripſimus, poſtmodum A + B ex AAA + 3. AAB + 3. ABB + BBB, & omnibus ſpeciebus rite inter ſe multiplicatis, ſubducatur cubus AAA à primo dividendi cubo AAA, tum 3. AA diviſo: à dividenda 3. AA, vel parallelepipeda ſex ſc. 3. AAB à dividenda 3. AAB & 3. ABB à dividenda 3. ABB, denique cubus BBB à cubo BBB, & verû cubi latus emerget 23. pro A + B. Quod probabitur multiplicatione lateris 23. A + B in ſe cubicè, ut poteſt data 12167. AAA + 3. AAB + 3. ABB + BBB reſtituatur. Vt:

```
1 2 1 6 7  AAA + 3. A  A  B + 3. A  B  B + BBB
  8  |  |  AAA
  4 1
  1 2.     ------ 3. A  A
  3 6      ------ 3. A  A  B
    5 6
    5 4    ---------------- 3. A  B  B
      2 7
      2 7  -------------------------------- B B B.
      0                                    0
```

```
{ 23.   A + B. Latus.
{ 23*   A + B *
---------------------------
   69   AA + AB
  46         AB + BB
---------------------------
  529   AA + 2. AB + BB
   23   A +        B
---------------------------
 1587   AAA + 2. AAB + ABB
 10 8        AAB + 2. ABB + BBB
---------------------------
 12167. AAA + 3. AAB + 3. ABB + BBB
                              Cubus
```

4 Succedit eductio lateris è numeris *Algebricis* Compoſitis, & quidem quadrati, cuius duplex tradi poteſt regula.

5 *Prima* tum commodiſsime adhibetur, quando laterum numerus datus impar eſt, ut evitentur fractiones, quod exempla mox commonſtrabunt.

6 *Sunt autem exempla illa vel affirmata, vel negata.*

7 *Exemplorũ affirmatorum hac eſt regula: Numeri propoſitorum laterum accipiatur dimidium, cuius quadrato addatur numerus abſolutus, & ex aggregato educatur latus quadrati, cui addatur dimidium numeri laterum datorum, & ſumma erit latus, ſeu pretium unius lateris quadrati.*

Exemplum 1.

Sit data magnitudo 6. A 55 affirmata, cuius inveſtigandum ſit latus quadrati? Reſp. 11. dividatur enim numerus laterum 6. A bifariam, & quoti 3. A quadrato nimirum 9. AA addatur numerus abſolutus datus 55, & ex ſumma 64. educatur latus quadrati, quod eſt, 8. cui adjũgatur ſemiſſis numeri laterum 3. A, ut latus datæ magnitudinis 6 A + 55 quæſitũ ſit 11. Quod probabitur hoc modo: ſi 1. latus eſt 11, erunt 6. A, 66, quibus additis ad 55 numerum abſolutum datum, fiunt 121, quibus æquatur numerus quadratus 121 lateris inventi 11. Vt:

Exemplum 2.

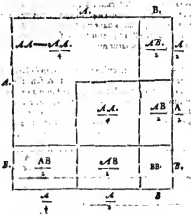
Sit data magnitudo 6. A + 72 affirmata, cujus inquirendum ſit latus quadrati? Reſp. 12. dividatur enim numerus laterum 6. A datus in duas partes. & ſemiſſis 3. A quadretur, & quadrato 9. AA addatur numerus abſolutus datus 72, & ex ſumma 81 extrahatur latus quadrati, videlicet 9, cui addita ſemiſſis datorum laterum, ſc. 3. A, dat 9 + 3. A, id eſt 12. pro latere quadrati quæſito. Quod ita examinare licet: cum 1. latus eſt 12, erunt 6. A, 72, quibus additis ad 72, fiunt 144, quibus æquatur 144 quadratum lateris inventi 12. Vt:

6. A + 55	Magnitudines datæ.	6. A + 72
2 ÷		2 ÷
3. A		3. A
3. A ●		3. A *
9. AA		9. AA
55 +		72 +
64		81
—L.Q.		—L.Q.
8.		9
3. A +		3. A +
8 + 3. A		9. + 3. A
3. A +		3. A +
1. A—11. 1. A—6. A	Examen.	1. A—12—6. A
6 A *		6 *
66 11		72 12. A
1 ÷ 11		1 ÷ 12
66 11		72 24
55 + 11		72 + 12
121 — 121.		144 — 144.

8 *Ad hoc demonſtrandum*, ſumamus aliquam æquationem, quæ ex. gr. ſit inter AA & A + N, hoc eſt, inter quadratum, & latus + numerum abſolutum, ſitq; in hoc appoſito ſchemate A + B latus quadrati, quod indagandum. Et quia ponitur 1. AA æqualis A + N, erit numerus laterũ minor latere A + B. Sit ergo recta A, vel 1. A numero laterum æqualis, cujus ſemiſſis A/2. deſcribatur ſuper lineam A + B quadratum AA + 2. AB + BB, vel, quod idem eſt, ſuper lineam A/2 + A/2 + B quadratum AA — AA/4 + AA/4 + 4. AB/2 + BB, in quo reperiantur quadrata quatuor, videlicet AA, ſeu AA — AA/4, AA/4 + 2. AB/2 + BB, AA/4 & BB, ut conſtat ex corollario prop. 4. lib. 2. Euclidis. Quoniam igitur parallelogrammum AA + AB, ſeu AA — AA/4 + AA/4 + 2. AB/2 comprehenſum ſub A + B latere quadrati ignoti, & numero laterum A ſeu 2 A/2, valor eſt omnium laterum, ponitureq; quadratum

X 2 AA

AA ✝ 2. *AB* ← BB æquale valori laterum una cum numero aliquo abſoluto, erit parallelogrãmum AB ← *BB* ſeu ½ *AB* ← BB numero illi abſoluto æquale. Et quoniam AB, AB per 36 & 43. prop. 1. lib. *Eu* ½ *clidis* æqualia ſunt, ſicuti etiam per eandem prop. ½ 43. parallelogramma duo ½ AB circa quadratum BB; æqualia etiam erunt ½ AB circa quadratum AA, addito ergo communi ½ AB ← *BB*, erit parallelogrammum ½ AB ← ½ BB æquale quadr ¼ ato imperfecto BB ← 2. ½ *AB*. Sed in baſi 2. AB ← BB æqua ½ tur BB ← 2. AB in perpendiculo, hoc eſt, numero abſolu ¼ to. (Sunt en ½ im, per prop. 43. lib. 1. ½ Euclidis, quatuor rectangula AB æqualia, addito communi quadrato *BB*, æqualia exiſtent 2. AB ← *BB* & *BB* ✝ 2. AB) igitur ½ & quadratum imperfectum 2. AB ← BB æquabitur numero ½ abſoluto: quod ½ ſi addatur quadrato AA, quadrato dimi ½ dii numeri laterum, ſinoreſcet quadratum *AA* ← 2. *AB* ← BB, cujus ¼ lateri *A* ← *B*, ſi adiiciatur ½ *A* in directum, dimidium nume ¼ ri late ½ rum iuxta præceptum ex ½ tractionis laterum ½, cognitum erit latus A ← B ſeu 2 A ✝ B ½, quod eſt propoſitum.



Exempla negata hanc habent analyſis ſuæ regulam:

9 *Numeri propoſitorum laterum accipiatur dimidium ab hujus dimidii quadrato ſubducatur, vel eidem addatur numerus abſolutus, prout ſigno negato vel affirmato fuerit affectus, & ex ſumma, vel reliquo extrahatur latus quadrati, à quo ſubtrahatur dimidium numeri datorum laterum, & reſiduum erit latus, ſeu pretium unius lateris quadrati quæſiti.*

10 *Hæc exempla negata ſunt duorum generum; aut enim numerus laterum eſt notatus ſigno negato, aut numerus abſolutus.*

Prioris generis exemplum 1.

Sit data magnitudo 55 —— 6. *A*, ex qua educendum ſit latus quadrati? Reſp. 5. dividatur enim numerus laterum 6. *A* in duas partes, & pars dimidia 3. A ducatur in ſe, factoq; 9. *AA* addatur 55 numerus abſolutus datus, & ex ſumma 64, educatur latus quadrati, quod eſt 8, a quo ſubductum dimidium numeri laterum, videlicet, 3. *A* dat 8 —— 3. *A*, hoc eſt, 5. pro latere quadrati quæſito. Ad hoc demonſtrandum in numeris ita procedes: ſi 1. A eſt 5, erunt 6. A 30, quibus ſubductis à 55, numero nimirum abſoluto, remanent 25, quibus æquatur numerus quadratus 25, hujus lateris 5. Vt

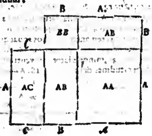
Exemplum 2.

Sit propoſita magnitudo 72 —— 6. *A*, ex qua extrahendum latus quadrati? Reſp. 6. dividatur enim numerus laterum, qui eſt 6. *A* bifariam, & ſemiſſis 3. *A* multiplicetur quadratè, quadratoque 9. AA adiiciatur numerus abſolutus datus 72, & ex aggregato 81 educatur latus quadrati, A quo ſc. 9. auferatur 3. *A* ſemiſſis numeri propoſitorum laterum, & reſiduum 9 — 3 A. ſeu

A ſeu 6 eſt latus quadrati quæſitum, quod eductum eſt ex magnitudine data 72—6. *A*. Ad hoc probandum per numeros, dic, ſi 1. A eſt 6, erunt 6. *A*, 36, quibus ſubductis à 72, reliqui erunt 36, quos æquat quadratus numerus 36, hujus lateris 6. Vt:

55 —6. A 2 ÷	Magnitudines datæ.	72—6. *A* 2 ÷
3. A 3. *A* *		3. *A* 3. A
9. *AA* 55 +		9. AA 72 +
64 ——L. Q. 8. 3. *A*—		81 ——L. Q. 9. 3. *A*—
8—3. *A* 3 *A*—		9—3. *A* 3—
1. *A*—5—6. *A* 6. *A* *	Examen.	1. *A*—6—5. *A* 6. *A* *
30 1 ÷		36 1 ÷
30— 55—	5 5 *	36 6 72— 6 *
25	25.	36 36

Demonſtrationis gratia aſſumamus æquationem aliquã, quæ exempli gr. ſit inter *AA* & N—*A*, hoc eſt, inter quadratum, & numerum abſolutum—latus, ſitq; A latus quadrati nobis ignotũ,
11 quod quæritur, quo prolongato verſus ſiniſtra n. ſtatuatur recta B + C numero laterum æqualis, quæ dividatur in duas partes æquales, ut *B* vel etiam C ſit ſemiſſis numeri laterum. Super rectam A + *B* compoſitam ex latere quadrati ignoti & ſemiſſe numeri laterum, deſcribatur quadratum *AA* + 2. *AB* + BB. Quoniam igitur in hoc *AA* & *BB* quadrata ſunt ex corollario prop. 4. lib. 2. Euclidis, erit parallelogrammum AC + *AB* contentum ſub *C* + *B* numero laterum, & A latere quadrati, quod quæritur, valor ſeu pretium laterum; (numerus enim laterum ductus in valorem lateris, producit omnium laterum valorem. Vt exiſtente uno latere 6, valebunt 5. *A* 30) atq; adeo *AB*, dimidium pretii laterum, cùm per 36. prop. lib. 1. Euclidis æqualia ſint parallelogramma *AB* & AC: Cùm ergo per prop. 43. lib. 1 Euclidis parallelogramma duo ſc. 2. *AB* æqualia quoque ſint, erunt duo parallelogramma AB æqualia integro laterum pretio. Et quoniam quadratum AA æquale ponitur alicui numero abſoluto, minus valore laterum: vel quia quadratum *AA*, unacum valore laterum, quorum numerus eſt *B* + C, ponitur æquale alicui numero abſoluto, erit quadratum imperfectum AA + 2. A*B* illi numero abſoluto æquale, quod ſi perficiatur, ut ei quadratum *BB* adiciatur, quadratum nimirum dimidii numeri laterum, cognitum erit totum quadratum *AA* + 2. *A*B + *BB*, à cujus latere A + *B*, ſi auferatur B dimidium numeri laterum, ut præcipit regula, notum fiet latus A, Quod eſt demonſtrandum.



Pe-

Datis planis A & C declinantibus, ductis ab eodem puncto concurſus linearum A & C ad planum horizontale B. Dico quod diuturnitates gravium deſcendentium per A & C ſunt, ut A & C. Fiat enim, ut C ad A, ita A ad AA, ita ut grave rotatione ſua AA abſolvat eodem tempore, quo abſolvit A. Quoniam eſt, ut AA ad C, ita quadratum temporis AA ad quadratū temporis C, per prop. 3. hujus §. 21. Et tempora AA & A ſunt æqualia, per conſtr. Et proinde eorum quadrata; ergo, ut AA ad C, ita quadratum temporis A, ad quadratum temporis C, cùm quadrata datorum temporum, ſunt etiam quadrata aliorum datis æqualium. Sed ut AA ad C, ita quadratum AA ad C C, per 19. ſexti Eucl. Ergo ut quadratum temporis A ad quadratum tēporis C, ita quadratum AA ad quadratum C C, ergo ut tempus A ad tempus C, ita A ad C, per 22. ſexti Eucl. Quod fuit demonſtrandum.

C —— A —— A

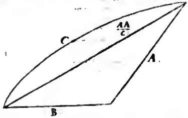
A *

AA

C ÷

AA

C



15 *V. Datis duabus magnitudinibus primam proportionalem inquirere. Duc primā in ſe, & factam divide per ſecundam, & quotus erit prima proportionalis.*

Ex. gr. ſint datæ A 6, & B 9 proportionales, quibus prima ſit invenienda. Multiplicetur ſecunda ſeu prima data in ſe; ut ſit AA 36, & facta dividatur per B 9, ſecundam datam, & quotus erit $\frac{AA}{B}$ 4 pro proportionali prima quæſita. Vt:

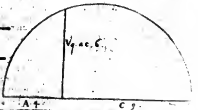
A —— B   6 —— 9

A *   6 *

AA   36

B ÷   9 ÷

AA / B.   4



16 *VI. Datis duobus magnitudinibus mediam proportionalem invenire. Multiplicentur data in ſe, & ex producta eliciatur latus quadrati.*

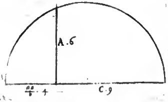
Ex. gr. ſint data A 4, & C 9, quibus media proportionalis eſt invenienda? multiplica A 4 per C 9, & ex facta AC 36 educ latus quadrati, quod erit √Q. AC, 6. Vt:

A —— C   4 —— 9

A   4

AC LQ.   36 LQ.

√Q. AC   6.



Secundo *de Cubo.*

17 *I. Complementum majus eſt medium majus, & minus eſt medium minus, proportionale inter cubos ſingulares.* Ex.

Ex. gr. ſit datus cubus totus 12167 pro AAA ✠ 3. AAB ✠ 3. *ABB* ✠ *BBB*, cuius latus 23 pro *A* ✠ *B*, erunt eius complementa duplicis generis: tria majora, ut ſunt 12. 12. 12. pro 3. *AAB*, tria minora ut 18. 18. 18 pro 3. *ABB*; cubi præterea erũt duntaxat duo; quorum unus major ſc. 27. pro BBB, alter verò minor ſc. 8 pro *AAA*. Vt hic vides:

A—*B*
2—3
———
8————AAA
12
12 }——3. *AAB*.
12
18
18 }——3. ABB
18
2 7————BBB
———
1216 7

A ✠ *B*
A ✠ B
———
AA ✠ *AB*
AB ✠ BB
———
AA ✠ 2. AB ✠ BB
A ✠ B
———
AAA ✠ 2. AAB ✠ ABB
AAB ✠ 2. ABB ✠ BBB.
———
AAA ✠ 3. AAB ✠ 3 A. BB ✠ BBB.

Dico iam complementum majus ABB 18 eſſe medium proportionale majus inter cubos ſingulares *AAA* 8 & BBB 27. Eodem modo dico, complementum minus AAB 12 eſſe medium proportionale minus inter cubos ſingulares dictos AAA 8 et BBB 27. Vt ex hoc diagrammate liquet. Vt ſe enim habet 2 ad 3, id eſt, 8 ad 12, ſic ſe habet 6 ad 9, hoc eſt, 18 ad 27. Vbique eſt ratio ſeſquialtera tam inter 8 & 12, quam inter 18 & 27. Vt:

AAA———*AAB*———ABB———BBB
8 ——— 12 ——— 18 ——— 27
4 ÷ 4 ÷ 3 ÷ 3 ÷
——— ——— cõtractè
2 ——— 3 ——— 6 ——— 9

18 2. *Factus à tribus continuè proportionalibus eſt cubus medii.*

Vt ſunto tres continuè proportionales A 2, B 4 & C 8. Dico factum ab iis ſc. ABC 64 eſſe cubum medii ſc. BBB 64. Vt:

A—*B*—*C*
B ∗ B ∗
———
BB BC
P∗ *A*∗
———
BBB = *ABC*

2—4—8
4 ∗ 4 ∗
———
16 32
4∗ 2∗
———
64 = 64

19 *Eſt autem elementum hoc regula quędam ſolidorum aurea, quâ dato trium proportionalium altero extremo cum ſolido omnium, dantur reliqui:*

Vt hic datis 64 cum primo 2, dabitur medius 4 per analyſin lateris cubici numeri 64. Iam productus à 2 per 4, eſt 8 baſis ſolidi, per quam diviſum ſolidum omnium videlicet 64. dat quotum 8 altitudinem, quæ eſt tertius proportionalis: Vel, quia 4 eſt medius, ejus quadrato 16. diviſo per 2. tanquam per primum, quotus erit itidem 8 pro tertio proportionali. Vt:

2——64
———LC.
Medius. 4.
2 ∗
———
8
64 ÷
———
8. Tertius.

4
4 ∗
———
16
2 ÷
———
8. Tertius.

20 *Quatuor continuè proportionalium extremi ſunt ſimiles ſolidi: & ſi quatuor iſti ſunt minimi, extremi ſunt cubi.*

Ex. gr. ſint dati quatuor continuè proportionales 16. 24. 36. 54. dico extremos 16 & 54 eſſe ſimiles ſolidos. Sunt enim facti à ternis lateribus proportionalibus ſic :

4   6
2 *   3 *
8   18
2   3
16.   54.

Cæterùm ſunto iam proportionales quatuor continuè minimi : 8. 12. 18 & 27. Dico extremos 8 & 27 eſſe cubos, ut conſtat.

16 —— 24 —— 36 —— 54
2 ÷   2 ÷   2 ÷   2 ÷
—————————— contractè
8 —— 12 —— 18 —— 27

Cubi.

21 4. *Si quatuor numeri fuerint continuè proportionales, facti ab extremis per eorũ alternos quadratos ſunt cubi mediorum, major majoris, minor minoris.*

Ex. gr. ſint dati quatuor continuè proportionales : 2. 4. 8. 16, quadrati extremorum ſunt 4 & 256 : iam factus à minore extremo 2 per majoris quadratum 256, eſto 512 : factus autem à majore extremo 16 per minoris quadratum 4, eſto 64. Majoris latus cubi eſt 8 pro proportionali medio majori ; Minoris verò latus cubi eſt 4, pro proportionali medio altero, eoq; minore: Vt:

2 —— 4 —— 8 —— 16

2 *   16 *
4   96
16 *   16
64 —— L.C.   256
     2 *
     512 —— L.C.

4 —————— 8.

Duo medii inventi.

Erit ergo hoc theorema meſolabium quoddam, id eſt, duorum continuè mediorum proportionalium inventio, qua datis extremis indagantur medii.

22 5. *Si quatuor numeri fuerint continuè proportionales, erit ut primus ad quartum, ſic cubus è primo ad cubum è ſecundo.*

Ex. gr. ſint (ut ſupra) dati quatuor continuè proportionales 2. 4. 8. 16. erit ergo ut 2 ad 16, quorum ratio eſt ſub octupla, ſic cubus primi 8 ad cubum ſecundi 64, quorum cuborum ratio ſimiliter eſt ſuboctupla. Ratio in promptu eſt, quia ratio primi ad ſecundum triplicatur in quarto. Hinc triplicata ratio etiam cuborum ratio dicitur. Vt :

2 —— 4 —— 8 —— 16
2   4 *
4   16
2   4
2 —— 16 —— 8 —— 64

23 6. *Duo media proportionalia inter duos numeros inveniuntur, ſi minor ducatur in ſe, factuſq; in majorem. Latus enim quoti cubicum indicabit primum mediũ proportionale. Secundò, ut inveniatur ſecundum, ducatur primum proportionale in ſe, & dividatur per primum numerum datum.*

Ex. gr. dati ſint duo extremi 3 & 24, inveſtigandi ſint duo medii proportionales inter hoſce datos.

tos. Duc primum 3 in ſe, & factum 9 in ultimum 24, ex hoc facto 216 extrahe latus cubi, quod eſt 6 pro ſecundo proportionali ſeu primo medio. Multiplica ſecundo hunc 6 in ſe, factumq; 36 divide per primum 3, ut quotus ſit 12, pro tertio proportionali, ſeu ſecundo medio quæſito. *Erit ergo*, ut 3 ad 6 ſic 12 ad 24.

3 —— 6 —— 12 —— 24

3 *   9 *

9   216

—— L. C.

6

6 *

3

3 ÷

12.

24 *Et hic facile invenit locum oraculum delphicum de duplicando cubo:*

Apollo etenim conſultus de belli, vel, ut alii volunt, peſtis fine, reſpondit tum fore belli & calamitatum *Græciæ* finem, ſi altare in *Delo*, quod erat figuræ cubicæ, duplicaſſent. *Delphi* igitur altari ſuo cubico alterum altare cubicæ figuræ addentes, & exiſtimantes, ſe duplicaſſe cubum, conſtituerunt priſma oblongum, hoc facto lues nondum ceſſavit. Quæſiverunt itaq; hujus quæſtionis interpretem, invenerunt que *Platonem* qui univerſa *Græciæ* judicio vates hic fuit, læruſq; oraculo reſpondiſſe dicitur. *Græcos* ab *Apolline* coargui, quod *Geometriæ* eſſent rudes. Eſt enim in Stereometria inſolubilis quæſtio de duplicando Cubo, ſicuti in Planimetria de quadrando circulo, & in longimetria de invenienda proportione diametri ad peripheriam. *Oſtendit autem Plato, cubum duplicari, ſi duarum linearum rectarum duæ mediæ proportionales inquirantur.* Cæperunt tum *Delphi Mathemata* excolere, quæ tranquillitas animorum, & ſedatio tumultuum comitari ſolet. *Præterea Hippocrates primus hanc quæſtionem ſolviſſe putatur*, & quidem adminiculo hujus theorematis paulo ante propoſiti, ſc. ſi quatuor rectarum continuè proportionalium, prima ſit dimidia quartæ, cubus primæ erit dimidius ad cubum ſecundæ. Cujus demonſtratio eſt in prop. 33, lib. 11. *Eucl.* Ex qua appatet, ſi fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales, vt eſt prima ad quartam, ita eſſe parallelepipedum ſuper primam deſcriptum, ad parallelepipedum ſimile, ſimiliterq; deſcriptum ſuper ſecundam. Ratio eſt, quia tam parallelepipedum ad parallelepipedū (ut *Euclides* c. l. docet) quàm prima linea ad quartam ex definitione 10. lib. 5. *Eucl.* habet proportionem triplicatam proportionis lineæ primæ ad ſecundam, videlicet homologorum laterum. *Præterea multorum ingenia exercuit, imo torſit res hæc de inveniendis duabus mediis proportionalibus inter duas datas*, quamvis autem beneficio hyperbolæ, parabolæ, duarum parabolarum, aliiſque viis hoc opus arduum aggreſſi ſint, *tum Veteres*, ut ſunt: *Eratoſthenes, Plato, Pappus Alexandrinus, Sporus, Menechmus, Architas Tarentinus*, Hero, *Apollonius Pergæus, Phylo Byſantius, Philoponus Diocles & Nicomedes*, quorum modos qui expetit, legere eas poterit in commentariis *Eutocii Aſcalonitæ* in libr. 2. *Archimedis* de Sphæra & cylindro, item in libello *Iohannis Verneri* de ſectionibus Conicis; *tum Recentiores*, quorum non exiguus eſt numerus: Tamen nullus adhuc in hodiernum uſq; diem extitit, qui illud verè ac Geometricè invenerit inventumq; demonſtraverit. Prætermiſſis autem hiſce modis omnibus ſubtiliſſimis, tantum *Heronis* hoc loco explicabo.

25 *Conſiſtit autem is in meſolabo ſeu meſographo qui eſt infinita regula, quæ ſiſtitur cochleato unco per cavum mobili. Qui Meſographus fluit ex ratione oblongi cum rectangulo, quæ ratio eſt quintuplex*, hoc modo:

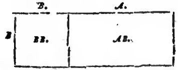
26 Prima. *Oblongum è tota & ſegmento æquatur rectangulo ſegmentorum, & prædicti ſegmenti quadrato.*

Ex. gr. Sit linea recta *A* + *B* ſecta in duas partes inæquales, quarum pars *A* ſit 4, & *B* 2, rectangulum *AB* + *BB* 8 + 4, id eſt, 12, ex *A* + B 4 + 2, id eſt, 6, & ſegmento minore B 2 factum æquatur parallelogrammo *AB*. 8 ex *A* 4 & *B* 2 facto, item quadrato *BB* 4 facto ex B 2, in ſe ipſum. Vt:

In Numeris.

A + B *A* B	4 + 2 4 2
B * B * B *	2 * 2 * 2 *
AB + BB = AB + BB.	8 + 4 = 8 + 4.

Se-



27 Secunda. *Oblonga è tota & ſegmentis æquantur è tota quadrato.*
Vt recta A + B + C 2 + 2 + 2, id eſt, 6, ſecta ſit ut vides. Dico oblonga tria hinc facta, nempe ex 2 & 6 æquari quadrato ex tota 6, videl. A + B + C. Vt:

A + B + C
A *
AA + AB + AC
3 *

A + B + C
A + B + C *
AA + AB + AC
AB + BB + BC
AC + BC + CC

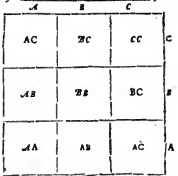
3. AA + 3. AB + 3. AC ═ AA + 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + CC.

In Numeris.

2 + 2 + 2
2 *
4 + 4 + 4
3 *
12 + 12 + 12
12
12 +

2 + 2 + 2
2 + 2 + 2 *
4 + 4 + 4
4 + 4 + 4
4 + 4 + 4
═ 4 + 8 + 12 + 8 + 4
8
8
4
4 +

36. ═ 36.



28 Tertia. *Oblonga duo è tota & ſegmento cum tertio quadrato reliqui ſegmenti æquantur quadratis totius & prædicti ſegmenti.*
Sit recta data A + B 4 + 2. Dico oblonga duo ſc. 2. AB + 2. BB, id eſt, 16 + 8, è tota A + B 4 + 2, & ſegmento B 2, æquari quadrato totius AA + 2. AB + BB 16 + 16 + 4, & prædicti ſegmenti BB 4. Vt:

A + B
B *
AB + BB
2 *

A
A *
AA.

A + B
A + B
AA + AB
AB + BB

B
B *
BB.

2.

2. AB ← 2. BB AA ← 2. AB ✠ BB
AA ← BB ←

AA ✠ 2. AB ✠ 2. BB ═══ AA ← 2. AB ← 2. BB.

In Numeris.

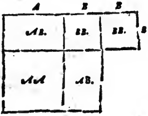
4 ✠ 2 4 4 ← 2 2
2 * 4 * 4 ← 2 * 2 *

8 ← 4 10. 16 ← 8 4
2 * . 8 ← 4

16 ← 8 16 ← 16 ← 4
8 ← 16
4 ✠

24 36
16 ← 4 ←

40 ═══ 40.



39 Quarta. *Si recta ſit ſecta in partes æquales, & ſecus, oblongum inæqualium ſegmentorum, cum quadrato inter ſegmenti, æquatur quadrato biſegmenti.*

Vt ſit recta data C ← A + B, quæ ſecta ſit in partes æquales duas C & A ← B, & inæquales duas C ← A & B. Dico oblongum BC ← AB : 2 ← 8 factum ex C ← A 6 ← 4 & B 2, cum AA 16 quadrato inter ſegmenti A 6, æquari quadrato AA ← 2. AB ← BB 16 ← 16 ✠ 4, id eſt, 36 biſegmenti A ← B 4 ← 2, id eſt, 6. Ratio eſt, quia rectangulum AB eſt commune; alterum vero rectangulum AB ← BB æquatur rectangulo BC ex conſtructione. Ergo AA ← BC ← AB æquabitur AA ← 2. AB ✠ BB.

C ← A A A ← B
B * A * A ← B *

BC ← AB ← AA AA ✠ AB
AB ← BB

AA ← BC ← AB ═══ AA ← 2. AB ← BB.

In Numeris.

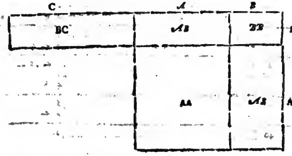
6 ← 4 4 4 ← 2
2 * 4 * 4 ← 2 *

12 ← 8 ✠ 16 16 ← 8
8 8 ← 4
16 ← ───
16 ← 16 ← 4
16
4 ✠

36 ═══ 36.

Hoc

Hoc theorema aliter ſic enunciatur:
Si linea recta ſecta fuerit in partes æquales & inæquales, tum rectangulum, quod continetur ſegmentis æqualibus, totius lineæ datæ una cum quadrato minoris ſegmenti, æquale erit quadrato à dimidia linea deſcripto.



30 Quinta. *Si recta eſt biſecta & continuata, oblongum continuatæ & continuationis cum quadrato biſegmenti æquatur quadrato compoſito ex biſegmento & continuatione.*

Ex. gr. Recta A + B ſit ſecta in A 4 & B totidem, & continuata parte C 2: dico oblongum AC + BC + CC 8 + 8 + 4 factum ex A + B + C 4 + 4 + 2 continuata, & C 2 continuatione, una cum quadrato BB 16 facto ex biſegmento B 4, æquari quadrato BB + 2. BC + CC 16 + 16 + 4, id eſt, quadrato compoſito ex biſegmento B 4 & continuatione 2, hoc eſt, ex 4 + 2, id eſt, 6. Ratio eſt, quia quadratum BB eſt commune, & BC rectangulum æquatur AC rectangulo, cũ ſegmenta A & B ex theſi ſint æqualia. Vt:

A + B + C   B   B + C
      C ✱   B ✱   B + C ✱

AC + BC + CC + BB   BB + BC
                               BC + CC

BB + AC + BC + CC ═══ BB + 2. BC + CC.

In Numeris.

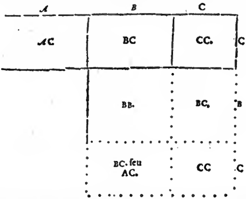
4 + 4 + 2   4   4 + 2
2 ✱   4 ✱   4 + 2 ✱

8 + 8 + 4 + 16   16 + 8
                          8 + 4

8 + 8 + 4 + 16 ═══ 16 + 16 + 4
8   16
4   4 +
16 +

36 ═══ 36

Atq;



31 *A*tq; hę ſunt quinq; Rõnes Rationales oblõgi cũ rectãgulo ortæ ex triplici lateris ſectione: Vnde *Heronis* melographum dimanaſſe diximus. Huius mechanicam deſcriptionem qui vult, perlẽgat elem. 8, lib 13 Geomet. *Rami*.

31 Vidimus nunc Tabellæ Quadratorum & Cuborum uſum in numeris proportionalibus tam in quadrato, quàm in cubo; *ſequitur uſus, quem habent in conſtructione Virgarum ſeu Regularum Stereometricarum*, quarum beneficio capacitates doliorum vinariorum indagantur. *Quæ quidẽ Regulæ Menſoriæ ſunt duplices: Prima dicitur Quadratica*, eo quod ex numeris quadratis, vel lateribus variè multiplicatis compoſita ſit. *Secunda Virga*, quæ eſt proprie ſtereometrica, *vocatur Cubica*, cùm puncta per numeros cubicos, ſeu latera cuborum varie multiplicatorum illi inſcribantur. *Vſui etiam hæ tabulę ſunt linearum Geometricarum ſeu ſtereometricarum diviſionibus, pro circinis proportionalibus*. De quibus Regulis Stereometricis vide *Johannem Keplerum*, *Adrianum Metium*, *Petrum Guldinum*, in primis vero Hartmannum Belerum in ſua Stereometria Inanium, & in tractatu de Arithmetica Decimali.

CAP. XVI.

DE

Analyſi lateris in numeris Algebricis Simplicibus, & Compoſitis.

TAntùm de Analyſi laterum in numeris abſolutis; ſequitur ex 5. t t. cap. præced. 20. edi&io laterum è numeris Algebricis, utpote, qui à certis poteſtatibus Algebricis ſunt denominati.

3 *Hæc analyſis laterum Algebricorum eſt eorundem vel ſimplicium, vel cōpoſitorum.*

3 *Analyſis Simplicium abſolvitur hac regula: Erue latus propoſitum illius numeri, relicta poteſtate, tum à poteſtate eiuſdem numeri ſubtrahe poteſtatem, à qua latus educendum denominatur, & habebis poteſtatem, à qua latus quæſitum denominabitur.*

Exemplum 1. in Quadrato.

Sit inveniendum latus quadrati hujus magnitudinis 841. AA ⊹ 2. AB ⊹ BB, ſumpto latere quadrati ipſius dati numeri 841, quod eſt 29, ſubtrahatur poteſtas AA, à qua nimirum *poteſtas* latus quadrati, quod inquirendum, denominatur, a poteſtate AA, quam numerus propoſitus 841 adiunctam habet, tum ſimiliter ſubducatur diviſor 2. A à dividenda 2. A, ut & factam 2. AB à dividenda 2. AB, & quadratum BB, a dividenda ultima nota BB, ut latus quæſitum ſit 29 A ⊹ B. Quod examinabitur, ſi latus inventum 29. A ⊹ B in ſe ducatur, ut poteſtas propoſita 841. AA ⊹ 2. AB ⊹ BB denuo exſurgat. Vt:

Poteſtas. 8 4 1. AA ⊹ 2. A B ⊹ B B
4 -- | -- | -- AA
4 4 | ——— 2. A
4
3 6 | ——— 2. A B
8 1
8 1 ——————— B B.
0 0

A — B
2 9. A ⊹ B. Latus.
2 9* A ⊹ B *
2 6 1 AA ⊹ AB
5 8 AB ⊹ BB
8 4 1. AA ⊹ 2. AB ⊹ BB. Poteſtas.

Exemplum 2 in Cubo.

Sit data poteſtas Cubica tam in numeris, quàm in ſpeciebus propoſita, quæ ſit 12167. AAA ⊹ 3. AAB ⊹ 3 ABB ⊹ BBB, ex qua eruendum eſt latus, quod peracta operatione invenietur eſſe 23. A ⊹ B: Educatur enim ex numeris datis 12167 latus cubi 23, iuxta methodum, quam ſupra præſcripſimus, poſtmodum A ⊹ B ex AAA ⊹ 3. AAB ⊹ 3. ABB ⊹ BBB, & omnibus ſpeciebus inter ſe multiplicatis, ſubducatur cubus AAA à primo dividendi cubo AAA, tum 3. AA diviſor à dividenda 3. AA, vel parallelepipeda ſex ſe. 3. AAB à dividenda 3. AAB & 3. ABB à dividenda 3. ABB, deniq; cubus BBB à cubo BBB, & verū cubi latus emerget 23. pro A ⊹ B. Quod probabitur multiplicatione lateris 23. A ⊹ B in ſe cubicè, ut poteſt data 12167. AAA ⊹ 3. AAB ⊹ 3. ABB ⊹ BBB reſtituatur. Vt:

1 2 1 6 7. AAA ⊹ 3. A A B ⊹ 3. A B B ⊹ BBB
8 | - | - | AAA
4 1
1 2. | ——— 3. A A
3 6 | ——— 3. A A B
5 6
5 4 | ——————— 3. A B B
2 7
2 7 ——————————— B B B.
0 0

23. A ⊹ B. Latus.
23* A ⊹ B *
69 AA ⊹ AB
46 AB ⊹ BB
529 AA ⊹ 2. AB ⊹ BB
23 A ⊹ B
1587 AAA ⊹ 2. AAB ⊹ ABB
1058 AAB ⊹ 2. ABB ⊹ BBB
12167. AAA ⊹ 3. AAB ⊹ 3. ABB ⊹ BBB
Cubus

Suc-

Digitized by Google

4 Succedit eductio lateris è numeris Algebricis Compoſitis, & quidem quadrati, cuius duplex tradi poteſt regula.

5 *Prima* tum commodiſsime adhibetur, quando laterum numerus datus impar eſt, ut evitentur fractiones, quod exempla mox commonſtrabunt.

6 *Sunt autem exempla illa vel affirmata, vel negata.*

7 *Exemplorũ affirmatorum hæc eſt regula: Numeri propoſitorum laterum accipiatur dimidium, cuius quadrato addatur numerus abſolutus, & ex aggregato educatur latus quadrati, cui addatur dimidium numeri laterum datorum, & ſumma erit latus, ſeu pretium unius lateris quadrati.*

Exemplum 1.

Sit data magnitudo 6. A 55 affirmata, cuius inveſtigandum ſit latus quadrati? Reſp. 11. dividatur enim numerus laterum 6. A biſariam, & quoti 3. A quadrato nimirum 9. AA addatur numerus abſolutus datus 55, & ex ſumma 64. educatur latus quadrati, quod eſt, 8. cui adjũgatur ſemiſſis numeri laterum 3. A, ut latus datæ magnitudinis 6 A ← 55 quæſitũ ſit 11. Quod probabitur hoc modo: ſi 1. latus eſt 11, erunt 6. A, 66, quibus additis ad 55 numerum abſolutum datum, ſiunt 121, quibus æquatur numerus quadratus 121 lateris inventi 11. Vt:

Exemplum 2.

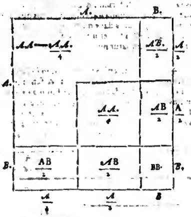
Sit data magnitudo 6. A ✠ 72 affirmata, cujus inquirendum ſit latus quadrati? Reſp. 12. dividatur enim numerus laterum 6. A datus in duas partes, & ſemiſſis 3. A quadretur, & quadrato 9. AA addatur numerus abſolutus datus 72, & ex ſumma 81 extrahatur latus quadrati, videlicet 9, cui addita ſemiſſis datorum laterum, ſc. 3. A, dat 9 ✠ 3. A, id eſt 12. pro latere quadrati quæſito. Quod ita examinare licet: cum 1. latus eſt 12, erunt 6. A, 72, quibus additis ad 72, ſiunt 144, quibus æquatur 144 quadratum lateris inventi 12. Vt

6. A ← 55		Magnitudines datæ.	6. A ← 72	
2 ÷			2 ÷	
3. A			3. A	
3. A ●			3. A *	
9. AA			9. AA	
55 ✠			72 ✠	
64			81	
——L.Q.			——L.Q.	
8.			9	
3. A ✠			3. A ✠	
8 ← 3. A			9. ← 3. A	
3. A ✠			3. A ←	
1. A——11. 1. A——6. A		Examen.	1. A——12——6. A	
6 A *			6 *	
66	11		72	12. A
1 ÷	11		1 ÷	12
66	11		72	24
55 ✠	11		72 ✠	12
121	121.		144	144.

8 *Ad hoc demonſtrandum*, ſumamus aliquam æquationem, quæ ex. gr. ſit inter AA & A ← N, hoc eſt, inter quadratum, & latus ← numerum abſolutum, ſitq; in hoc appoſito ſchemate A ← B latus quadrati, quod indagandum. Et quia ponitur 1. AA æqualis A ✠ N, erit numerus laterũ minor latere A ← B. Sit ergo recta A, vel s. A numero laterum æqualis, cujus ſemiſſis $\frac{A}{2}$. deſcribatur ſuper lineam A ← B quadratum AA ← 2. AB ← BB, vel, quod idem eſt, ſuper lineam $\frac{A}{2}$ ← $\frac{A}{2}$ ← B quadratum AA—$\frac{AA}{4}$ ✠ $\frac{AA}{4}$ ✠ 4. $\frac{AB}{2}$ ← BB, in quo reperiantur quadrata quatuor, videlicet AA, ſeu AA—$\frac{AA}{4}$, $\frac{AA}{4}$ ← 2. $\frac{AB}{2}$ ← BB, $\frac{AA}{4}$ & BB, ut conſtat ex corollario prop. 4. lib. 2. Euclidis. Quoniam igitur parallelogrammum AA ← AB, ſeu AA—$\frac{AA}{4}$ ✠ $\frac{AA}{4}$ ← 2. $\frac{AB}{2}$ comprehenſum ſub A ← B latere quadrati ignoti, & numero laterum A ſeu 2 $\frac{A}{2}$, valor eſt omnium laterum, ponitutq; quadratum

X 2 AA

AA + 2. AB + BB æquale valori laterum una cum numero aliquo abſoluto, erit parallelogrã mum AB + BB ſeu. AB/2 + BB numero illi abſoluto æquale. Et quoniam AB/2, AB/2 per 36 & 43. prop. 1. lib. Euclidis æqualia ſunt, ſicuti etiam per eandem prop. 43. parallelogramma duo AB/2 circa quadratum BB; æqualia etiam erunt AB/2 circa quadratum AA/4, addito ergo communi AB/2 + BB, erit parallelogrammum AB/2 + BB æquale quadrato AA/4 imperfecto BB + 2. AB/2. Sed in baſi 2. AB/2 + BB æquantur BB + 2. AB/2 in perpendiculo, hoc eſt, numero abſoluto. (Sunt enim, per prop. 43. lib. 1. Euclidis, quatuor rectangula AB/2 æqualia, addito communi quadrato BB, æqualia exiſtent 2. AB/2 + BB & BB + 2. AB/2) igitur & quadratum imperfectum 2. AB/2 + BB æquabitur numero abſoluto: quod ſi addatur quadrato AA/4, quadrato dimidii numeri laterum, illinc creſcet quadratum AA/4 + 2. AB/2 + BB, cujus lateri A/2 + B, ſi adjiciatur A/2 in directum, dimidium numeri laterum juxta præceptum extractionis laterum, cognitum erit latus A + B ſeu A/2 + B, quod eſt propoſitum.



9 *Exempla negata hanc habent analyſis ſuæ regulam:*

Numeri propoſitorum laterum accipiatur dimidium ab hujus dimidii quadrato ſubducatur, vel eidem addatur numerus abſolutus, prout ſigno negato vel affirmato fuerit affectus, & ex ſumma, vel reliquo extrahatur latus quadrati, à quo ſubtrahatur dimidium numeri datorum laterum, & reſiduum erit latus, ſeu pretium unius lateris quadrati quæſiti.

10 *Hæc exempla negata ſunt duorum generum; aut enim numerus laterum eſt notatus ſigno negato, aut numerus abſolutus.*

Prioris generis exemplum 1.

Sit data magnitudo 55——6. A, ex qua educendum ſit latus quadrati? Reſp. 5. dividatur enim numerus laterum 6. A in duas partes, & pars dimidia 3. A ducatur in ſe, factoq; 9. AA addatur 55 numerus abſolutus datus, & ex ſumma 64, educatur latus quadrati, quod eſt 8, a quo ſubductum dimidium numeri laterum, videlicet, 3. A dat 8——3. A, hoc eſt, 5. pro latere quadrati quæſito. Ad hoc demonſtrandum in numeris ita procedes: ſi 1. A eſt 5, erunt 6. A 30, quibus ſubductis à 55, numero nimirum abſoluto, remanent 25, quibus æquatur numerus quadratus 25, hujus lateris 5. Ut:

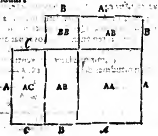
Exemplum 2.

Sit propoſita magnitudo 72——6. A, ex qua extrahendum latus quadrati? Reſp. 6. dividatur enim numerus laterum, qui eſt 6. A bifariam, & ſemiſſis 3. A multiplicetur quadratè, quadratoque 9. AA adjiciatur numerus abſolutus datus 72, & ex aggregato 81 educatur latus quadrati, A quo ſc. 9. auferatur 3. A ſemiſſis numeri propoſitorum laterum, & reſiduum 9——3 A. ſeu

A ſeu 6 eſt latus quadrati quæſitum, quod eductum eſt ex magnitudine data 72 — 6. *A*. Ad hoc probandum per numeros, dic, ſi 1. A eſt 6, erunt 6. *A*, 36, quibus ſubductis à 72, reliqui erunt 36, quos æquat quadratus numerus 36, hujus lateris 6. Vt:

55 — 6. A 2 ÷	Magnitudines datæ.	72 — 6. *A* 2 ÷
3. A 3. *A* *		3. *A* 3. A
9. *AA* 55 +		9. AA 72 +
64 — L. Q. 8. 3. *A* —		81 — L. Q. 9. 3. *A* —
8 — 3. *A* 3 *A* —		9 — 3. *A* 3 —
1. *A* — 5 — 6. *A* 6. *A* *	Examen.	1. *A* — 6 — 6. *A* 6. *A* *
30 1 ÷		36 1 ÷
30 — 5 55 — 5 *		36 6 72 — 6 *
25 — 25.		36 — 36

Demonſtrationis gratia aſſumamus æquationem aliquam, quæ exempli gratia ſit inter *AA* & N — *A*, hoc eſt, inter quadratum, & numerum abſolutum — latus, ſitq; A latus quadrati nobis ignotum,
11 quod quæritur, quo prolongato verſus ſiniſtram ſtatuatur recta B + C numero laterum æqualis, quæ dividatur in duas partes æquales, ut *B* vel etiam C ſit ſemiſſis numeri laterum. Super rectam A + *B* compoſitam ex latere quadrati ignoti & ſemiſſe numeri laterum, deſcribatur quadratum *AA* + 2. *AB* + BB. Quoniam igitur in hoc *AA* & *BB* quadrata ſunt ex corollario prop. 4. lib. 2. Euclidis, erit parallelogrammum AC + *AB* contentum ſub *C* + *B* numero laterum, & A latere quadrati, quod quæritur, valor ſeu pretium laterum; (numerus enim laterum ductus in valorem lateris, producit omnium laterum valorem, Vt exiſtente uno latere 5, valebunt 5. *A* 30) atq; adeo *AB*, dimidium pretii laterum, cùm per 36. prop. lib. 1. Euclidis æqualia ſint parallelogramma *AB* & AC: Cùm ergo per prop. 43. lib. 1 Euclidis parallelogramma duo ſc. 2. *AB* æqualia quoque ſint, erunt duo parallelogramma AB æqualia integro laterum pretio. Et quoniam quadratum AA æquale ponitur alicui numero abſoluto, minus valore laterum: vel quia quadratum *AA*, unà cum valore laterum, quorum numerus eſt *B* + C, ponitur æquale alicui numero abſoluto, erit quadratum imperfectum AA + 2. A*B* illi numero abſoluto æquale, quod ſi perficiatur, ut ei quadratum *BB* adiciatur, quadratum nimirum dimidii numeri laterum, cognitum erit totum quadratum *AA* + 2. *A*B + *BB*, à cujus latere A + *B*, ſi auſferatur B dimidium numeri laterum, ut præcipit regula, notum fiet latus A, Quod eſt demonſtrandum.



Pr-

12 *Poſterioris generis exemplum* 1.

Sit data magnitudo 18. A——56, ex qua educatur latus quadrati 12. hoc modo: accipiatur 9. A ſemiſſis numeri laterum datorum 18. A, ſecundo ab huius 9. A quadrato 81. A A auferatur numerus abſolutus 56. & ex reliquo 25 extrahatur latus quadrati, quod eſt 5, cui addatur dimidium numeri laterum, ſc 9. A propter ſignum affirmatum, quod adjunctum habet, & latus quadrati quæſitum erit 5. + 9. A, hoc eſt, 14. Quod ſic examinatur: ſi 1. A eſt 14, facient 18. A, 252, ablatis nunc 56 à 252, ut reſiduum ſit 196 quod æquat numerus quadratus 196 lateris inventi 14. Vt:

Exemplum 2.

Sit data magnitndo 18. A——72, ex qua extractum latus eſt 12, caplatur enim 9. A ſemiſſis numeri laterum datorum 18. A, tum ab huius 9. A quadrato 81. A A tollatur numerus abſolutus 72, & ex reſiduo 9. educatur quadrati latus, quod eſt 3, quod additum dimidio numeri laterum, videl. 9. A, dat pro latere quadrati quæſito 3 + 9. A, hoc eſt, 12. Quod hinc liquet: ſi 1. A eſt 12, erunt 18. A, 216, ablatis ergo ab hiſce 216, 72, & remanent 144, quibus æqualis eſt 144 numerus quadratus lateris inventi 12. Vt:

18. A——56	Magnitudines datæ.	18 A——72
2 ÷		2 ÷
9. A		9. A
9. A ✱		9. A
81. A A		81. AA
56——		72——
25		9
——L.Q.		——L.Q.
5		3
9. A +		9. A ✱
1. A——14——18. A.	Examen.	1. A——12——18. A
18. A ✱		18. A
112		96
14		12
252 14		216 12
1. A ÷ 14 ✱		1 ÷ 12 ✱
252 56		216 24
56—— 14		72—— 12
196 —— 196.		144 = 144

13 *Hic notandum 1., hujuſmodi numeros Algebricos negatos, in quibus numerus abſolutus gaudet ſigno negato, habere duplex latus æquationi ſatisfaciens, majus videlicet, & minus.*

Maius invenitur ut modò expoſitum eſt.

Minus, ſi latus quadrati illius reſidui ex dimidio numeri laterum ſubtrahatur.

Vt in datis exēplis videre eſt. In quibus 18. A——72 dat latus maius 12, minus 6. & 18. A——56, exhibet latus quadrati majus 14, minus verò 4. Quod ſic probatur in exemplo primo, ſi 1. A eſt 6, erunt 18. A, 108, à quibus ſubductis 72, remanent 36, quos æquat quadratum 36 huius lateris minoris inventi 6; ſic in exemplo ſecundo, ſi 1. A eſt 4, erunt 18. A, 72, à quibus detractis 56, reliqui ſunt 16, quos æquat quadratum 36, minoris lateris inventi, nimirum 4. Vt:

18. A——72	Magnitudines data.	18. A——56
2 ÷		2 ÷
9. A		9. A
9. A ✱		9. A ✱
81. AA		81
72——		56——

9
——L.Q.
3 3
9 + 9 —
12. Majus. 6. Minus. Latera quæſita.
1. A — 6 — 18. A
18. A *
108 6
72 — 6 *
36 = 36.

25
——L.Q.
5 5
9 + 9 —
14. Majus. 4. Minus.
1. A — 4 — 18. A
18. A *
72 4
56 — 4 *
16 = 16

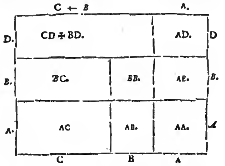
14 *Notandum 2. numerum illum Algebricum Negatum gaudentem numero abſoluto ſigno negato affecto, unicum habere duntaxat latus, cujus numerus abſolutus quadrato dimidii numeri laterum æquatur. Hujus enim numeri Algebrici latus eſt ipſum dimidium numeri laterum.*

Ex. gr. ſit data magnitudo 12. A — 36, ex qua eductum latus quadrati eſt 6, dimidium puta numeri laterum quia numerus abſolutus 36 æquatur quadrato dimidii numeri laterum: capiatur enim dimidium numeri laterum, nempe 6, & a quadrato hujus dimidii, ſc. a 36 ſubducãtur 36, ut reliqua ſit o, cujus quadrati latus itidem eſt o, ſive igitur huic lateri invento addideris 6 dimidium numeri laterum, ſive ex hoc dimidio prædictum latus o ſubtraxeris, ſemper tamẽ reperies latus 6, quod eductum ex numero propoſito 12. A — 36. Vt:

12. A — 36
2 ÷
6. A
6. A *
36. AA
36 —
0
——L.Q.
0 6
6 + 0 —
6. Latus. 6.

15 Vt hæc etiam probemus, ſumamus æquationem inter AA & A — N, hoc eſt, inter quadratum, & latus numerum abſolutum. Quapropter ſit numero laterum æqualis recta A + B + C, quæ ſecerur in duas partes æquales, ut ſunt C & B + A, iterum in duas partes inæquales, quales ſunt C + B & A. Super majorem partem C + B fiat quadratum AC + BC + CD + BD + BB + AB, & perficiatur parallelogrammum AC + BC + CD + BD ∓ AD + BB + 2. AB + AA contentum ſub duobus lateribus A + B + C & A + B + D; ſunt ex A + B dimidio numeri laterum fiat quadratum AA + 2. AB + BB, eruntq; quadrata AA & BB ex corollario prop. 4. lib. 2. Euclidis, & per 36. libri 1. Eiuſdem, parallelogrammia duo AC & BC quadrato AA + 2. AB + BB æqualia. Sive igitur quadratum datum, quod quæritur, ſit AC + BC + CD ∓ BD + BB + AB, ſive AA, ſive AA + 2 AB + BB, ſemper vera erit æquatio, hoc eſt, erit quadratum æquale lateribus minus aliquo numero abſoluto, vel unum quadratum cum aliquo numero abſoluto æquale lateribus. Sit enim primum quadratum propoſitum AC + BC + CD + BD + BB + AB. Erit ergo parallelogrãmũ AC ∓ BC + CD + BD + AD + BB + 2. AB + AA contentum ſub latere quadrati A + B + D, & numero laterum C + B + A, valor omnium laterum: atq; adeo cum valori laterum æquetur quadratum AC + BC + CD + BD + BB ∓ AB, una cum numero abſoluto, vel quadratum AC + BC + CD + BD + BB + AB æquale ſit valori laterum AC + BC + CD + BD + AD + BB + 2. AB ∓ AA minus numero abſoluto, ex hypotheſi; æquabit parallelogrammum AA + AB ∓ AD, numerum abſolutum. Et quoniam parallelogrammum hoc AA + AB + AD + æquatur parellelogrammo AC + AB, quod latera A + B ∓ D & A, lateribus B + C & A æqualia ſint, propter quadrata, AC + BC + CD + BD + BB

BB + AB & AA; eſt autem parallelogrammum AC ✠ AB quadrato imperfecto AA + 2. AB ęquale, cùm enim per prop. 43. lib. 1 Euclidis æqualia ſint complementa duo AB; addito communi quadrato AA, erit AB + AA ipſi AA + AB æquale. Sed, per prop. 36. lib. 1. Euclidis, AB + AA æquatur ipſi AC. Igitur & AA + AB ipſi AC æquabitur, additoq; communi AB, fiet AC + AB quadrato imperfecto AA ✠ 2. AB æquale. Igitur & AA + AB + AD hoc eſt, numerus abſolutus quadrato imperfecto AA + 2. AB æqualis erit. Quod ſi auferatur, ut docet regula extractionis laterum, ex AA + 2. AB + BB quadrato dimidii numeri laterum, relinquetur notum quadratum BB, cuius latus B additum ad C dimidium numeri laterum, conſtituet latus B + C quadrati AC + BC + CD + BD + BB + AB notum. Quod eſt propoſitum.



16 *Secundò*, ſit etiam datum quadratum AA, eodem numero laterum, numeroq; abſoluto eodem manentibus; erit ergo parallelogrammum AC + AB ✠ AA contentum ſub numero laterum A + B + C, & latere quadrati A, æſtimatio omnium laterum: ac proinde, cùm quadratum AA, una cum numero aliquo abſoluto, valori laterum æquetur, vel quadratum AA ęquale ſit valori laterum AC + AB + AA, minus aliquo numero abſoluto, ex hypotheſi; erit parallelogrammum AC + AB ęquale numero abſoluto, quod cùm æquale ſit quadrato imperfecto AA ✠ 2 AB, ut ſupra probavimus, erit & numerus abſolutus quadrato imperfecto AA + 2. AB æqualis. Quo ſubducto ex quadrato AA ✠ 2. AB + BB, dimidii ſcilicet numeri laterum, notum relinquetur quadratum BB, cuius latus B ex B + A dimidio numeri laterum ſubductum, notum relinquet A latus quadrati dati AA. Quod eſt propoſitum.

17 *Tertiò*, datum quoq; ſit quadratum AA + 2. AB ✠ BB. Erit igitur parallelogrammum AC + BC + 2. AB + BB + AA. ſub A + B + C numero laterum, & latere A + B comprehenſū, pretium datorum laterum, quibus æquale ſtatuitur quadratum AA + 2. AB + BB, una cum dato numero abſoluto. Vel, quibus æquale ponitur quadratum AA + 2. AB + BB, minus numero abſoluto. Igitur parallelogrammum AC + BC æquabitur numero abſoluto. Quo ſubducto ex quadrato AA + 2. AB + BB, dimidii ſcilicet numeri laterum, nihil remanebit, cùm per prop. 36. lib. 1. Euclidis, æqualia ſint parallelogrammum AC + BC & quadratum AA + 2 AB + BB: atq; adeo nihil addendum vel ſubtrahendum erit à dimidio numeri laterum, ſed ipſum dimidium numeri laterum, nimirum A + B, latus erit quadrati dati. Quod eſt propoſitū.

18 *Quapropter*, ſi ex. gr. AA æquetur A —— N, vel æquatio ſit inter AA + N & A (quod unum & idem eſt) ſi numeri latus, qui relinquitur, ſubducto numero abſoluto ex quadrato dimidii numeri laterum, adiiciamus dimidio numeri laterum, inveniemus latus majus æquationi datæ ſatisfaciens: ſi verò idem ex dimidio numeri laterum tollamus, inveniemus latus minus æquationis datæ: ſi deniq; numerus abſolutus æqualis ſit quadrato dimidii numeri laterum, erit ipſum dimidium numeri laterum latus quæſitum.

Et

Et hæc fuit eductionis lateris quadrati è numeris Algebricis compoſitis regula *prima*, quæ in his potiſsimum exemplis, commoditatis gratia, locum invenit, in quibus datus laterum numerus eſt par; ſequitur nunc *ſecunda*, quę priori hoc ſaltem in caſu commodior eſt, in quo laterum numerus propoſitus eſt impar, vel fractus, ne opus ſit ſemiſſem ſumere illius, quæ ſemper eſt numerus fractus, vel integer & fractus. Eſt autem Regula ſecunda quam habet Petrus Nonius Algebræ ſuę cap. 4. part. 1, eiuſmodi:

19 *Quadrato numeri laterum addatur, vel ab eodem ſubducatur quadruplum numeri abſoluti, prout hic ſignum affirmatum, vel negatum adjunctum habuerit, hoc facto, aggregati vel reſidui lateri quadrati adjiciatur, vel ab eodem ſubtrahatur numerus laterum, prout ille ſigno affirmato vel negato fuerit affectus: Nam ultimum hoc totum reſiduum-ve dabit valorem duplicati lateris quadrati. Semiſſis igitur ipſius erit pretium unius lateris quæſiti.*

20 *Demonſtratio hujus Regulæ hæc eſt:*

Quoniam per ſchol. prop. 4. lib. 2. Euclidis, quadratum numeri laterum quadruplum eſt quadrati, quod fit ex dimidio numeri laterum, ſicuti etiam numerus abſolutus quadruplicatus eſt quadruplus numeri abſoluti, ſit per 1. prop. 5. lib Eucl., ut etiã sũma, quæ fit ex quadrato numeri laterũ, & quadruplo nu. abſoluti, quadrupla ſit ſũmæ, quæ prius in alio modo operõis cõficiebatur ex quadrato dimidii numeri laterũ, & numero abſoluto efficitur quoq; per prop. 5. lib. 5. Euclidis, ut & reſiduum, quod fit ex ſubductione quadrupli numeri abſoluti ex quadrato numeri laterum, quadruplum ſit reliqui, quod antea fiebat ex ſubtractione numeri abſoluti ex quadrato dimidii numeri laterum. Quare latus quadrati huius aggregati, vel reſidui, duplum erit lateris quadrati prioris ſummæ vel reſidui; quemadmodum & numerus laterum duplus eſt dimidii numeri laterum. Sive igitur ad hoc latus quadrati adiicias numerum laterum, vel ab eodem eundem ſubducas, fiet quoq; per prop. 1. vel 5 lib. 5. Euclidis, ſumma vel reliquus duplus ſummæ vel reſidui, quod fit ex additione dimidii numeri laterum ad latus quadrati in priori calculo inventum, vel ex ſubductione dimidii numeri laterum ex priori latere quadrati. Quapropter dimidium huius aggregati vel reſidui erit valor lateris quadrati quæſiti.

Exemplum 1.

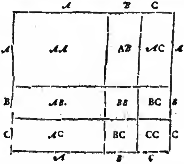
21 Sint datę duæ magnitudines (ut ſupra) 55 —— 6. A & 72 —— 6. A, ex quibus extrahẽda ſint quadrati latera. Ad hæc invenienda duc data latera 6. A & 6. A in ſeſe quadrate, & numeros abſolutos datos 55 & 72 multiplica per 4; & quadruplis 220 & 288 adde quadratum 36. AA, & ex totis 256 & 324 educ quadrati latera, quæ ſunt 16 & 18, a quibus detrahe numerum datorũ laterum, ſc. 6, A, & reſidua 10 & 12 divide bifariam, & quoti 5, & 6 ſunt magnitudinum datarum 55 —— 6. A & 72 —— 6. A quadrati latera quæſita: Vt:

55 —— 6. A 4 * 6 *	Magnitudines datę.	72 —— 6. A 4 * 6 *
220 36. AA 36 +		288 36. AA 36 +
156 ———— L. Q. 16 6. A ——		324 ———— L. Q. 18 6. A ——
10 2 ÷		12 2 ÷
5.	Latera quæſita.	6.

22 *Ad hoc demonſtrandum*, aſſume ęquationem inter *AA* & N —— *A*, hoc eſt, per tranſpoſitionem ſigni negati, inter *AA* + *A* & N. Ponatur nunc *B* latus quadrati ignotum, quod inquirendum, quo prolongato verſus ſiniſtram, conſtituatur recta *A* numero laterum æqualis. Conſtituatur etiam verſus dextram C æqualis ipſi *B*, & ex tota A + B + *C* deſcribatur quadratum *AA* + 2. *A*B + 2. *A*C + *BB* + 2. *B*C + CC, in quo quadrata ſunt AA, *BB*, 2. *BC* & CC, & quadratum imperfectum 2. *AB* + 2. *A*C + BB + 2. *B*C + CC quadruplum parallelogrammi *AC* + *BC*. Quoniam verò BC ponitur quadratum, cuius latus B vel C quæritur, erit parallelogrammum AC contentum ſub numero laterum *A* & latere C, valor laterum omnium. Cùm ergo æquatio ſit inter, AA + *A* & N, erit parallelogrammum *A*C + BC æquale numero abſoluto, atq; adeo quadratum imperfectum 2. *AB* + 2. AC + BB + 2. *B*C + CC quadruplum

Digitized by Google

numeri abſoluti, quod ſi adiiciatur ipſi quadrato majori *AA*, ſc. quadrato numeri laterum *A*, totum quadratum *AA* + 2. *AB* + 2. AC + *BB* + 2. *BC* + CC erit cognitum; ex cujus latere A + *B* + C cognito, ſi auferatur *A* numerus laterum, reliquum erit ſegmentum C + B duplum ſegmenti *B*, quod quæritur, cognitum. Quod eſt propoſitum.



Exemp'um 2.

23 Sint data magnitudines 6. *A* + 55 & 6. *A* + 72, ex quibus eruē ſa ſint latera. Duc latera data 6. *A* in ſe, duc etiam numeros abſolutos 55 & 72 in 4. & factis 220 & 288 adde quadrata 36. AA, & ex aggregatis 256 & 324 educ quadrati latera, quæ ſunt 16 & 18, quibus adde numerum laterum datum, nimirum 6. *A*, & aggregata 22 & 24 divide bifariam, ut quoti 11 & 12 ſint latera quadrati quæſita magnitudinum datarum 6. A + 55, & 6. *A* + 72. Vt:

6. *A* + 55 — Magnitudines datæ. — 6. *A* + 72
6. *A* * 4 * — 6. A * 4 *

36. *AA* 220 — 36. *AA* 288
36 + — 36 +

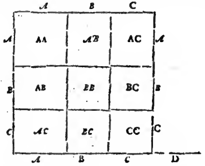
256 — L. Q. — 324 — L. Q.
16 — 18
6. A + — 6. *A* +

22 — 24.
2 ÷ — 2 ÷

11. — Latera quæſita. — 12.

24 *Ad hæc demonſtrandum* proponamus æquationē inter *AA* & A + N. Ponatur A + B latus quadrati ignotum, quod quæritur, & *A* numerus laterum. Potracta recta *A* + B verſus dextram, fiant ſegmenta B & C, item A & D æqualia, & ex *A* + *B* + *C* deſcribatur quadratum *AA* + 2. AB + 2. *AC* + BB + 2. *BC* + CC, perficiaturq; figura, ut prius: Erit rurſus, ut antea, quadratum imperfectum 2. *AB* + 2 AC + BB + 2. *BC* + CC quadruplu parallelogrammi *AB* + *BB*, & AA, *A* A + 2. AB + BB quadrata. Et quia *AA* + 2. *AB* + BB, quadratū ponitur, cujus latus *A* + *B* quæritur, erit parallelogrammum AA + *AB* contentum ſub *A*, numero laterum (eſt enim per prop. 34. lib. 1. Euclidis, *A* huius rectanguli baſi æqualis) & latere quadrati *A* + *B*, valor omnium laterum. Quocirca cùm ſit æquatio inter *AA* & A + N, erit parallelogrammum AA + *AB* numero abſoluto æquale, ac propterea quadratum imperfectum 2. AB + 2. *AC* + BB + 2. BC + CC eſt numeri abſoluti quadruplum, quo addito ad quadratum *AA*, quadratum puta numeri laterum, notum fiet totum quadratum *AA* + 2. AB + 2. AC + *BB* + 2. *BC* + *CC*; ad cujus latus A + *B* + *C* cognitum ſi addatur ſegmentum D, numerus laterum (poſitum enim eſt D numero laterum *A* æquale) cognita erit tota recta *A* + B + C + D, quæ dupla eſt lateris *A* + *B*, quod quæritur. Si enim æqualibus *B* & C æquales rectæ addantur *A* & D, totę *A* + *B* & *C* + D ęquabuntur, atq; adeo A + *B* + *C* + D dupla erit ipſius *A* + *B*. Quod eſt probandum.

Exem-



Exemplum 3.

25 Sint datæ magnitudines 18. A——56 & 18 A——72, ex quibus ſint extrahenda quadrati latera. Ad hęc invenienda, duc latera data 18. A in ſeſe quadratè, & productus erit 324, iam multiplica numeros abſolutos datos 56 & 72 per 4, & factos 224 & 288 ſubduc à quadrato 324, & ex reliquis 100 & 36 educ latera quadrati, quæ ſunt 10 & 6, quibus addantur latera data, ſc. 18. A, & ſummæ 28 & 24 bifariam ſecentur, & ſectiones iſtæ 14 & 12 erunt latera datarum magnitudinum 18. A——56 & 18. A——72 quadrati quęſita. Vt:

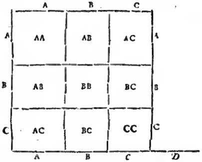
18. A——56		Magnitudines datę.	18 A——72	
18 *	4 *		18 *	4 *
144	224		144	288
18			18	
324. AA			324. AA	
224——			288 ——	
100			36	
——L. Q.			——L. Q.	
10			6	
18 ÷			18 ÷	
28			24	
2 ÷			2 ÷	
14		Latera quæſita.	12.	

26 Quod ſi latera quadrati ſuperius citata, nempe 10 & 6 ſubducantur ex 18. A, videlicet numero laterum dato, remanebant 8 & 12 pro valore duplicati lateris minoris (hujus modi enim numerus Algebricus negatus duplici gaudet latere, ut dictum eſt paulo ſuperius §. 13.) quare ſi hæc duplicata latera 8 & 12 bifariam dividantur, emergent vera latera quadrati minora 4 & 6 extracta ex magnitudinibus datis 18. A——56 & 18 A——72. Vt:

18. A——56		Magnitudines datę.	18 A.——72	
18 A*	4 *		18.	4.
144	224		144	288
18			18	
324. AA			324	
224			288	
100			36	
——L.Q.			——L.Q.	
10	18——		6	18
18 ÷	10——		18 ÷	6——
28	8		24	12
2 ÷	2 ÷		2 ÷	2 ÷
14. Majus.	4. Minus.		12. Majus.	6. Minus.

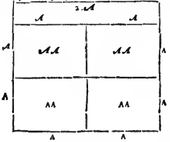
27 *Sequuntur calculi hujus demonſtrationes.*

Sit ergo æquatio inter AA & A — N. hoc eſt, ſi ſignum negatum reſtauretur, (ut lib. 2. hujus dicetur) inter AA + N & A. Sit numerus laterum recta A + B + C, & A + B latus quadrati, quod quæritur, ſit primum maius dimidio numeri laterum. Quoniam igitur AA + 2 AB + BB ponitur quadratum, cuius latus A + B inveniendum eſt, erit parallelogrammum AA + 2. AB + BB + AC + BC contentum ſub latere quadrati A + B, & numero laterum A + B + C, valor laterum. Cum ergo æquatio ſit inter AA + N & A, erit parallelogrammum AC + BC numerus abſolutus, atq; adeo quadratum imperfectum 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + CC ipſius quadruplũ, uti prius; quod ſi ex AA + 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + CC quadrato numeri laterum tollatur, remanebit quadratum AA notum, cuius lateri cognito A vel D, ſi addatur numerus laterum A + B + C, fiet nota tota A + B + C + D, quę dupla eſt lateris quadrati A + B, ut prius eſt demonſtratum.



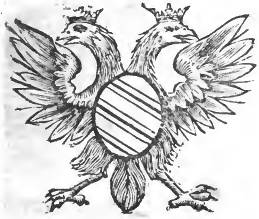
Sit iam C. latus quadrati inveniẽdum dimidio numeri laterũ minus, eritq; parallelogrammũ AC + BC + CC contentum ſub latere quadrati C, & numero laterum A + B + C, valor laterum. Et quia æquatio eſt inter AA + N & A, erit parallelogrammum AC + BC numerus abſolutus, ac proinde quadratum imperfectum 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + CC ipſius quadruplum; quod ſubductum ex AA + 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + CC, quadrato numeri laterũ, relinquit quadratum AA, eiuſq; latus propterea A notum fiet. Quod ſi A ex A + B + C numero laterum auferatur, reliqua erit nota recta B + C, quæ lateris C dupla eſt. Quod eſt propoſitum

Præterea ſi quadruplum numeri abſoluti ęquale fuerit quadrato numeri laterum, erit dimidium numeri laterum latus quadrati, quod quæritur. Sit enim 2. A recta numerus laterum ſecta bifariam in A & A, deſcriptoq; quadrato 4. AA, ducantur duæ rectæ per medium quadratum ſecantes quatuor ejus latera in duas partes æquales, & quadratum in quatuor quadrata æqualia. Si igitur A. dimidium numeri laterum ponatur latus quadrati, erit parallelogrammũ 2. AA contentum ſub latere quadrati A & numero laterum 2. A, valor laterum; ac propterea cũ æquatio ſit inter AA + N & A, erit AA quadratum numero abſoluto æquale, & quadruplum eius quadrato 4. AA, ex numero laterum 2. A, deſcripto æquale. Si igitur quadruplum numeri abſoluti, hoc eſt, quadratum 4 AA, tollatur ex 4. AA, quadrato numeri laterum 2. A, remanebit o. Quod ſive addatur ad 2. A, numerum laterum, ſive ab eo ſubducatur, nota fiet recta 2. A, quæ dupla eſt lateris A. quod eſt propoſitum.



Et

28 Et tantum deeductione laterum quadratorum; ſequitur nunc, ut declaremus, qua ratione è magnitudinibus compoſitis, iiſq; affirmatis & negatis latera cubi, quadrato--quadrati, quadrato--cubi, cubo--cubi erui poſſint. Verum cùm quod ſciam, in hunc vſq; diem nondum à quoquam iſta ars inventa ſit, cuius beneficio eiuſmodi latera certo extrahi poſſint, placuit ſolummodo tradere regulam, qua latera quadrata educantur, & curioſum lectorem dimittere ad Hieronymum Cardanum, Nicolaum Tartaleam, Raphaelem Bombellum, Michaelem Stifelium, Franciſcum Vietam, & Chriſtophorum Clavium, quorum circa nonnulla ſingularia exempla certa inventa in ipſorum Algebricis operibus extant.



TITVLVS II.

DE

MAGNITVDINIBVS RATIONALIBVS FRACTIS.

MEMBRVM I.

DE

Fractionibus in genere conſideratis.

CAPVT I.

DE

Fractionum notatione, & valore.

1 HActenus magnitudines Rationales integras vidimus; quas ex ordine (ut ex §.59. cap.2) excipiunt Rationales fractæ.

2 *Magnitudines fractæ ſunt propriè, quæ unitate minores ſunt.*

Omne enim integrum p o frangentis arbitrio in quotvis partes frangi imaginatione poteſt: & ſicuti numeratio integrarũ Magnitudinum incipiens ab unitate, in infinitum extendi poteſt,; ita etiam integrarum harum fractionem à ſecundis ordimur partibus, in immenſum, ſi ita placeat, procedentes: in pauciores enim partes quàm duas quidquam frangi, rerum natura non patitur. Nam unum quodq; individuum, etiamſi illud quantitate etiam minimum extiterit, quamdiu individuum eſſe perſeverat, tametſi re ipſa in infinitas partes frangi poſſet, integri naturam refert: ſic contra, quod ex illius integri ſectione dimanavit, licet vaſtæ magnitudinis exiſtens, partis naturam induit. Idcirco prima cuiuſcunque magnitudinis integræ fractio inſtituitur in duas, quarum utraq; magnitudinis integræ pars altera, dimidia vel ſecunda dicitur.

3 *Hæ fractiones conſiderantur in genere, & in ſpecie.*

4 *Fractiones in genere conſideratæ requirunt earum notationem, valorem & Reductionem.*

5 *Notatio eſt fractionis cuiuſcunque recta ſcriptio, & pronuntiatio. Notatur autem prima integri ſectio hoc modo:*

$\frac{1}{2}$ valetq; unum dimidium; ſic ſecunda integri ſectio fit in partes ternas, quarum una hoc modo, $\frac{1}{3}$: duæ verò ſequenti modo $\frac{2}{3}$ notari ſolent; priorem vocamus unam tertiam, poſteriorem verò duas tertias.

6 *Sunt præterea fractiones vel homologæ vel heterologæ.*

7 *Homologæ ſunt, quæ eodem nomine appellantur, ut numerator, & numerator, denominator & denominator.*

Sic ad partes rectè numerandas duo requiruntur, quorum primum loco ſuperiori, alterum inferiori ſcribatur, diſcretionis linea interjecta.

8 *Numerator (Græcis ὁ ἀριθμὸς) eſt magnitudo ſuperior, ita dicta, quod ſignificet partes acceptas ſeu eaſdem numeret, ex partibus, in quas totum eſt diviſum.*

Ita in hac fractione $\frac{A}{B}$ numerator dicetur *A*.

9 *Denominator (Græcis τὸ ὄνομα) eſt magnitudo inferior denominans integrum diviſum in totidem æquales partes.*

Sic in hac fractione $\frac{A}{B}$, dicetur ipſum B. denominator.

Harum

10 *Horum proprietates ſunt:*

Magnitudo Fracta quælibet eſt pars numeratoris denominata à denominatore.

Sit data magnitudo $\frac{A}{B}$ diviſa per B, dico eam eſſe partem numeratoris A denominatam à denominatore B. Eſt enim ut A numerator ad B denominatorem, ita A diviſa per B ad ſuum integrum A, eritq; permutando, ut A ad A diviſum per B, ita B ad integrum. Et convertendo, ut A diviſum per B ad A, ita integrum ad B. Cum ergo integrum A ſit pars denominatoris B, denominata ab ipſo denominatore B; erit quoq; fractio, ſeu A diviſum per B à denominatore B denominata eadem pars illius numeratoris A.

$$\frac{A}{B}.$$

In Numeris. Ponatur $\frac{2}{3}$ eſſe huius numeri 12, cujus $\frac{2}{3}$ ſunt 8. & quia numerator 2 ſignificat duo integra, id eſt, valet 24. & denominator valet 36. apparet certe ipſum 8. eſſe tertiam partem numeratoris, hoc eſt, 2 unitatum, quarum quælibet integrum 12 denotat, quæ duæ unitates faciunt 24, partem ſc: à denominatore 3. denominatam; ſicuti & datus numerus integer 12, tertia pars eſt denominatoris, id eſt, 3. unitatum, quarum quælibet numerum integrum 12 notat, quæ tres unitates faciunt 36, pars videlicet à denominatore 3. denominata.

$$\frac{2}{3}$$

11 *Si duæ Magnitudines fractæ eundem habuerint denominatorem, quarum unius numerator ſit unitas, eandem obtinebunt proportionem, quàm numeratores.*

Sint duæ fractiones datæ A & B, eundem habentes denominatorem C, & numerator B. ſit unitas. Dico hanc habere proportionē $\frac{A}{C}$ ad $\frac{B}{C}$, quam habet numerator A ad numeratorem B. Quoties enim unitas B continetur in A, toties fractio $\frac{B}{C}$ continetur in $\frac{A}{C}$: eo, quod fractio $\frac{A}{C}$ diſpeſcitur in tot fractiones, fractionis $\frac{B}{C}$ æquales, quot unitates ſunt in A, ita ut quælibet harum fractionum habeat numeratorem B, & denominatorem C. Igitur eadem pars eſt unitas B magnitudinis A, quæ fractio $\frac{B}{C}$ fractionis $\frac{A}{C}$; ac proinde erit, ut unitas B ad A, ita $\frac{B}{C}$ ad $\frac{A}{C}$; & convertendo, ita A ad B, ut $\frac{A}{C}$ ad $\frac{B}{C}$. Quod eſt demonſtrandū.

$$\frac{A}{C} \quad \frac{B}{C}$$

In Numeris. Sint datæ fractiones $\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}$ huius numeri 12. & quia ejus $\frac{1}{4}$ eſt 3; & $\frac{3}{4}$ ſunt 9. liquido conſtat, ita eſſe 3 ad 9, ut eſt numerator 1. ad numeratorem 3. vel ita 9 ad 3, ut 3 ad 1.

$$\frac{1}{4} \quad \frac{3}{4}$$

12 *Numerator cuiuſvis fractionis ad denominatorem eandem habet proportionem, quam fractio ad integrum, cujus eſt fractio.*

Sit data qualibet fractio A. Dico eſſe numeratorem A ad denominatorem C ad denominatorem C, ut eſt fractio $\frac{A}{C}$ ad ſuum integrum. Aſſumatur fractio B, cujus numerator B unitas, & denominator $\frac{}{C}$ idem C. Item alia fractio, cujus numerator D, æqualis ſit eidem denominatori C, ita ut ſuo integro æquetur. Si etenim numerator denominatori æquetur, fractio ſuo integro eſt æqualis; cùm tot partes integri in ſe contineat, in quot ipſum integrum ſectum eſt, ac proinde totum integrum habeat. Cum igitur ſit, ut A ad B, ita fractio $\frac{A}{C}$ ad fractionem $\frac{B}{C}$ ſicuti etiam, ut B ad D, ita minutia $\frac{B}{C}$ ad minutiam $\frac{D}{C}$; erit etiam, ut A ad D, id eſt, ut numerator A ad denominatorē C (ipſi D æquivalentem, ita fractio $\frac{A}{C}$ ad fractionem $\frac{D}{C}$, hoc eſt, ad integrum. Quod eſt demonſtrandum.

$$\frac{A}{C} \quad \frac{B}{C} \quad \frac{D}{C}$$

In

In Numeris. Sit data fractio $\frac{3}{4}$ huius integri 12. erit ejus $\frac{1}{4}$ 3, ac proinde $\frac{3}{4}$ numerus 9. Erit ergo, ut 9 ad 12, ſic 3 ad 4 numerator ſc. ad denominatorem.

$$\frac{3}{4} \quad 12.$$

13 ***Datæ fractiones eundem habentes denominatorem, quarum neutra numeratorem habeat unitatem, eandem inter ſe proportionem habent, quàm numeratores.***

Sint datę duæ fractiones $\frac{A}{C}$ & $\frac{B}{C}$, quæ eundem habeant deoominatorem C. Dico eſſe fractionem $\frac{A}{C}$ ad fractionem $\frac{B}{C}$, ut eſt *A* ad *B*. videlicet numerator ad denominatorem. Nam cum ſit ut A ad *C*, ita fractio $\frac{A}{C}$ ad ſuum integrum: & ut *C* ad B, ita integrum ad fractionem $\frac{B}{C}$: erit etiam, ut numerator *A*, ad denominatorem B, ita fractio $\frac{A}{C}$ ad fractionem $\frac{B}{C}$, quod eſt demonſtrandum.

$$\frac{A}{C} \qquad \frac{B}{C}$$

In Numeris: Sint datæ duæ fractiones $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{3}$ hujus integri 12. cujus $\frac{1}{3}$ ſunt 4, & eiuſdem $\frac{2}{3}$ ſunt 8, unde patet, quod eadem ſit proportio 8 ad 4, quæ eſt inter $\frac{2}{3}$ numeratorem 2, ad numeratorem 1.

$$12$$

$$\frac{1}{3} \qquad \frac{2}{3}$$

14 ***Si datarum duarum fractionum numerator prioris multiplicetur per denominatorem poſterioris, & numerator poſterioris per denominatorem prioris, habebit prior fractio ad poſteriorem eandem proportionem, quam prior magnitudo facta ad poſteriorem.***

Sint datę duę fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{B}{C}$, & ex *A* in C fiat AC & ex B in *B* fiat BB. Dico eſſe fractionem $\frac{A}{B}$ ad fractionem $\frac{B}{C}$, ut eſt *A*C ad *BC*, ſit enim *BC* producta ex *B* in C. Quia igitur A & *B* multiplicantes *C*, faciunt *A*C & BC, erit ut A ad ejus denominatorem B, ita *A*C ad BC. Vt autem eſt *A* ad denominatorem B, ita eſt fractio $\frac{A}{B}$ ad integrum. Eodem etiam modo erit, ut fractio $\frac{A}{B}$ ad integrum, ita *A*C ad BC. Sic etiam, quia numerator B, & C multiplicantes denominatorem B, producunt BB & BC, erit, ut numerator B ad C, ita BB ad BC: & convertendo, ut C ad B, ita BC ad BB. Vt autem C ad *B*, ita eſt integrum ad fractionem $\frac{B}{C}$. Erit propterea etiam, ut BC ad BB, ita integrum ad fractionem $\frac{B}{C}$. Erit etiam, ut *A*C ad BB, ita integrum ad fractionem $\frac{B}{C}$. Erit etiã, ut *A*C ad BB, ita fractio $\frac{A}{B}$ ad fractionem $\frac{B}{C}$. quod eſt demonſtrandum.

AC. BB.

$$\frac{A}{B} \qquad \frac{B}{C}$$

B ——— C

BC.

In Numeris. Data ſint duæ fractiones $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ numeri hujus 12. erunt duæ tertiæ ejus 8, & tres quartæ ejuſdem 9. dico ita eſſe $\frac{2}{3}$ ad $\frac{3}{4}$ ut 8 ad 9. qui duo numeri facti ſunt ex numeratoribus in denominatores, permutato ordine.

12

8. 9.

$$\frac{2}{3} \qquad \frac{3}{4}$$

3 ——— 4

12.

Conſectarium.

15 ***Ex hiſce perſpicuum fit, utra datarum duarum fractionum major ſit.***

Si videlicet facta magnitudo AC æquetur magnitudini factæ BB, erit quoq; fractio $\frac{A}{B}$ fractioni $\frac{B}{C}$ æqualis, ſi eadem minor, minor; ſi major, major, propter eandem proportionem AC ad BB & fractionis ad fractionem.

16 *Integrum ad ſummam duarum fractionum eandem habet proportionem, quam magnitudo ex ductu denominatorum mutuo facta ad ſummam duarum factarum, quarum una ex numeratore prioris fractionis in denominatorem poſterioris, altera ex numeratore poſterioris in denominatorem prioris producitur.*

Ex. gr. Sint datæ fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{B}{C}$, & ex B in C, fiat BC, & ex A in C fiat AC, & ex B in B, fiat BB. Dico ita eſſe integrum ad ſummam fractionum $\frac{A}{B}$ & $\frac{B}{C}$, ut eſt BC ad ſummam magnitudinum AC & BB. Quoniam enim eſt, ut fractio $\frac{A}{B}$ ad fractionem $\frac{B}{C}$, ita AC ad BB; erit addendo, ut ſumma fractionum $\frac{A}{B} + \frac{B}{C}$ ad fractionem $\frac{B}{C}$, ita ſumma magnitudinum AC + BB ad BB. Verum ut fractio $\frac{B}{C}$ ad integrum, ita eſt BB ad BC. Igitur ex æquo erit, ut ſumma fractionum $\frac{A}{B} + \frac{B}{C}$ ad integrum, ita ſumma magnitudinum AC + BB ad BC. Et convertendo, ut integrum ad ſummam fractionum $\frac{A}{B} + \frac{B}{C}$ ita BC ad ſummam magnitudinum AC + BB. quod eſt demonſtrandum.

AC. BB.
$\frac{A}{B}$ $\frac{B}{C}$
B——C
BC.

In Numeris. Sint datæ fractiones $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ hujus numeri 12. cujus $\frac{2}{3}$ ſunt 8, & $\frac{3}{4}$ ſunt 9. ac proinde fractionum ſumma 17. Dico, ut integrum 12 ad hanc ſummam 17, ita eſt 12, numerus ſc. ex denominatoribus productus ad 17 ſummam numerorum 8 + 9 ex numeratoribus in denominatores per crucem factorum.

12
8. 9.
$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$
3——4
12.

17 *Si duæ fractiones eundem habuerint numeratorem, erit ut prior fractio ad poſteriorem, ita poſterioris denominator ad denominatorem prioris.*

Sint fractiones datæ $\frac{A}{B}$ & $\frac{A}{C}$. Dico ita eſſe fractionem $\frac{A}{B}$ ad fractionẽ $\frac{A}{C}$, ut eſt denominator C ad denominatorem B. Fiat enim AC ex ductu A in C. & AB ex ductu A in B. Cum igitur A. multiplicans B & C, producat AC & AB; erit ut AC ad AB, ita C ad B. Vt vero AC ad AB, ita eſt fractio $\frac{A}{B}$ ad fractionem $\frac{A}{C}$. Igitur erit etiam fractio $\frac{A}{B}$ ad fractionem $\frac{A}{C}$, ut C. ad B. quod eſt demonſtrandum.

AC. AB.
$\frac{A}{B}$ $\frac{A}{C}$

In Numeris. Sint datæ duæ fractiones $\frac{2}{3}$ & $\frac{2}{4}$ hujus numeri 12. Cujus $\frac{2}{3}$ ſunt 8 & eiuſdem $\frac{2}{4}$ ſunt 6. apparet ex theoremate ita eſſe 8 ad 6, ut poſterior denominator 4 ad priorem 3. Vtrobiq; enim rationem ſeſquitertiam reperies.

8. 6.
$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{4}$

18 *Fractiones, quarum numeratores ad denominatores eandem habuerint proportionem, æquales ſunt.*

Sint fractiones datæ $\frac{A}{B}$ & $\frac{B}{C}$, & ſit eadem proportio A ad B, quæ B ad C, numeratoris ſc. ad denominatorem. Dico haſce fractiones æquales eſſe. Sicuti enim eſt A ad B, ita fractio $\frac{A}{B}$ ad integrum: & ut B ad C, ita fractio $\frac{B}{C}$ ad idem integrum: ut autem A ad B, ita ſtatuitur B ad C; eritq; fractio $\frac{A}{B}$ ad integrum, ut fractio $\frac{B}{C}$ ad idem integrum. Aequales idcirco erunt fractiones datæ $\frac{A}{B}$ & $\frac{B}{C}$. quod eſt demõſtrandum.

$\frac{A}{B}$ $\frac{B}{C}$

Conſectaria hinc fluunt duo: quorum eſt

19 Primum. *AEqualium fractionum numeratores ad denominatores eandem habent proportionem.*

Vt ſint datæ eædem fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{B}{C}$. Dico eſſe, ut A ad B, ita B ad C. Cùm enim æquales ſint fractiones, erit ut fractio $\frac{A}{B}$ ad integrum, ita fractio $\frac{B}{C}$ ad idem integrũ. Eſt autem, ut fractio $\frac{A}{B}$ ad integrũ ita A ad B, & ut fractio $\frac{B}{C}$ ad integrum, ita B, ad C. Igitur erit quoq;, ut A ad B, ita B ad C. quod demonſtrandum.

$\frac{A}{B}$ $\frac{B}{C}$

20 2. *Cujus fractionis numerator ad denominatorẽ habet majorem proportionem, illa major eſt: & quę major eſt, eius numerator ad denominatorem habet proportionem majorem.*

Sint, ut ſupra, datæ fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{B}{C}$. Sit itidem proportio data A ad B, quę B ad C. Dico majorem eſſe fractionem $\frac{A}{B}$ quàm $\frac{B}{C}$. Cùm enim ſit, ut A ad B, ita fractio $\frac{A}{B}$ ad integrum, et ut B ad C, ita fractio $\frac{B}{C}$ ad idẽ integrum, ponatur autem major proportio A ad B, quàm B ad C; erit quoq; major proportio fractionis $\frac{A}{B}$ ad integrum, quàm fractionis $\frac{B}{C}$ ad idem integrum. Maior ergo eſt fractio $\frac{A}{B}$ quam fractio $\frac{B}{C}$.

$$\frac{A}{B} \qquad \frac{B}{C}$$

21 *Si duæ fractiones, quarum numeratores per denominatores viciſſim multiplicatæ faciant magnitudines factas æquales, ſunt ęquales.*

Sint datæ duæ fractiones $\frac{A}{B}$ et $\frac{A}{B}$, et ex ductu A prioris numeratoris in B denominatorem poſterioris fractionis fiat AB; tum ex A numeratore poſterioris in B, denominatorem prioris fractionis fiat denuo AB: ſintq; primum magnitudines factæ 2. AB ęquales. Dico fractiones duas $\frac{A}{B}$ et $\frac{A}{B}$ eſſe ęquales. Quoniam enim magnitudo facta AB, producta ex A prima in B, quartã ęqualis eſt magnitudini AB productæ ex A ſecunda in B tertiam, erit ergo ut A prima numerator ad A ſecundam, ita B tertia denominator ad B quartam. Quare fractiones oblatę $\frac{A}{B}$ et $\frac{A}{B}$ inter ſe æquales ſunt. Vel ſic. Quoniam eſt, ut AB magnitudo facta ad alteram AB, ita fractio prior $\frac{A}{B}$ ad fractionem poſteriorem $\frac{A}{B}$. Sunt autem magnitudines duę productę AB et AB æquales; erunt etiam conſequenter fractiones datæ $\frac{A}{B}$ et $\frac{A}{B}$ inter ſe ęquales. Quod demonſtrandum.

$$\frac{A}{B} \qquad \frac{A}{B} \quad \Big| \quad \frac{AB}{AB}$$

22 *Corollarium 1.*

Numeratores æqualium fractionum in denominatores viciſſim ducti producunt æquales magnitudines.

Sint datæ æquales fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{A}{B}$. Dico magnitudinem productam AB æqualem eſſe magnitudini alteri factę AB. Nam ob ęqualitatem fractionum, erit ut numerator A ad numeratorem A, ita denominator B. ad denominatorem B. Quapropter eadem magnitudo creabitur ex A. prima in B quartam, quæ ex A, ſecunda in B tertiam; ac proinde magnitudines factæ AB & AB æquales erunt. Vel ſic. Quoniam eſt, ut fractio $\frac{A}{B}$ ad fractionem alteram $\frac{A}{B}$, ita magnitudo facta AB ad magnitudinem factam AB; ſtatuuntur autem fractiones datæ $\frac{A}{B}$ et $\frac{A}{B}$ æquales; erunt etiam magnitudines ab iis factæ 2. AB æquales. Quod demonſtrandum.

$$\frac{A}{B} \qquad \frac{A}{B} \quad \Big| \quad \frac{AB}{AB}$$

Corollarium 2.

23 *Cujus fractionis numerator per denominatorem alterius fractionis multiplicatus majorem gignit magnitudinem, illa quoq; fractio major eſt.*

Sit magnitudo AD major magnitudine BC. Dico fractionem quoq; $\frac{A}{C}$ majorem eſſe fractione $\frac{B}{D}$. Cùm enim ex A in D fiat magnitudo AD. major quàm BC; procreabitur BC ex minore magnitudine quam A. in D, ſcilicet v. g. ex E in D. Quia igitur eadem magnitudo BC fit ex E, prima in D quartam, & ex B ſecunda in C tertiam, erit per prop. 19. lib. 7. Euclidis, ut E, prima ad B, ſecundam, ita C, tertia ad D quartã: Eſt autem major proportio A ad B, quam E. ad B; quod A maior ſit ipſa E. Igitur maior proportio quoq; erit A ad B, quam C ad D, ac proinde fractio $\frac{A}{C}$ major erit fractione $\frac{B}{D}$. Vel ſic: quoniam eſt, ut AD ad BC, ita fractio $\frac{A}{C}$ ad fractionẽ $\frac{B}{D}$: Eſt autem AD major quàm BC; erit quoq; fractio $\frac{A}{C}$ major fractione $\frac{B}{D}$. Quod eſt demonſtrandum.

$$\overset{E}{\frac{A}{C}} \qquad \frac{B}{D} \quad \Big| \quad \frac{AD}{BC} \ \text{ſeu} \ \frac{AD}{ED}$$

Corollarium 3.

24 *Numerator maioris fractionis per denominatorem alterius fractionis multiplicatus, maiorem magnitudinem efficit.*

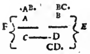
Sit

Sit fractio data $\frac{A}{C}$ major fractione data $\frac{B}{D}$. Dico & magnitudinem AD eſſe majorem magnitudine BC. Cũ enim major ſit fractio $\frac{A}{C}$ quàm fractio $\frac{B}{D}$, erit major proportio A ad B, quam C ad D. Minor ergo magnitudo quàm A, habebit ad B, eandem proportionem, quàm C ad D, quæ ſit ex. gr. E. Eadem ergo magnitudo fiet ex E prima, in D quartam, quę ex B ſecunda, in C tertiam. Cùm ergo ex A in D major fiat magnitudo, quàm ex E in D; propterea quod A maior ipſa E; erit etiam AD, magnitudo producta ex A in D, maior quàm BC producta ex B in C. Vel ſic: Quoniam eſt, ut fractio $\frac{A}{C}$ ad fractionem $\frac{B}{D}$, ita magnitudo AD ad BC ſeu ED. Eſt autem $\frac{A}{C}$ fractio fractione $\frac{B}{D}$ maior, erit quoq; magnitudo AD maior magnitudine BC. Quod eſt demonſtrandum.

$$\overset{E}{\frac{A}{C}} \quad \frac{B}{D} \quad \Big| \quad \frac{AD}{BC} \text{ ſeu } \frac{AD}{ED}$$

25 *Fractio fractionis æquatur fractioni ſimplici, cujus numerator ex mutuo numeratorum ductu, denominator verò ex mutuo denominatorum ductu gignitur.*

Sit data $\frac{A}{C}$ fractio fractionis $\frac{B}{D}$, reſpectu magnitudinis integrę E, & valor huius fractionis fractionis ſit ſimplex fractio F. Fiat AB magnitudo ex numeratoribus A in B, & CD magnitudo ex denominatoribus C in D. Dico datam fractionem fractionis $\frac{A}{C}$ æqualem eſſe ſimplici fractioni $\frac{AB}{CD}$, reſpectu magnitudinis integræ E, cuius videlicet numerator AB, & denominator CD. Fiat enim rurſus BC ex denominatore C in numeratorem B. Et quoniam eſt, ut A ad C, ita fractio $\frac{A}{C}$ ad ſuam integram, nimirum ad fractionem $\frac{B}{D}$, cuius integra eſt E. Item per 18. prop. 7. lib. Euclidis, ut A ad C, ita eſt AB ad BC; quod A, C, ipſam B multiplicantes faciant AB & BC: Erit quoq;, ut fractio $\frac{A}{C}$ ad fractionem $\frac{B}{D}$, ita AB ad BC. Rurſus, quia eſt, ut B ad D, ita fractio $\frac{B}{D}$ ad ſuã integrã E. Itẽ, per 17. prop. 7. lib. Euclidis, ut B ad D, ita eſt BC ad CD; quod C, ipſas B, D multiplicans fecerit BC & CD. Erit quoq; ut $\frac{B}{D}$ ad integram ſuam magnitudinem E, ita BC ad CD. Quoniam igitur eſt, ut fractio $\frac{A}{C}$ ad fractionem $\frac{B}{D}$, ita AB ad BC. Et ut fractio $\frac{B}{D}$ ad E integram, ita BC ad CD; erit ex æquo, ut $\frac{A}{C}$ fractio fractionis $\frac{B}{D}$ ad integrum E, ita AB ad CD,, erit ex ęquo, ut $\frac{A}{C}$ fractio fractionis $\frac{B}{D}$ ad integrum E, ita AB ad CD, ut autẽ $\frac{A}{C}$ fractio fractionis $\frac{B}{D}$ ad integrum E, ita eſt ſimplex fractio F ad eandem integram E, quod ſimplex fractio F æqualis poſita ſit fractioni datæ $\frac{A}{C}$ fractionis $\frac{B}{D}$; cùm eius valorem reſpectu magnitudinis integræ E, exprimat. Igitur erit quoq; ut AB ad CD, ita fractio ſimplex F. ad magnitudinem integram E. Cum ergo quoq; ſit, ut AB ad CD ita fractio $\frac{AB}{CD}$ ad eandem ſuam integram E: æquabuntur fractiones ſimplices F. & $\frac{AB}{CD}$: ac proinde cùm fractio F æquet datam fractionem fractionis, æquabit etiam ſimplex fractio $\frac{AB}{CD}$ datam fractionem $\frac{A}{C}$ reſpectu fractionis $\frac{B}{D}$, cuius integrum E, quod eſt probandũ.



Sit præterea data fractio $\frac{A}{B}$ major quàm $\frac{B}{C}$. Dico majorem eſſe proportionem A ad B, quàm B ad C. Erit enim major proportio fractionis $\frac{A}{B}$, maioris ad integrum, quàm fractionis $\frac{B}{C}$ minoris ad idem integrum. Itaque cùm ſit ut fractio $\frac{A}{B}$ ad integrum, ita A ad B, & ut fractio $\frac{B}{C}$ ad integrum, ita B ad C: erit etiam major proportio A ad B, quàm B ad C, quod eſt demonſtrandum.

$$\frac{A}{B} \qquad \frac{B}{C}$$

In Numeris. Sint datæ duæ fractiones $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{6}$ huius numeri 12. cujus tam $\frac{2}{3}$ quàm $\frac{4}{6}$ ſunt 8. ac proinde ęquales ſunt fractiones $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{6}$. At $\frac{3}{4}$ eiuſdem numeri 12 ſunt 9, videmus ergo numerum 9 maiorẽ eſſe numero 8, & hac de cauſa fractionem $\frac{3}{4}$ majorem eſſe $\frac{2}{3}$.

$$\frac{2}{3} \qquad \frac{4}{6}$$

Digitized by Google

CAPVT II.

DE

Fractionum Reductione.

1 *SEquitur fractionum Reductio, eaq; duplex: alia partium ad partes, alia partium ad integra, et integrorum ad partes.*

2 *Reductio partium ad partes eſt, quæ alias partes datis proportionales inquirit.*

3 *Et hæc eſt Reductio vel ad minimos terminos, vel ad cognominem denominationē.*

4 *Reductio fractionum ad minimos terminos eiuſdem rationis eſt, quæ dividit tam numeratorem, quàm denominatorem per maximum eorum communem menſuram, ut quoti ſint loco datorum.*

Ex. gr. ſit fractio $\frac{A}{B}$ reducenda ad minimos terminos.

Si igitur A & B fuerint magnitudines inter ſe primæ, non poterit fractio illa $\frac{A}{B}$ ad minimos terminos revocari, quandoquidem iam ipſa in minimis terminis conſtituta. Eiuſmodi verò magnitudines ab Euclide defin. 12. lib. 7. *πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί*, id eſt, primi ad invicem numeri appellantur. Reducatur autem hæc fractio, ſi fieri poteſt, ad minores terminos $\frac{C}{D}$, ita ut fractio $\frac{C}{D}$ ſit fractioni $\frac{A}{B}$ æqualis. Quoniam igitur eſt, ut A. ad *B*, ita C ad D; ſūtq; C & D magnitudines minores magnitudinibus *A* & B; non erunt *A* & B minimi in ſua proportione termini: ſunt autem & minimi, cùm inter ſe primi ſint, quod eſt abſurdum.

In Numeris. Sit data $\frac{13}{17}$, quæ fractio ad minores terminos reduci nequit, cum numeri inter ſe ſint primi, quia in mutua horum diviſione ſemper aliquod reſiduum apparet, donec ab unitatem procedatur.

Si verò magnitudines A et B non ſint inter ſe primæ;

Sed earum communis maxima menſura ſit C, quę metiatur *A* per D, & *E* per dico fractionē $\frac{D}{E}$, cujus numerator D, & denominator E, æquari fractioni datæ $\frac{A}{B}$ & in minimis terminis non conſtitutam. Nam quia *C*, metitur magnitudines *A* & *B* per D. & *E*, producētur *A* & *B* ex C. in D & E. Quare erit, ut *A* ad B, ita D ad E, ac proinde fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{D}{E}$ æquales inter ſe erunt. Præterea quia C. maxima menſura magnitudinum *A* & *B* metitur ipſas per D & *E*; erunt minimæ in proportione A ad *B*, quod eſt demonſtrandum.

$$\frac{A}{B} \qquad \frac{D}{E}$$

C.

Eodem modo $\frac{2.AA}{4.A}$ reducitur ad $\frac{A}{2}$, dividendo utrumq; terminum per 2. A, id eſt, per communem earū maximam menſuram. Sic $\frac{AB}{B}$ reducitur ad *A*, dividendo utrumque fractionis terminum per *B*. Vt:

$$2.A\Big)\frac{2.AA}{4.A}\ \Big|\ \frac{A}{2} \qquad\qquad B\Big)\frac{AB}{B}\ \Big|\ A$$

In Numeris. Detur hæc fractio $\frac{63}{91}$ reducenda ad minores terminos, primo ergo quære numeratoris & denominatoris communem diviſorem maximum, qui eſt 7, per hunc divide 63 & 91. *Et* invenies quotos 9 & 13. ergo hęc fractio $\frac{63}{91}$, eſt reducta ad $\frac{9}{13}$ ſc. ad minores terminos prioribus proportionales. Vt enim 63 ad 91, ita 9 ad 13. factumq; eſt, quod faciendum.

$$7\Big)\frac{63}{91}\ \Big|\ \frac{9}{13}$$

5 *Reductio fractionum ad idem nomen, vel ad communem denominationem eſt, quę duas fractiones, vel plures etiam diverſorum nominum reducit ad eadem nomina.*

6 *Hujus Reductionis hęc eſt regula: Multiplicentur denominatores inter ſe, ut ſit communis denominator. Tum multiplicentur per crucem numeratores per denominatores, ut ſint novi numeratores.*

Sint

Sint ex. gr. datæ fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{B}{C}$, quæ habeant diſſimiles denominatores B & C, ac propterea ad ſimiles reducendæ. Multiplicentur *A* & *C*, item B & B, item *B* & C, ut facti exiſtant *AC*, BB & B C, qui hoc modo collocetur bis, eo quod cõmunis ſit denominator numeratorum

$$\frac{A}{B} \quad \frac{B}{C} \quad \frac{AC}{BC} \quad \frac{BB}{BC}.$$

AC & *BB*: dico haſce productas fractiones $\frac{AC}{BC}$ & $\frac{BB}{BC}$ eſſe æquales fractionibus datis $\frac{A}{B}$ & $\frac{B}{C}$. Quoniam enim *A*, B multiplicantes C. faciunt *AC* & *BC*, erit ut *A* ad *B*, ita AC ad BC. Quare fractioni $\frac{A}{B}$ æqualis erit $\frac{AC}{BC}$. Eodem modo, quia *B* & C multiplicantes B, faciunt *BB* & *BC*, erit, ut *B* ad C, ita BB ad BC, igitur fractio $\frac{B}{C}$ æquabitur fractioni $\frac{BB}{BC}$. quod propoſitum.

Aliud exemplum. Sint datę hæ fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{C}{D}$ reducendę ad cognomines denominatores. Ad hoc faciendum multiplicabis denominatores *B* & D, ut facti ſint *BD*. Deinde multiplica per crucem *A* per D, ut ſit factus AD, & C per B, ut factus ſit *BC*. provenient numeratores fractionum reductarum *A*D & *BC*. æquabitur ergo hęc fractio

$$\frac{A}{B} \quad \frac{C}{D} \quad \frac{AD}{BD} \quad \frac{BC}{BD}$$

$$\frac{AD}{BD} \text{ ipſi } \frac{A}{B} \quad \& \quad \frac{BC}{BD} \text{ ipſi } \frac{C}{D}$$

In Numeris. Sint datæ duæ fractiones $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ quę reducuntur ad cognomines denominatores hoſce: $\frac{3}{6}$ & $\frac{4}{6}$ uti ex multiplicatione hac triplici manifeſtum eſt. Vt:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{6} \quad \frac{4}{6}.$$

7 ***Si reducendæ ſint fractiones plures quàm duæ ad idem nomen, multiplica denominatores in ſe invicem, et erit ultimus factus communis denominator: deinde multiplica numeratores in hunc denominatorem quæſitum, factoſq; divide per denominatores, et quotientes erunt numeratores novi.***

Ex. gr. ſint fractiones hæ: $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ & $\frac{4}{5}$ reducendæ ad idem nomen: Multiplica igitur 2 per 3, & factum 6 per 4, & hunc factum 24 per 5, ut habeas 120 pro denominatore quæſito: hunc 120 multiplica per 1. 2 3 4, et factos 120, 240, 360 et 480 divide per 2. 3. 4. 5 & quoti 60 80. 90. 96 erunt numeratores quæſiti.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{5} \qquad \Big| \qquad \frac{60}{120} \quad \frac{80}{120} \quad \frac{90}{120} \quad \frac{96}{120}$$

2	3	4	5
6	24		
	5		
	120		

120	120	120	120
1 *	2 *	3 *	4 *
120	240	360	480
2 ÷	3 ÷	4 ÷	5 ÷
60.	80.	90.	96.

8 ***Huius Reductionis compendium inſigne datur, et hoc unicum intendit, ut commune nomen minus evadat, hoc fit, quando duorum præcedentium denominatorum factus, et ſequentis fractionis denominator habuerint communem diviſorem maximum.***

Ex. gr. in ſuperiori exemplo trium ſuperiorum fractionum communis denominator eſt 12. nam duorum priorum eſt 6, bis namq; terna ſunt 6, quia ſunt inter ſe primi 2 nimirum et 3. Prętetea cum 6 et 4 ſint inter ſe compoſiti, poſſunt per communem ipſorum diviſorem maximum ſc. 2. reduci ad minores terminos 3 et 2. Duc itaq; 4 in 3, vel quod idem eſt, 6 in 2, et factus 12 erit horum trium 2. 3 et 4. communis denominator, quem multiplica per 5. nimirum per denominatorem ultimum, ut ſit 60 omnium 4. fractionum communis denominator. Hoc invento perge ut in præcedenti huius exempli operatione videre eſt. Eruntque hę datæ fractiones $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{5}$ reductę ad has: $\frac{30}{60}$ $\frac{40}{60}$ $\frac{45}{60}$ $\frac{48}{60}$ quæ prioribus æquales ſunt. Vt:

Digitized by Google

$\frac{1}{2}$ — $\frac{2}{3}$ — $\frac{3}{4}$ — $\frac{4}{5}$

2 — 3   4   5
2)6 — 2   60
3
―――
12.

$\frac{30}{60}$	$\frac{40}{60}$	$\frac{45}{60}$	$\frac{48}{60}$
1 *	2 *	3 *	4 *
60	120	180	240
2 ÷	3 ÷	4 ÷	5 ÷
30.	40.	45.	48.

9 *Fractionem datam ad aliam æqualem datæ denominationis, quando id fieri poteſt, reducere.*

Sit data fractio $\frac{A}{B}$ reducenda ad æqualem aliam, cuius denominator datus ſit D. Ex A numeratore in denominatorem datum D, fiat AD, quam metiatur B denominator fractionis datæ per C, hoc eſt per AD. Dico fractionem $\frac{C}{D}$, cuius numerator C, & denominator D datus, æquari fractioni $\frac{A}{B}$ datæ. Quia enim denominator B metitur AD per C, fiet AD magnitudo ex ductu denominatoris B in numeratorem C: Facta eſt autem eadem magnitudo AD ex numeratore A in denominatorem D. Igitur erit, ut A prima ad B ſecundam, ita C tertia ad D quartam; Ideoque fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{C}{D}$ inter ſe erunt æquales, quod eſt propoſitum.

$\frac{A}{B}$ $\frac{C}{D}$
A * 1
―――
AD
B ÷
―――
$\frac{AD}{B}$ ═══ C.

Quod ſi B. non metiatur AD procreatã ex numeratore A in denominatorem D, non poterit fractio oblata $\frac{A}{B}$ reduci ad denominationem datam D: Reducatur enim, ſi fieri poteſt, ad fractionem $\frac{C}{D}$. Quia ergo fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{C}{D}$ inter ſe ſunt æquales; erit ut A. ad B, ita C ad D; id eſt numerator prioris fractionis ad eiuſdem denominatorem, ita numerator poſterioris fractionis ad denominatorem quoq; poſterioris. Eadem igitur magnitudo producetur ex A prima in D quartam, quæ ex B ſecunda in C tertiam, nimirum magnitudo AD facta ex multiplicatione numeratoris A in denominatorem D. Quapropter B denominator metietur AD magnitudinem productam per numeratorem C, quod eſt abſurdum. Ponitur enim B ipſam AD non metiri.

In Numeris.

Sit data fractio $\frac{A\ 2}{B\ 3}$ & denominator alterius fractionis D, 9, quærenda eſt fractio, quæ pro denominatore ſuo habeat, 9 & æqualis ſit priori datæ fractioni $\frac{A\ 2}{B\ 3}$, quæritur ergo eiuſdem fractionis numerator? Reſp. C. 6: Multiplicetur enim numerator fractionis datæ $\frac{A\ 2}{B\ 3}$ videlicet A 2 per denominatorem datum D.-9. factumq; AD. 18. dividatur per denominatorem B 3 fractionis datę $\frac{A\ 2.}{B\ 3}$, & quotus C 6 erit quæſitus numerator fractionis quæſitę $\frac{C\ 6}{D\ 9}$, quæ æquat priorem datam $\frac{A\ 2.}{B\ 3}$ Vt:

$\frac{2}{3}$ $\frac{6}{9}$
2 *
―――
18
3 ÷
―――
6.

10 *Fractionem fractionis ad ſimplicem fractionem reducere.*

Sit primò data $\frac{A}{C}$ fractio fractionis $\frac{B}{D}$. Ex multiplicatione numeratorum A & B fiat magnitudo AB, & ex ductu denominatorum C & D fiat magnitudo CD. Et quoniam fractio $\frac{AB}{CD}$ exprimit valorem fractionis $\frac{A}{C}$ reſpectu fractionis $\frac{B}{D}$; reducta erit data fractio fractionis $\frac{A}{C}$ ad $\frac{B}{D}$ ſimplicem fractionem $\frac{AB}{CD}$, quod eſt propoſitum.

$\frac{A}{C}$ — $\frac{B}{D}$ | $\frac{AB}{CD}$

Secundò, ſit $\frac{A}{C}$ fractio fractionum $\frac{B}{D}$ & $\frac{E}{F}$, ita ut $\frac{B}{D}$ ſit fractio fractionis $\frac{E}{F}$, & $\frac{A}{C}$ fractio fractionis $\frac{B}{D}$. Fiat AB. magnitudo ex ductu numeratorum priorũ A in B, & CD ex ductu denominatorum priorum C & D. Item magnitudo ABE ex ductu AB magnitudinis factæ in numeratorem ultimum E; & magnitudo CDF ex ductu ma-

gni-

gnitudinis factæ CD in denominatorem ultimum F, atq; ita deinceps, ſi plures fuerint fractiones, magnitudines ultimo loco productæ ABE & CDF in magnitudines ſequentis fractionis ducantur. Dico fractionem $\frac{ABE}{CDF}$, cujus numerator ABE, & denominator CDF, datæ fractioni fractionum æqualem eſſe. Nam fractio $\frac{AB}{CD}$ æquatur fractioni $\frac{A}{C}$ fractionis $\frac{B}{D}$, reſpectu fractionis $\frac{E}{F}$, tanquam alicuius integri. Item fractio $\frac{ABE}{CDF}$ æquatur fractioni $\frac{AB}{CD}$ (hoc eſt, fractioni $\frac{A}{C}$, fractionis $\frac{B}{D}$) fractionis $\frac{E}{F}$, reſpectu integri, cuius $\frac{E}{F}$ eſt fractio: & ſic deinceps, ſi plures extiterint fractiones. Quare fractio $\frac{ABE}{CDF}$ ex magnitudinibus ultimo loco productis conſtituta, æquabitur datæ fractioni fractionum, quod eſt propoſitum. Vt:

$$\frac{A}{C}\overset{AB}{\underset{CD}{\text{---}}}\frac{B}{D}\quad\frac{E}{F}\quad\Bigg|\quad\frac{ABE}{CDF}$$

In Num. Sit $\frac{1}{2}$ fractio fractionum $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}$ reſpectu integri 24. Huius numeri $\frac{1}{2}$ eſt numerus 12, & huius numeri $\frac{3}{4}$ ſunt 9, huius denique $\frac{2}{3}$ ſunt 6, qui numerus eſt $\frac{1}{4}$ totius integri 24. Liquido autem conſtat, ſi tam numeratores 1. 3 & 2 inter ſe multiplicentur, quam denominatores 2. 4 & 3, procreari fractionem $\frac{6}{24}$, quæ æquat fractionem $\frac{1}{4}$, qualis nimirum pars erat numerus 6. reſpectu integri 24. Vt:

$$\frac{1}{2}\overset{3}{\underset{8}{\text{---}}}\frac{3}{4}\quad\frac{2}{3}\quad\Bigg|\quad\frac{6}{24}$$

11 *Reductio fractionum ad integra eſt, ſi fractiones revocentur ad magnitudines integras, ex quibus ſunt coagmentatæ.*

12 *Ad hoc faciendum, divide fractionum numeratorem per denominatorem, & habebitur vel integrum, vel integrum cum fractione æquale fractioni datæ.*

13 *Verùm hic requiritur, ut fractiones ſint integro majores.*

Vt reſumum hæc fractio $\frac{AC + AB}{C}$ reducenda ad integrum, eritq; illud $A + \frac{AB}{C}$. Vti ex diviſione AC + AB per C manifeſtum fiet.

$$\text{ex } \frac{AC + AB}{C} \text{ fit } A + \frac{AB}{C}$$

In Numeris, Sit data hæc fractio ſpuria $\frac{17}{3}$, quæ reducenda eſt ad integrum, quod facile fiet diviſione numeratoris 17 per denominatorem 3, ut integra ſint in quoto $5\frac{2}{3}$ quæſita. Vt:

$$\begin{matrix} & 2 \\ & 17 \\ 3 \div & \\ & 15 \end{matrix}\Bigg\{\, 5\frac{2}{3}$$

14 *Et contra Integra, vel etiam cum addita fractione reſolventur in partes, multiplicando integrum, et fractionis denominatorem, factoq; addendo numeratorem, et ſumma erit numerator fractionis quæſitæ; denominator vero manebit.*

Ex. gr. datur integrum cum fractione $A + \frac{AB}{C}$, producetur fractio $\frac{AC + AB}{C}$ multiplicatione integri A per denominatorem C, factiq; AC. additione ad numeratorem AB: Vt.

$$A + \frac{AB}{C}\,*$$

$$\frac{AC + AB}{C}$$

In Numeris. Dantur integra 5. cum $\frac{2}{3}$ reducenda ad fractionem. Multiplica igitur 5 per 3, & facto adde 2, ut ſummaſit 15 + 2, id eſt, 17 pro fractionis quæſito numeratore, cui ſubſcribatur denominator 3, & deſiderata fractio erit $\frac{17}{3}$. Vt:

$$5\frac{2}{3}\,*$$

$$\frac{15 + 2}{3} \text{ id eſt, } \frac{17}{3}$$

15 *Magnitudinem quamcunq; integram ad dati denominatoris fractionem reducere.*

Sit A integrum 1. reducendum ad fractionem, cuius denominator C. Sumatur numerator B, denominatori C æqualis. Dico fractionem $\frac{B}{C}$ unitati A æqualem eſſe. Quia enim eſt ut B ad C, ita fractio $\frac{B}{C}$ ad integrum A: Eſt autem B ipſi C æqualis. Igitur etiam $\frac{B}{C}$ integro A, id eſt, unitati æquabitur.

$$A. \quad \frac{B}{C}$$

Præterea ſit integra magnitudo A reducenda ad fractionem, Cujus denominator C. Ex A in C. fiat AC numerator. Dico fractionem $\frac{AC}{C}$ integro A æquari. Supponatur enim integro A uni-

tas

tas *B*, ut fiat fractio $\frac{A}{B}$ tot unitatibus æqualis, quoties unitas eſt in *A*. Quia igitur ex *A* in C fit AC; erit ita $\frac{AC}{C}$ ad C, ut *A* ad B unitatem. Cum ergo fractionum $\frac{A}{B}$ & $\frac{AC}{C}$ numeratores A, *AC* ad denominatores *B*, *C* eandem proportionem habeāt, ipſæ inter ſe æquabuntur. Idcirco cum fractio $\frac{A}{B}$ ſit integro *A* æqualis, ob denominatorem, qui eſt unitas; erit quoque fractio $\frac{AC}{C}$ eidem integro *A* æqualis, quod eſt demonſtrandum.

$$\frac{A.}{B} \quad \frac{AC,}{C}$$

MEMBRVM II.

DE

Fractionibus in ſpecie conſideratis.

CAPVT I.

DE

Fractionum Numeratione prima, ut de Additione, & Subductione.

1 IN capite præcedenti conſideravimus fractionem in genere; ſupereſt ut eam hic conſideremus in ſpecie.

2 *In ſpecie conſideratur fractio quoad numerationem eius primam, & ſecundam.*

3 *Numeratio prima eſt Additio et Subductio. Secunda, Multiplicatio et Diviſio.*

Quæ quatuor operandi formulæ, ut exactius fractionum legitima natura conſtare nobis poſſit, ſunt quaſi progymnaſmata quædam eorum, quæ de fractionibus dicenda reſtant. Nam ut integrarum, ita fractarum quoque magnitudinum univerſa ratiocinatio compoſitione ac reſolutione abſolvitur: quarum illa additionem & multiplicationem, hæc vero ſubductionem & diviſionem complexa eſt, inter quas primum locum ſibi vendicat Additio.

4 *Additio fractionum eſt diverſarum fractionum in unam ſummam collectio.*

5 *Eſtq; denominatorum vel eorundem vel diverſorum.*

6 *Si fractiones addendæ cognomines ſint,* id eſt, eundem denominatorem habeant, *ſoli componendi ſunt numeratores, quorum ſummæ communis denominator ſubſcribendus. Additio ergo hæc abſolvitur comparatione terminorum homologorum.*

Ex. gr. Sint datę duę fractiones $\frac{A}{C}$ & $\frac{B}{C}$ addendę, quæ ſunt eiuſdem denominationis. Ex *A* & B fit ſumma A + B. Cui idem denominator C ſupponatur. Dico fractionē $\frac{A+B}{C}$ eſſe ſummam ex additione fractionum $\frac{A}{C}$ & $\frac{B}{C}$ collectam. Quoniam enim fractiones eundem habent denominatorem, erit ut *A* ad B, ita fractio $\frac{A}{C}$ ad fractionem $\frac{B}{C}$: Et componendo, ut A + B ſimul ad B, ſic fractiones $\frac{A}{C}$ + $\frac{B}{C}$ ſimul ad fractionem $\frac{B}{C}$. Vt autem *B* ad *A* + B, ita quoq; eſt fractio $\frac{B}{C}$ ad fractionem $\frac{A+B}{C}$. Igitur ex æquo etiam erit, ut *A* + *B* ſimul ad *A* + *B* numeratorē ſc. ſummam, ita fractiones $\frac{A}{C}$ + $\frac{B}{C}$ ſimul ad fractionē $\frac{A+B}{C}$. Cum ergo *A* & B ſimul æquales ſint ipſi A + *B*, ex cōſtructione; erunt quoq; fractiones $\frac{A}{C}$ & $\frac{B}{C}$ ſimul æquales fractioni $\frac{A+B}{C}$, quod probandum.

$$\frac{A}{C} \quad \frac{B}{C} \;\Big|\; \frac{A+B}{C}$$

Exemplum aliud. Sint addendę tres hæ fractæ magnitudines: $\frac{A}{D}$, $\frac{B}{D}$ $\frac{C}{D}$, erit aggregatum ex ipſis $\frac{A+B+C}{D}$, uti ex additione numeratorum conſtat. Vt:

$$\frac{A}{D} \quad \frac{B}{D} \quad \frac{C}{D} \;\Big|\; \frac{A+B+C}{D}$$

In Numeris. Sit *A* 2. B 3. C 4. & D 5. Erunt fractiones $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$, quorum numeratores addantur, ut ſumma ſit 9. cui communis denominator 5. ſubſcribatur, ut ſumma fractionum ſit $\frac{9}{5}$, quę ęquivalet 1 $\frac{4}{5}$. uti ex diviſione numeratoris 9, per denominatorem 5. conſtat. Vt:

$$\frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{4}{5} \;\Big|\; \frac{9}{5} \;\Big\{\; 1\frac{4}{5}$$ Summa.

7 *Si verò denominatores fuerint diverſi, id eſt, heterologi, fractiones iſtę prius ad commune nomen ſunt reducendæ, et poſtmodum* (ut in præcedenti elemento) *addendæ. Hæc conſiſtit in multiplicatione terminorum heterologorum, ut prior additio in comparatione homologorum.*

Sint datæ duæ fractiones addendę $\frac{A}{C}$ & $\frac{B}{D}$ diverſarum denominationum. Ducatur *A* prioris numerator in *D* denominatorem poſterioris; & *B* numerator poſterioris in *C* denominatorem prioris, collectaq; fit ſumma *A*D + *B*C, cui ſupponatur denominator CD, ex ductu mutuo denominatorum *C* & D productus. Dico fractionem $\frac{AD + BC}{CD}$ eſſe ſummam ex datis duabus fractionibus A & B collectam. Quoniam enim eſt, ut integrum ad ſummam duarum fractionum $\frac{A}{C}$ & $\frac{B}{D}$, ita *C*D ex denominatoribus productus ad *A*D + B*C*, ſummam productorum ex numeratoribus in denominatores viciſſim ductis: erit convertendo, ut ſumma fractionum $\frac{A}{C}$ & $\frac{B}{D}$ ad integrum, ita *A*D + B*C* ad CD. Vt autem *AD* + BC ad CD, ita etiam eſt fractio $\frac{AD + BC}{CD}$ ad idem integrum. Idcirco erit, ut ſumma fractionum $\frac{A}{C}$ & $\frac{B}{D}$ ad integrum, ita fractio $\frac{AD + BC}{CD}$ ad idem integrum. Quapropter ſumma fractionum $\frac{A}{C}$ $\frac{B}{D}$ ęqualis erit fractioni $\frac{AD + BC}{CD}$, ac proinde fractio $\frac{AD + BC}{CD}$ ſumma erit ex fractionibus $\frac{A}{C}$ & $\frac{B}{D}$ collecta, quod propoſitum. Vt:

$$\frac{A}{C} \text{———} \frac{B}{D} \qquad \frac{AD}{CD} \qquad \frac{BC}{CD} \;\Big|\; \frac{AD + BC}{CD}$$

Aliud exemplum.

Sint addenda $\frac{A}{B}$ & $\frac{C}{D}$, ut fractionū ſumma fit $\frac{AD + BC}{BD}$ uti ex ſuperioris exempli operatione ſatis conſtat. Vt:

$$\frac{A}{B} \text{——} \frac{C}{D} \qquad \frac{AD}{BD} \qquad \frac{BC}{BD} \;\Big|\; \frac{AD + BC}{BD}$$

In Numeris. Sint $\frac{A\ 1}{B\ 2}$ & $\frac{C\ 2}{D\ 3}$ addenda, ut ſumma $\frac{AD + BC}{BD}$ fit $\frac{3 + 4}{6}$ id eſt $\frac{7}{6}$, hoc eſt, $1\frac{1}{6}$. Vt ex multiplicatione denominatorum, & numeratorum per denominatores perſpicuum eſt. Vt:

$$\frac{1}{2} \text{——} \frac{2}{3} \qquad \frac{3}{6} \qquad \frac{4}{6} \;\Big|\; \frac{3 + 4}{6} \text{ id eſt, } \frac{7}{6} \text{ hoc eſt, } 1\frac{1}{6}$$

8 *Si plures fractiones, quàm duæ, ſint addendæ, conjungendæ ſunt primo duæ primæ, et ſumma cum tertia conjungenda, ſic hæc ſumma cum quarta, et ſic deinceps, donec omnes fuerint additæ.*

9 *Si propoſita fuerint addenda integra cum fractionibus annexis, addenda ſunt integra ſeorſim, ut et fractiones ſeorſim, ac tū omnia in unā ſummā conflanda ſunt.*

10 *Sequitur Subductio, quæ eſt ſummę oblatarum fractionum ex maiori vel æquali ſumma ablatio.*

In qua nihil aut parum difficultatis offendet, qui in magnitudinum integrarum ſubductione exercitatus eſt. Vt enim majorem magnitudinem ex minori minime, ſed minorem ex majori ſubduci integrarum natura permittit, ita & fractis magnitudinibus uſu venit. Quare ſemper minor fractionum ſumma ex majori ſubducenda eſt.

11 *Prętereà ut Additio, ſic etiam Subductio comparat denominatores homologos, et multiplicat heterologos.*

Exemplum 1. ſi denominatores fuerint homologi.

Ex majori fractione $\frac{A}{C}$ ſubtrahenda eſt minor $\frac{B}{C}$, fractiones ſc. hæ duæ datæ ſunt eiuſdem denominationis. Subducto igitur numeratore *B* minoris fractionis ex *A* numeratore majoris, reliqua eſt magnitudo *A*—*B*, cui idem numerator C. ſupponatur. Dico fractionem $\frac{A - B}{C}$ reliquam eſſe poſt ſubductionem fractionis $\frac{B}{C}$ ex fractione A. Quia enim *B* ex A ſubtracta relinquit *A*—*B*, componetur *A* ex B & *A*—B. Fractio ergo $\frac{A}{C}$, cuius numerator *A*, ex numeratoribus *B* & *A*—*B* collectus eſt, ſū-

$$\frac{A}{C} \qquad \frac{B}{C} \;\Big|\; \frac{A - B}{C}$$

ma eſt duarum fractionum $\frac{B}{C}$ & $\frac{A - B}{C}$, uti ex §. 6. hujus liquet. Quare ſubducta fractione $\frac{B}{C}$ ex fractione $\frac{A}{C}$, reliqua fiet fractio $\frac{A - B}{C}$, quod eſt probandum.

Eodem modo ſubtrahatur fractio $\frac{C}{B}$ à fractione $\frac{A}{B}$, ut reliqua ſit fractio $\frac{A - C}{B}$. Vt:

$$\frac{A}{B} \quad \frac{C}{B} \quad \Big| \quad \frac{A - C}{B}$$

In Num. Subtrahantur $\frac{2}{8}$ à $\frac{5}{8}$ & reliqua erit $\frac{3}{8}$ uti ex ſubductione 2 à 5 manifeſtum eſt. Vt:

$$\frac{5}{8} \quad \frac{2}{8} \quad \Big| \quad \frac{3}{8}$$ Reſiduum.

12 *Exemplum 2. ſi denominatores fuerint heterologi.*

Sint datę fractiones $\frac{A}{C}$ & $\frac{B}{D}$ quæ habent diverſos denominatores C & D, in quibus $\frac{B}{D}$ ſubtrahenda eſt à majore $\frac{A}{C}$. Ex B numeratore minoris, in C denominatorem majoris fiat BC, & ex A numeratore majoris, in D denominatorē minoris fiat AD: atque BC magnitudo ſubducta ab AD, relinquat $AD - BC$, cui ſupponatur denominator ex mutua multiplicatione denominatorum procreatus, qui eſt CD. Dico fractionem $\frac{AD - BC}{CD}$ eſſe reliquam poſt ſubductionem fractionis $\frac{B}{D}$ ex minutia $\frac{A}{C}$. Quoniam enim D. multiplicans magnitudines A & C, facit AD & DC, erit ut A ad C, ita AD ad CD: ut autem A ad C, ita eſt fractio $\frac{A}{C}$ ad integrum. Igitur erit quoq; ut AD ad CD, ita fractio $\frac{A}{C}$ ad integrum. Rurſus quia C, multiplicans magnitudines B & D, facit magnitudines BC & CD, erit B ad D, ita BC ad CD: ut autem B ad D, ita eſt fractio $\frac{B}{D}$ ad integrum. Igitur erit quoque, ut BC ad CD, ita fractio $\frac{B}{D}$ ad integrum. Quia igitur eſt, ut BC magnitudo prima ad CD ſecundam, ita fractio $\frac{B}{D}$ magnitudo tertia ad integrum, quartam magnitudinem: Erit $AD - BC$ magnitudo quinta ad eandem ſecundam CD, ita fractio $\frac{AD - BC}{CD}$ ſexta magnitudo ad idem integrum, quartam magnitudinem: eritq; idcirco ut BC & $AD - BC$ ſimul prima & quinta, ad CD. ſecundam, ita fractiones $\frac{B}{D}$ & $\frac{AD - BC}{CD}$ tertia & ſexta magnitudo ſimul, ad integrum. Vt autem magnitudines BC & AD—BC ſimul ad CD, ita eſt AD ipſis BC & AD—BC æqualis. (Nam ſubducta BC ex AD reliquit AD—BC), ad eandem CD. Igitur erit quoq;, ut AD ad CD, ita fractiones $\frac{B}{D}$ & $\frac{AD - BC}{CD}$ ſimul ad integrum. Cùm ergo probatum ſit, ut eſt AD ad CD, ita eſſe fractionem $\frac{A}{C}$ ad integrum; erit etiam ut fractio $\frac{A}{C}$ ad integrum, ita fractiones $\frac{B}{D}$ & $\frac{AD - BC}{CD}$ ſimul ad idem integrum: ac propterea æquales erunt fractio $\frac{A}{C}$ & fractiones $\frac{B}{D}$ & $\frac{AD - BC}{CD}$ ſimul. Subducta idcirco fractione $\frac{B}{D}$ à fractione $\frac{A}{C}$, reliqua erit fractio $\frac{AD - BC}{CD}$, quod eſt demonſtrandum.

$$\frac{B}{D} \quad \frac{A}{C} \quad \frac{B}{D} \quad \frac{AD}{CD} \quad \frac{BC}{CD} \quad \Big| \quad \frac{AD - BC}{CD}$$

Exemplum aliud in denominatoribus heterologis.

Sint datæ hæ duę fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{C}{D}$ diverſorum denominatorum. Quæ ad commune nomen reductæ ſunt $\frac{AD}{BD}$, $\frac{BC}{BD}$ & hæ ſubductæ relinquunt $\frac{AD - BC}{BD}$. Vt.

$$\frac{A}{B} \quad \frac{C}{D} \quad \frac{AD}{BD} \quad \frac{BC}{BD} \quad \Big| \quad \frac{AD - BC}{BD}$$ Reſiduum.

In Numeris. Sit ſubtrahenda fractio $\frac{2}{3}$ à fractione $\frac{3}{4}$. Antequam à ſe invicem ſubtrahantur, revocentur prius ad $\frac{8}{12}$ & $\frac{9}{12}$ ad denominatores ſc. homologos, & tum ſubducatur fractio $\frac{8}{12}$ à $\frac{9}{12}$, ut reſidua fractio ſit $\frac{1}{12}$.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{9}{12} \quad \frac{8}{12} \quad \Big| \quad \frac{9 - 8}{12}$$ id eſt, $\frac{1}{12}$.

13 *Si dentur ſubtrahenda integra cum fractionibus, ſubducenda ſunt integra ſeorſim ab integris, et fractiones ſimiliter à fractionibus: Ac tum reſidua addenda.*

CAPUT II.

DE

Fractionum Numeratione ſecunda, ut de Multiplicatione, et Diviſione.

1 **S**Uccedit Numeratio ſecunda, Multiplicatio ſc. et Diviſio.

2 *Eſt autem Multiplicatio fractionum, ex mutuo earundem ductu novæ fractionis procreatio.*

3 *Fit autem fractionum Multiplicatio ſequentem in modum: Numeratores omnes, quotquot etiam fuerint, invicem multiplicantur, et productа hinc magnitudo communis numeratoris vice fungitur: itidem cum omnibus denominatoribus agendum, ac omnium, et ſingularum communis denominator exſurgit.* Id eſt. *Multiplicatio comparat heterologos terminos, et multiplicat homologos.*

Ex. gr. ſit fractio $\frac{A}{C}$ per fractionem $\frac{B}{D}$ multiplicanda. Ex multiplicatione numeratorum A & B, fiat AB, cui ſupponatur CD denominator ex denominatoribus *C* & *D* procreatus. Dico fractionem $\frac{AB}{CD}$ gigni ex multiplicatione fractionum $\frac{A}{C}$ & $\frac{B}{D}$ inter ſe. Ad hoc demonſtrãdum, fiat DAB ex D in AB; & BCD, ex B in CD. Eritq; ut fractio $\frac{AB}{CD}$ ad fractionem $\frac{B}{D}$, ita DAB ad BCD. Quia vero *B* multiplicans magnitudines A & CD, facit AB & BCD, erit ut A ad CD, ita AB ad BCD: & permutando, ut A ad AB, ita CD ad BCD. Rurſus quia *D* multiplicans magnitudines AB & C, gignit DAB & CD; erit ut AB ad C, ita DAB ad CD. Ex æqualitate igitur perturbata, ut hic apparet, erit ut A ad C, ita DAB ad BCD. Ut autem DAB ad BCD, ita probavimus eſſe fractionem $\frac{AB}{CD}$ ad fractionem $\frac{B}{D}$. Et ut A ad *C*, ita eſt fractio $\frac{A}{C}$ ad integrum hoc eſt, ad 1. Igitur erit quoq; ut fractio $\frac{AB}{CD}$ ad fractionem $\frac{B}{D}$, ita fractio $\frac{A}{C}$ ad 1. Quare ex definitione multiplicationis, fractio $\frac{AB}{CD}$ producitur ex multiplicatione fractionis $\frac{A}{C}$ in fractionem $\frac{B}{D}$. quod oſtendendum erat. Ut:

$$\frac{A}{C} \text{———} \frac{B}{D} \qquad \frac{AB}{CD} \qquad \frac{DAB}{BCD}$$

Aliud exemplum in denominatoribus heterologis.

Sint datæ fractiones $\frac{A}{B}$ $\frac{C}{D}$ & $\frac{E}{F}$, quæ inter ſe ſint multiplicandæ, multiplica igitur omnes numeratores ſc. A. C & *E*, ut communis numerator ſit ACE, ſicuti etiam omnes denominatores in ſe invicem, ſc. B D & *F*, ut communis denominator ſit BDF. *Et* fractio producta erit $\frac{ACE}{BDF}$. Ut

$$\frac{A}{B} \text{———} \frac{C}{D} \text{———} \frac{E}{F} \;\Big|\; \frac{ACE}{BDF} \text{ facta.}$$

In Numeris. Sit multiplicanda fractio $\frac{2}{4}$ per $\frac{6}{8}$. Ad hoc faciendum, duc numeratores 6 in 2, & denominatores 8 in 4, ut facti ſint 12 & 32. Eritq; fractio quæſita $\frac{12}{32}$ id eſt, per communem diviſorem 4) maximum diviſa, $\frac{3}{8}$. Ut.

$$\frac{2}{4} \text{———} \frac{6}{8} \;\Big|\; \frac{12}{32} \left\{ \frac{3}{8} \text{ factas.} \right.$$

4)

Vel contractis terminis alternatim, ita ſtabit exemplum:

$$\begin{matrix} 1 & \text{———} & 3 \\ 2 & & 6 \\ \overline{4} & & \overline{8} \\ 2 & \text{———} & 4 \end{matrix} \;\Big|\; \frac{3}{8} \text{ ut ante.}$$

4 *Nihil in hac Magnitudinum fractarum multiplicatione refert, an earum denominatores fuerint iidem, vel diverſi, ſi ſolummodo datarum fractionum numeratores et denominatores inter ſe multiplicentur, habebitur fractio quæſita.* Ut:

$$\frac{A}{C} \text{———} \frac{B}{C} \;\Big|\; \frac{AB}{CC} \qquad \frac{3}{5} \text{———} \frac{4}{5} \;\Big|\; \frac{12}{25} \text{ factus.}$$

5 *Magnitudinem fractam quamcunq; datam duplare, &c.*

Sit fractio data $\frac{A}{B}$ quæ duplanda eſt, quod fiet quam breviſſime, ſi numeratorem A duplaveris, id eſt, per 2. multiplicaveris, ut ſit numerator 2. A. manente eodem denominatore B: Et erit fractio duplata $\frac{2.A}{B}$. Aliter fit datæ fractionis duplum, ſi denominatorem B dimidiaveris, ut fiat denominator $\frac{B}{2}$, manente eodem numeratore A. Dico utramq; fractionem $\frac{2.A}{B}$ & $\frac{A}{\frac{B}{2}}$ eſſe duplam fractionis datæ $\frac{A}{B}$. Cum enim fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{2.A}{B}$ eundem habeant denominatorẽ, erit ut 2. A ad A numerator ad numeratorem, ita $\frac{2.A}{B}$ ad $\frac{A}{B}$, fractio ad fractionem. Eſt autem 2. A, ipſius A duplus ex conſtructione. Igitur etiam fractio $\frac{2.A}{B}$ fractioni $\frac{A}{B}$ dupla erit quod probandum.

$$\frac{A}{B} \;\Big|\; \frac{2.A}{B}$$

Rurſus quia fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{A}{\frac{B}{2}}$ eundem habent numeratorem A, erit ut B ad $\frac{B}{2}$, denominator ad denominatorẽ ita fractio ad fractionem. Eſt autem B, ipſius $\frac{B}{2}$ duplus per cõſtructionẽ. Igitur & fractio $\frac{A}{\frac{B}{2}}$ fractioni $\frac{A}{B}$ dupla erit, quod eſt propoſitum.

$$\frac{A}{B} \;\Big|\; \frac{A}{\frac{B}{2}} \text{ duplum.}$$

In Numeris. Sit data fractio $\frac{2}{8}$ duplanda. Duplica ergo eius numeratorem 2, ut fractio dupla ſit $\frac{4}{8}$. Vel ſume fractionis propoſitæ $\frac{2}{8}$, dimidium eius denominatoris 8. ut fractio dupla ſit $\frac{2}{4}$, id eſt. $\frac{1}{2}$ Vt:

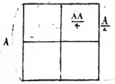
$$\frac{2}{8} \;\Big|\; \frac{4}{8} \text{ id eſt, } \frac{1}{2}. \quad \text{Vel } \frac{2}{8} \;\Big|\; \frac{2}{4} \text{ id eſt, } \frac{1}{2}$$

6 *Eodẽ modo fractio quævis data triplicabitur, quadruplicabitur, &c. ſi vel numerator triplicetur, quadruplicetur &c. eodem manente denominatore; vel* (quãdo fieri poteſt, *ſi denominatoris accipiatur pars tertia, quarta &c. manente eodem numeratore.*

7 *Cùm Multiplicatio ſit multiplex Additio, quæritur, cur in multiplicatione facta ſemper exiſtat minor ipſis magnitudinibus multiplicantibus, quod contra naturam multiplicationis eſſe, imo ipſi axiomati Euclidæo*

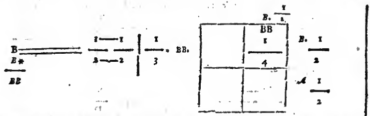
(Vbi dicit lib 1. axiom. totũ eſt maius ſua parte) *contradicere videtur*. Reſpondeo, etiamſi in magnitudinibus fractis magnitudo producta primo intuitu ipſis magnitudinibus multiplicantibus minor eſſe videatur, tamen minor nequaquam eſt, ſed multoties major. Vt vel ex hoc unico exemplo cuivis ſatis ſuperq; conſtabit. Ex. gr. datur quadratum, cujus latus A. Erit eius area AA. dividatur iam eius latus in duas partes æquales, eritq; dimidium lateris A diviſũ per duo, ut $\frac{A}{2}$, quod dimidium in ſeſe multiplicatum dat $\frac{AA}{4}$, id eſt, AA diviſum per 4. Id eſt, ſi dimidium lateris A. in ſe ducam, erit magnitudo $\frac{AA}{4}$ facta quadratum, quod ſit una quarta pars totius quadrati AA. videmus hic quod operatio, quæ inſtituitur per ſpecies, ſeu alphabetica elementa, ſtatim nos inſtituat, quod magnitudo facta $\frac{AA}{4}$ ſit in infinitum major magnitudine multiplicante $\frac{A}{2}$.

$$\frac{A}{2} \text{———} \frac{A}{2} \;\Big|\; \frac{AA}{4}$$



Verùm *In Numeris* veritas hujus non ſtatim ſeſe offert, ut in hoc exemplo videre eſt. Sit ergo data fractio $\frac{1}{2}$ in ſe ſe multiplicanda, cujus factus eſt $\frac{1}{4}$. At hic dicet aliquis, factum $\frac{1}{4}$ eſſe quantitatem minorem quantitate $\frac{1}{2}$ multiplicante, quod tamen verum non eſt, ſi accuratius rem ipſam intueamur. Ad hoc demonſtrandum ſumamus quadratum ſuper lineam A + B deſcriptum. Sit ejus unũ latus in duas æquales partes ſc. A & B diviſum, ut ex gr. ipſum B ſit $\frac{1}{2}$ totius lateris $A + B$. Iã vero ex multiplicatione conſtat, ſi ipſum B, id eſt, $\frac{1}{2}$ ducas in B, hoc eſt, in $\frac{1}{2}$, factam eſſe ſuperficiem BB $\frac{1}{4}$, quod quadratum BB $\frac{1}{4}$ ſuper ſegmentum B. $\frac{1}{2}$ deſcriptum eſt una quarta pars quadrati totius $AA + 2.AB + BB$, ſuper lineam $A + B$ totam deſcripti. Idcirco BB $\frac{1}{4}$ quæ eſt ſuperficies, eſt in infinitum maior ſegmento B. $\frac{1}{2}$, quod eſt linea. Vt:

B



8 *Ad fractionum abſolutam ratiocinationem tantum ſupereſt Diviſio, quæ eſt duarũ fractionum per crucem ſe multiplicantium tertię ignotæ fractionis procreatio.* Cuius hæc eſt regula:

9 *Dividendarum fractionum numerator in dividentis fractionis denominatorem ducitur, ex qua multiplicatione ſectionis numerator provenit: poſtea denominator dividendę fractionis in numeratorem dividentis, & gignitur denominator, qui prius collecto numeratori ſupponendus eſt, fractionum more linea interjecta. Ex quibus liquet diviſionem comparare homologos terminos, & multiplicare heterologos.*

Sit fractio data $\frac{AC}{BD}$, quæ dividenda eſt per fractionem $\frac{C}{D}$, & primum hujus magnitudines C & D metiantur illius magnitudines AC & BD, per magnitudines *A* & *B*, ita ut diviſo *A*C per C, quotiens ſit *A*, & diviſo *B*D per D, quotiẽs ſit B. Dico fractionem $\frac{A}{B}$ eſſe quotum diviſionis fractionis $\frac{AC}{BD}$ per fractionem $\frac{C}{D}$. Quoniam enim C metitur AC per *A*, & D metitur *B*D per B; pro BD ducetur *AC* ex ductu C in *A* & *B*D ex ductu D in *B*. Vt videre hic licet: Igitur fractio $\frac{AC}{BD}$ producta eſt ex multiplicatione fractionis $\frac{A}{B}$ per fractionem $\frac{C}{D}$, ac proinde ex definitione multiplicationis erit, ut fractio $\frac{AC}{BD}$ ad fractionem $\frac{C}{D}$, ita fractio $\frac{A}{B}$ ad 1. Quocirca cum ſit, ut $\frac{AC}{BD}$ fractio diviſa ad $\frac{C}{D}$ fractionem dividentem, ita fractio $\frac{A}{B}$ ad 1. erit q; ex definitione diviſionis fractio $\frac{A}{B}$ quotiens diviſionis fractionis $\frac{AC}{BD}$ per fractionem $\frac{C}{D}$. Vt:

$$\frac{A}{B} \quad \frac{C}{D} \;\Big|\; \frac{AC}{BD}$$

$$\frac{AC}{BD} \quad \frac{C}{D} \;\Big|\; \frac{A}{B} \;\Big|\; \frac{CD}{BD} \text{ id eſt, contractè. } \frac{A}{B}.$$

Sit iterum data fractio eadem $\frac{AC}{BD}$ dividenda per fractionem $\frac{A}{B}$, erit quotus $\frac{C}{D}$. Nam *AC* multiplicata per *B*, dat factum ACB, pro quotientis numeratore; eodem modo BD ducta per *A*, dat factum *A*BD pro quoti denominatore. *Erit* itaq; fractio quæſita $\frac{ACB}{ABD}$, dele jam tam ex numeratore, quàm ex denominatore ſpecies eaſdem, ut *A* & *A*, item B & B. Et reſtabunt literæ C & D. Vt quotus verus in contractis terminis clarius appareat ſc. $\frac{C}{D}$. Vt:

$$\frac{AC}{BD} \quad \frac{A}{B} \;\Big|\; \frac{ACB.}{ABD} \text{ id eſt. } \frac{C}{D}$$

In Numeris. Sit data fractio $\frac{3}{4}$ quæ dividenda ſit per $\frac{1}{2}$, multiplica ergo numeratores in denominatores per crucem, ex. gr. 3 per 2, ut fiat quoti denominator 6, & 4 per 1. ut fiat quoti numerator 4. *Erit* ergo quotus ſeu fractio quæſita $\frac{4}{6}$, quæ diviſa per communem diviſorem maximum 2. erit iſta ad minores hoſce terminos reducta ſc. $\frac{2}{3}$. Vt:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \;\Big|\; \frac{4}{6} \;\Big|\; \text{id eſt. } \frac{2}{3} \text{. quotus.}$$

Vel divide $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{2}$, ut quotus ſit $\frac{3}{4}$ Vt ex hac operatione conſtat.

$$\frac{2}{2} \quad \frac{2}{3} \;\Big|\; \frac{3}{4}$$

Examen harum duarum operationum:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \;\Big|\; \frac{6}{12} \text{ id eſt. } \frac{1}{2}$$

10 *Poteſt etiam diviſio inſtitui inſtar multiplicationis, ſi videlicet diviſor invertatur, & tum progrediatur, ut in multiplicatione.*

Ex.

Ex. gr. Sit data fractio $\frac{AC}{BD}$ dividenda per fractionem $\frac{C}{D}$. Hic inverte diviſorem $\frac{C}{D}$, ut fiat $\frac{D}{C}$, & tum non multiplica numeratores per denominatores in crucem, ut ante, ſed, ut in multiplicatione, duc numeratores & denominatores in ſe. Et prodibit eadem quæſita fractio $\frac{A}{B}$ quæ antea. Ut:

$$\frac{AC}{BD} \text{———} \frac{D}{C} \;\Big|\; \frac{ACD}{BCD} \;\Big|\; \frac{A}{B}$$

Vel ſit data $\frac{AC}{BD}$ dividenda per $\frac{A}{B}$ ut quotiens ſit $\frac{C}{D}$ hoc modo:

$$\frac{AC}{BD} \text{———} \frac{B}{A} \;\Big|\; \frac{ABC}{ABD} \;\Big|\; \frac{C}{D}$$

In Numeris. Dividenda ſit $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{2}$, inverte diviſorem $\frac{1}{2}$ hoc modo $\frac{2}{1}$ & operare, ut in multiplicatione dictum, & habebis fractionem quæſitam $\frac{3}{4}$. Vel ſit data fractio $\frac{3}{4}$ dividenda per $\frac{1}{2}$, erit quotus $\frac{2}{3}$. Ut:

$$\frac{1}{2} \text{———} \frac{3}{2} \;\Big|\; \frac{3}{4}\text{.quotus.} \qquad\qquad \frac{1}{2} \text{———} \frac{4}{3} \;\Big|\; \frac{4}{6} \text{ id eſt } \frac{2}{3}$$

11 *Datam fractionem dimidiare &c.*

Datur fractio $\frac{A}{B}$ dimidianda ſeu per 2, dividenda. Dupletur ergo denominator ejus B, ut fiat denominator 2. B, manente eodem numeratore A. Ut fractionis propoſitæ $\frac{A}{B}$ dimidium ſit $\frac{A}{2.B}$. Vel numerator A dimidietur, ut fiat numerator $\frac{A}{2}$, manente eodem denominatore B, ut fractionis datæ $\frac{A}{B}$ dimidium ſit $\frac{\frac{A}{2}}{B}$. Dico utramq; fractionem $\frac{A}{2.B}$ & $\frac{\frac{A}{2}}{B}$ dimidium eſſe fractionis $\frac{A}{B}$. Cum enim fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{A}{2.B}$ eundem habeant numeratorem A, erit ut B ad 2. B, denomin. ſcilicet ad denominatorem, ita $\frac{A}{2.B}$ ad $\frac{A}{B}$ fractio ad fractionem. Cum ergo B ſit per conſtructionem ipſius 2. B dimidium; erit etiam fractio $\frac{A}{2B}$ fractionis $\frac{A}{B}$ dimidium.

Ceterum cum fractiones $\frac{A}{B}$ & $\frac{\frac{A}{2}}{B}$ habeant eundem denominatorem, erit ut A ad $\frac{A}{2}$, numerator nimirum ad numeratorem, ita $\frac{A}{B}$ ad $\frac{\frac{A}{2}}{B}$ fractio ad fractionem. Cum ergo $\frac{A}{2}$ ſit ipſius A dimidium, ex conſtructione; erit etiam $\frac{\frac{A}{2}}{B}$ fractionis $\frac{A}{B}$ dimidium, quod eſt demonſtrandum. Ut:

$$\frac{A}{B} \;\Big|\; \frac{A}{2.B}\text{dimidium.} \qquad \text{Vel:} \quad \frac{A}{B} \;\Big|\; \frac{\frac{A}{2}}{B}$$

In Numeris. Sit data fractio $\frac{2}{3}$ quæ dimidianda eſt: dupla igitur denominatorem 3 ut fiet 6, numerator fractionis dimidiatæ, eodem manente numeratore 2. Eritq; fractio dimidiata $\frac{2}{6}$, id eſt $\frac{1}{3}$. Vel dimidiato numeratorem 2. ut ſit 1. numerator fractionis dimidiatæ, eodem manente denominatore 3. Ut fractio quæſita ſit $\frac{1}{3}$ ut ante.

$$\frac{2}{3} \;\Big|\; \frac{2}{6} \text{ id eſt, } \frac{1}{3}. \qquad \text{Vel} \quad \frac{2}{3} \;\Big|\; \frac{1}{3}$$

12 *Eodem modo datæ cujuſcunque fractionis ſumetur pars tertia, quarta, quinta &c. ſi denominator triplicetur, quadruplicetur &c. manente eodem numeratore; vel* (quando fieri poteſt. Ex. gr. in numeris) *ſi numeratoris pars tertia, quarta, quinta &c. ſumatur, manente eodem denominatore*, quod eodem modo probabitur.

13 *Quando minor magnitudo dividenda eſt per majorem, quotus erit fractio, cujus numerator eſt magnitudo minor diviſa, denominator verò major magnitudo dividens.*

Sit ex. gr. minor magnitudo A dividenda per majorem B. Dico quotientem eſſe fractionem $\frac{A}{B}$, A diviſum per B ſc. cujus numerator A, & denominator B. Quoniam enim eſt, ut A ad B, magnitudo videlicet diviſa ad dividentem, hoc eſt, ut numerator ad denominatorem, ita $\frac{A}{B}$ fractio ad integrum, hoc eſt, ad unitatem; erit itaque ex definitione diviſionis fractio $\frac{A}{B}$ quotiens diviſionis magnitudinis A per magnitudinem B, quod probandum.

$$\begin{matrix}A\\B\end{matrix} \;\Big|\; \frac{A}{B}$$

Con-

Digitized by Google

Conſectarium.

Ex hiſce manifeſtum eſt, ſi poſt diviſionem numeri integri majoris per integrum numerum minorem aliquid reliquum ſit; quoto integro invento inſuper adhuc adjungendam eſſe fractionem, cujus numerator ſit numerus ex diviſione reliquus; denominator verò diviſor ſeu numerus dividens. Reliquus enim numerus, qui neceſſario minor eſt diviſore, dividendus adhuc eſt per eundem diviſorem, qui major eſt.

Ex. gr. Sit dividendus 18 per 5, erit quotus 3, & ſuperſunt 3 adhuc dividenda per 5, fit ergo fractio $\frac{3}{5}$, ita ut totus quotus ſit 3 $\frac{3}{5}$. Vt.

$$\begin{array}{l} 3 \\ 18 \left\{ 3\frac{3}{5} \right. \text{. quotus} \\ 5 \\ 15 \end{array}$$

15 *Si per fractiones integræ magnitudines dividendæ occurrant, aut contra, integrarum numero unitas ſubiicienda interpoſita linea, ac tum dividendæ ſunt per regulam diviſionis.*

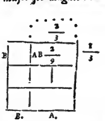
16 *Si magnitudines integræ cum fractionibus annexis, per integra cum ſocijs fractionibus ſecundę ſe offerant, integræ iſtę magnitudines utrobique in formam fractionum convertendæ ſunt: quibus abſolutis, hactenus tradita diviſionis forma utendum eſt.*

Singulorum exempla proferre in mediom minime neceſſarium videtur, ſed diſcentium ingeniis hæc relinquenda ſunt, in quibus frequens & aſſidua excercitatio plurimum emolumenti ac commoditatis afferr.

17 *Coronidis loco hic duo quęruntur: primò, qua ratione fiat, quod fractionum ſectio multiplicatione perficiatur:*

Cuius in promptu cauſa eſſe videtur hæc: ſi enim fractionum multiplicatio, ut præcedenti capite oſtendimus, directo ductu, quippe numeratoris per numeratorem, & denominatoris per denominatorem, fiat; quid mirum, ſi diviſio, quæ cum multiplicatione ex diametro pugnat, multiplicatione obliqua, ſeu quæ decus ſatim & per crucem fit, id eſt numeratoris per denominatorem, abſolvatur?

18 *Secundò. Quare fiat, quod quotus in fractionibus major ſit magnitudine dividenda.*



Reſpondeo, quotus etiamſi videatur magnitudine dividenda major, tamen ſi penitius eum introſpicias & examines, re ipſa comperies; eum in infinitum minorem eſſe, cum quotus inventus repræſentet tantum lineam, magnitudo verò dividenda ſuperficiem. Ex. gr. datur quadratum, cujus latus A ✠ B in duas partes inæquales ſectum, quæ ſe habent in ratione dupla. Et ſit ſegmentum A $\frac{2}{3}$ lineæ A ✠ B, & B ſegmentum $\frac{1}{3}$ eiuſdem lineæ apparet ex ſchemate, ſi ſuperficiem AB $\frac{2}{9}$ diviſeris per A $\frac{2}{3}$ provenire ſegmentum B. $\frac{1}{3}$ Item ſi eandem ſuperficiem diviſeris per $\frac{1}{3}$ provenire ſegmentum A $\frac{2}{3}$, qui duo quoti $\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{9}$ in infinitum minores ſunt $\frac{2}{3}$. Vt dictum. Vt:

$$\frac{2}{9} \quad \frac{1}{3} \;\Big|\; \frac{6}{9} \;\Big|\; \frac{2}{3} \qquad \text{Item} \qquad \frac{2}{9} \quad \frac{2}{3} \;\Big|\; \frac{6}{18} \;\Big|\; \frac{1}{3}$$

19 *Quo vero modo fractionum operationes examinari debeant, non eſt, quod quidquã hoc loco dicamus,*

Quod eadem in his fractis atq; in integris examinandi ratio ſit: nam additio ſubductione, & contra ſubductio additione examinanda venit: eadem multiplicationis & diviſionis ratio eſt.

Digitized by Google

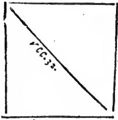
SECTIO II.
De
Magnitudinibus Irrationalibus.
TITVLVS I.
De
MAGNITVDINIBVS IRRATIONALIBVS INTEGRIS:
MEMBRVM I.
De
Magnitudinibus Irrationalibus Integris Simplicibus:
CAPVT I.
De
Magnitudinum Irrationalium Definitione, Diviſione, & Notatione.

1 HActenus de Magnitudinibus Rationalibus, tam integris, quàm fractis, ea, qua potuimus, brevitate egimus, ſequuntur (ex §. 44 c. 2. tit. 1. ſect. 1. *Magnitudines Irrationales.*
2 *Harum conſiderabimus definitionem, diviſionem, notationem, reductionem numerationem & uſum.*

3 *Magnitudines Irrationales ſunt, quarum ad invicem habitudo ſive ratio non eſt explicabilis certo & expreſſo datæ menſuræ numero.*

Sic dantur & inveniuntur interdum lineę, quarum ratio ad invicem ne quidem numeris fractis exprimi poteſt. Ex. gr. Latera quadrati & diagonalis ad invicem ſemper ſunt irrationalia. Vt ſit latus quadrati A 4, & B totidem, erit diagonius C (per penultimam prop. lib. 1. Euclidis) √CC. 32. quadratum enim AA 16 lateris A 4, additum quadrato BB. 16. lateris B. 4, dat aggregatum AA + BB 32 æquale quadrato CC ſuper C diagonium deſcripto, ex quo eductum latus, eſt √CC 32.

A. 4 B. 4.
4 * 4 *
AA. 16 BB. 16.
16. BB +
32. AA + BB ——— CC.
——— L. Q.
√. CC. 32. ——— C



B. 4.
A. 4.

Hanc aſymmetriam diagonii & lateris quadrati Ariſtoteles non uno in loco appellavit: diagonius quippe poteſt duplum lateris, eiq; per ſe, immediatè & actu eſt aſymmetra, hoc tamen non prohibet, quo minus eidem poſſit eſſe ſymmetra per accidens ſc. δι' ἄλλο, mediatè & potentia? Et hoc eſt primum exemplum ἀλογίας, vel ἀσυμμετρίας; ſic ſecundum erit de recta proportionaliter ſecta, eiuſque ſegmentis; tertium de diametro circuli, & latere quinquanguli inſcripti; quartum de diagonio & latere icoſaedri; quintum de diagonio & latere dodecaedri; diagonius quippe eſt irrationalis tam ad latus datum icoſaedri, quàm dodecaedri &c.

4 *Praeterea magnitudo irrationalis aut ſibi ipſi eſt irrationalis, aut alteri: ſimiliter rationalis. Sicuti enim magnitudo ſibi ipſi rationalis dicitur modo obſcuriore, cùm re ipſa terminus rationis unicus ſit; manifeſtiore autem ratione magnitudines rationales dicuntur, quæ ad datam menſuram commenſurabiles ſunt.*

Sic

Sic famoſa aliqua menſura, quæ Euclidi dicitur ῥητὴ, ſibi ipſi eſt rationalis: quales ſunt omnes magnitudines inter ſe æquales. Sed magnitudines bipedales & tripedales ſunt rationales πρὸς ἀλλήλας, inter ſe, quia ſunt ſymmetræ. Nam omnes magnitudines commenſurabiles ſunt quoq; rationales, cùm rationalis magnitudo ſit, quam ſecundum aliquem numerum cognoſcimus, & ſecundum aliquam θέσει, poſitione, menſuram, ut ſecundum palmum vel digitum: Sic etiã contra irrationales magnitudines ſunt, ut latus lateris quadrati decem pedum ad datam bipedalem: qualium irrationalium magnitudinum 13 genera in *Euclidis* libro 10. elem. oſtenduntur.

5 *Quæritur hoc loco, an una eadẽq; magnitudo poſſit eſſe rationalis & irrationalis?*

Poteſt diverſo reſpectu. Quandoquidem ſegmenta datæ lineæ rectæ proportionaliter ſectæ ſint irrationalia ad totam rationalem, quamvis inter ſe ſint rationalia, & diameter in circulo rationalis, ſit irrationalis ad latus inſcripti quinquanguli: diagonius icoſaedri & dodecaedri irrationalis ſit ad latus, ut ſupra diximus; Atque horum omnium ratio quidem eſt, ut ratio duarũ quarumlibet quantitatum, verùm cùm ſit inexplicabilis numero, meritò irrationales dicentur.

6 Antequam vero ad harum magnitudinum diſtributionem accedamus, hic ſtatim in limine diſcutienda eſt quæſtio, qua quæritur:

An Magnitudines Irrationales numeri dici poſſint, nec ne?

Ratio dubitandi eſt, cùm magnitudines hæ nec numeri integri dicantur, nec fracti; cùm etiam nullam certam proportionem habeant ad numeros integros & fractos, quæ numeris exprimi queat, non videntur eſſe numeri dicendæ. Nos tamen eas numeros eſſe affirmamus, duabus hiſce potiſſimum inducti rationibus: quarum *prima*, quod ex duabus irrationalibus magnitudinibus erui poſſit magnitudo rationalis, vel numerus rationalis. Vt ex irrationali numero √ AA 20 in √ AA. 80. fit numerus rationalis 40: Multiplicatis enim √ AA 20 per √ AA 80, factus erit AA 1600, cuius latus eſt 40, Ratio *ſecunda*, quod ut inter duos numeros cõtinuos ex. gr. inter 2 & 3, infiniti intercidunt fracti; ita inter eoſdem infiniti quoq; intercidere poſſint numeri irrationales, veluti ſunt: √ AA 5. √ AA 6. √ AA 7. √ AA 8. √ AAA 9. √ AAA 10 &c.

√ AA 80
√ AA 20 *
———————
1600
——— L. A.
40.

7 *Sunt autem magnitudines Irrationales vel Integræ, vel fractæ.*

8 *Integræ ſunt vel ſimplices, vel Compoſitæ.*

9 *Simplices alias dicuntur Mediales, quod beneficio illarum inter duas magnitudines datas, quotcunq; mediæ proportionales inveniantur.*

10 *Sunt autem Magnitudines ſimplices commenſurabiles, & incommenſurabiles.*

11 *Magnitudines commenſurabiles, aliis dictæ σύμμετραι, ſunt, quas una eademq; menſura exactè metitur.*

Euclides defin. 1. lib. 10. Ex. gr. Commenſurabiles ſunt hæ duæ magnitudines √ AA 12 & √ AA 147, hæ namq; per √ AA 3 utriuſq; communem diviſorem maximum ad minimos terminos √ AA 4 & √ AA 49 reductæ, exhibent latera 2 & 7, illud de √ AA 4, hoc de √ AA 49. Cùm itaq; √ AA 12 & √ AA 147 ſint ut 2 ad 7, erunt commenſurabiles. Ita etiam commenſurabiles ſunt duæ, tres, aut plures lineæ, quarum una duorum pedum, altera quatuor eſſe velis, tertia 7 aut 8 ſit, ita quidem, ut nihil de pedis menſura in earum aliqua ſit reliquum.

12 *Incommenſurabiles, ſeu ἀσύμμετραι, contra ſunt, quas una eademq; menſura non metitur.*

Vt *Euclides* defin. 2. lib. cit. Vt √ AA 17 & √ AA 13, quarum irrationalium communis menſura dari nequit, ac proprerea incommenſurabiles ſunt. Sic incommenſurabiles ſunt lineæ, quæ ſub communi menſura ſine aliqua eius menſuræ parte reliqua comprehendi nequeunt.

13 *Quæritur hoc loco, an una eademq; magnitudo poſſit eſſe ſymmetra & aſymmetra? ita eſt:*

Nam ex. gr. longitudo itineris quinq; milliarium eſt aſymmetra longitudini itineris ſeſquimilliaris, ſi integrum milliare pro menſura adhibeatur: Eſt autem ſymmetra, ſi adhibeatur dimidium milliare. Secundo, quæ ſunt aſymmetra actu, ſæpe ſunt ſymmetra potentia, quod ſupra diximus de diagonio quadrati, & latere ejuſdem. Potentia autem rectæ alicuius eſt quadratũ: Sic linea recta poteſt quadratum, quia in ſe ipſam ducta facit quadratum, quod eſt δυνάμει, potentiâ ſeu virtualiter. Ita intelligenda eſt hæc propoſitio: *Si recta eſt ſecta utcunque, poteſt multiplex ſegmenti cognomine quadrato numeri ſectionis.* Sic biſecta poterit quadruplum dimidii cognomine quaternario, quadrato binarii, ſecundum quem ſit ſectio: Sic triſecta poterit non cuplũ

trientis; quadriſecta ſedecuplum quadrantis &c. Notandum etiam hic eſt, *omnes magnitudines commenſurabiles non ſtatim eſſe æquales:* Nam v. gr. magnitudo bipedalis & tripedalis eſt commenſurabilis, ſed non æqualis: Sed omnes magnitudines incommenſurabiles ſunt quoq; inæquales, ita longitudo digitalis pedali eſt incommenſurabilis & inæqualis: Sic quę ulnis & urnis menſurantur, incommenſurabilia & inæqualia ſunt.

14 *Vtręq; Magnitudines tam commenſurabiles, quam incommenſurabiles ſunt vel homogeneæ vel heterogeneę.*

15 *Homogeneæ ſunt, quæ ejuſdem ſunt generis,* id eſt, *quæ eaſdem adſcriptas habent poteſtates.*

Vt in commenſurabilibus √ AAA 40 & √ AAA 1715. In incommenſurabilibus √ AA 11, & √ AA 7.

16 *Heterogeneæ ſunt, quę diverſi sũt generis, id eſt qui diverſas poſſident poteſtates.* Vt in incommenſurabilibus √ AAAA 10 & √ AAAAAA 7, & in commenſurabilibus √ AA 8 & √ AAA 12.

17 *Notantur Magnitudines irrationales hoc modo:*

√ AA 15, id eſt, latus quadrati ex hoc numero 15: ſic √ AAA 7 eſt latus cubi ex numero 7. ita √ AAAA 12 denotat latus biquadrati ex 12. Iiſdem igitur poteſtatibus ſignantur irrationales, quibus rationales: niſi quod hiſce irrationalibus hoc ſignum √ præſcribatur.

CAPVT II.

DE

Magnitudinum Irrationalium Reductione.

1 TAntum de Magnitudinum Irrationalium definitione, diviſione, & notatione; ſequitur (ex §. 2. cap. 2. huius) earundem reductio.

2 Vt latera ſurda ſimplicia inter ſe multiplicentur, & dividantur, requiritur, ut, ſi diverſæ fuerint denominationis, ad eandem denominationem reducantur.

3 *Reducuntur autem ita: Datas magnitudines pone ſupra, & poteſtates infra; tũ talem per crucem inſtitue multiplicationem, qualem ipſa poteſtas deſiderabit; poſtremo utriq; facto utramq; poteſtatem præpone.*

Ex. gr. ſint datę hæ duæ magnitudines √ AAA 9, & √ AA 27 ad eandem denominationem reducendę: multiplicatis ergo numeris 9 quadrate, & 27 cubicè, propter poteſtates iis per crucem reſpondentes, & facti erunt 81 & 19683 quibus appones poteſtates ſuas hoc modo: √ AAAAA 81, & √ AAAAA 19683. Ita magnitudines hę datæ √ AAA 9 & √ AA 27 diverſarum denominationum reductæ ſunt ad eandem denominationem, ſc. ad √ AAAAA 81 & √ AAAAA 19683. Vt.

9   27

√ AAA   √ AA

AA ✠   AAA ✠

√ AAAAA 81.   √ AAAAA 19683.

9 — 27
9 *   27 *
81.   189
54
729
27 *
5103
1458
19683.

Aliud exemplum.

Sint datę magnitudines irrationales, √ AAA 10 & √ AAAA 15, quę ad eandem denominationē reducantur hoc modò: multiplica 10 biquadratè, & 15 cubicè, propter poteſtates iis ex diametro oppoſitas, ſc. AAAA & AAA, ut facti ſint 10000 et 3259, quibus præfiges poteſtates additas, nimirum AAA AAAA, ut magnitudines quęſitæ ſint √ AAAAAAA 3259, et √ AAAAAAA 10000. Ita ex lateribus, cubico √ AAA 10 et quadrato-quadrato √ AAAA 15 fiunt hæc quadrato-quadrato-cubica. √ aaaaaaa 3295 & √ aaaaaaa 15, hoc modo:

10 15

√ AAA √ *AAAA*

AAAA ✠ *AAA* ✠

√ AAAAAAA 3295. √ AAAAAAA 10000

10 — 15
10 ✱ 15 ✱
———
100 275
10 ✱ 15
———
1000 225
10 ✱ 15 ✱
———
10000 1045
225
———
3295.

Eodem modo ſi magnitudines datæ ſint √ *AA* 5 & √ *AAA* 4 revocandæ ad eandem poteſtatem, erunt quæſitæ magnitudines ad eandem poteſtatem, vel denominationem reductæ √ *AAAAA* 125 & √ *AAAAA* 16. Quo facto erit √ *AAAAA* 125 æqualis √ *AA* 5, & √ AAAAA 16 ipſi √ AA*A* 4: Nã √ AA 5 eſt √ AAAAA numeri 125, propterea quod √ AA 5 quadratè multiplicata faciat 5, & 5 ducta cubicè efficiat 125. *Eadem* ratione √ *AAA* 4 eſt √ *AAAAA* numeri 16 propterea, quod √ AAA 4 cubata efficiat 4, & 4 quadrata faciat 16, quod etiam ex hoc manifeſtum eſt: quoniam √ AAA multiplicans √ AA & 5 fecit √ AAAAA & 125, erit per propoſ. 17. lib. 7. *Euclidis* eadem proportio √ *A*AAAA ad 125, quæ √ AA ad 5: Sic etiã, cùm √ AA multiplicans √ *A*AA & 4 producat √ *AAAAA* & 16, erit eadem proportio √ *AA*AAA ad 16, quæ √ *AAA* ad 4, ac proinde √ *AA* 5 æquabitur √ aaaaa 125, & √ *AAA* 4 æquabitur √ aaaaa 16, quod erat demonſtrandum. Preterea idem hoc exemplum, in quo √ aa 5 dicitur æquari √ aaaaa 125, & √ aaa 4 huic √ aaaaa 16, aliter & quidem Geometricè hoc modo demonſtro: Sit √ aa 5 latus quadrati numeri A 5, cuius lateris poteſtas ſit aa 2 (ut ex tabella A capitis præced. 7. part. 1. ſect. 1. conſtabit) item √ aaa 4 ſit latus cubicum numeri *A* 4, cuius poteſtas ſit aaa 3. Multiplicetur A 5 quadratus huius numeri √ aa 5 in ſe cubice propter poteſtatem aaa 3 (ita enim fiet multiplicatio per crucem) ut fiat numerus 125, ita ut *A* 5 ſit √ aaa numeri facti 125, cuius poteſtas aaa 3. Item ducatur a 4, cubus huius numeri √ aaa 4 in ſeſe, propter poteſtatem additam aa, ut fiat numerus 16, ita ut A 4 ſit √ aa numeri facti 16, cuius poteſtas aa 2. Deniq; multiplicetur poteſtas aa 2 in poteſtatem aaa 3, fiatq; numerus aaaaa 6. Dico √ aa 5 eſſe √ aaaaa, nimirum aaaaa 6, & √ aaa eſſe numeri aa 16, ab eodem numero aaaaa 6 denominatum. Cùm enim √ aa 5 ſit latus ipſius a 5 denominatum à poteſtate aa 2, erunt inter A 5 & unitatem tot proportiones æquales proportioni √ aa 5 ad unitatem, quot unitates ſunt in aa 2, nimirum duæ, ut hic videre eſt: 1. √ aa 5. 5. Item quia A 5 eſt latus ipſius aaa 125 denominatum ab aaa 3, erunt eandem ob cauſam inter aaa 125 & unitatem tot proportiones æquales proportioni A 5 ad unitatẽ, quot ſunt unitates in aaa 3, nimirũ tres, quod etiã hinc manifeſtum eſt: 1. 5. 25. 125, hoc eſt, inter aaa 125 & A 5, erunt duæ proportiones æquales proportioni A 5 ad unitatem: quandoquidem inter aaa 125 & unitatem ſunt tres proportiones æquales proportioni A 5 ad unitatem. Cùm ergo inter A 5 & unitatem ſint duæ proportiones æquales proportioni √ aa 5 ad unitatem; erunt ſex huiuſmodi proportiones inter aaa 125 & unitatem, quot videlicet unitates ſunt in aaaaa 6 qui numerus proportionum gignitur ex multiplicatione duarum proportionum inter A 5, & unitatem, in tres proportiones inter aaa 125 et unitatem, hoc eſt, ex aa 2 in aaa 3, ac proinde aaa 125 erit quadrato--cubus, cuius poteſtas eſt aaaaa 6, hoc eſt, √ aa 5 erit √ aaaaa numeri aa 16. Non aliter demonſtrabitur √ aaa 4 eſſe √ aaaaa numeri aa 16, quod demonſtrandum erat. Vt:

1 — √ aa 5 — a 5   1 — √ aaa. 4 — a 4.
a 5 ✱   a 4 ✱
———
aa 25   aa. 4.
5. 2 ✱
———
aaa 125.

aaa 3
aa 2 } poteſtates.
———
aaaaa 6.

Eadem quoq; ratio eſt in numeris Rationalibus,

Quorum *B* 2 eſt latus cubici numeri BBB 8, denominatum à poteſtate *BBB* 3. *At* vero *B* 3 eſt √ *BBBB* numeri *BBB*. 81, denominatum à poteſtate BBBB 4. Ex *BBB* 8 in ſeſe quadrato--quadratè, propter poteſtatem *BBBB* 4, fiat BBBBBBBBBBB 4096; Ita ut BBB 8 ſit √ *BBBB* numeri 4096. Item ex *BBB* 81 in ſe cubicè, propter poteſtatem *BBB* 3, fiat BBBBBBBBBBB. 531441, ita ut *BBB* 81 ſit √ *BBB* numeri BBBBBBBBBBB. 531441. *Ac* tandem ex poteſtate BBB 3 in poteſtatem BB*BB* 4 fiat BBBBBBB 12. Dico *B*. 2. eſſe √ BBBBBBB numeri BBBBBBBBBBB 4096 denominatum à BBBBBBB 12, id eſt, à numero 12. *Et B*. 3 eſſe √ BBBBBBB numeri BBBBBBBBBBB 531441 denominatum ab eodem numero. 12. Cùm enim B. 2. ſit latus ipſius BBB 8 denominatum à BBB 3; erunt

inter BBB 8 & unitatem tot proportiones ęquales proportioni B. 2 ad unitatem, quot unitates ſunt in BBB 3, nimirum tres, ut hic videre licet: 1. 2. 4. 8. Item quia *BBB* 8 eſt latus ipſius BBB BBBBBBBBB 4096 denominatum à BBBB 4; erunt tot proportiones inter BBBB BBBBBBBB 4096 et unitatem, quarum quælibet æquatur proportioni BBB 8 ad unitatem, quot unitates ſunt in *BBBB* 4, videlicet quatuor, ut ſunt. 1. 8. 64. 512. 4095, hoc eſt, inter BBBBBBBBBBBB 4096 et BBB 8, erunt tres proportiones ęquales proportioni BBB 8 ad unitatem: quandoquidem inter BBBBBBBBBBBB 4096 et unitatem ſunt quatuor proportiones æquales proportioni BBB 8 ad unitatem. Cùm ergo inter BBB 8 et unitatem ſint tres proportiones æquales proportioni B. 2 ad unitatem, erunt inter BBBBB: BBBBBB 4096 et unitatem duodecim proportiones æquales proportioni B. 2 ad unitatem: quot videlicet ſunt unitates in numero 12, qui proportionum numerus gignitur ex multiplicatione trium proportionum inter bbb 8 et unitatem in quatuor proportiones inter bbbbbbbbbbbb 4096 et unitatem, hoc eſt ex bbb 3 in bbbb 4: ac proinde bbbb bbbbbbbb 4095 erit √ bbbbbbb, cuius poteſtas eſt bbbbbbb 12, id eſt B. 2. erit √ bbbbbbb numeri 4096. Eademq; ratione b 3 erit √ bbbbbbb numeri 531441, quod demonſtrandum. Vt:

1 —— 2. b
2. b *
———
4. bb
2. b
———
8. bbb
8. bbb
———
64. bbbbbb
8. bbb
———
512. bbbbbbbbb
8. bbb
———
4096. bbbbbbbbbbbb

bbbb 4 }
bbb 3* } poteſtates.
———
12. bbbbbbb.

1 —— 3. b
3. b *
———
9. bb.
3. b
———
27. bbb
3. b
———
81. bbbb
81. bbbb
———
81.
648
———
6561. bbbbbbbb.
81. bbbb
———
6561
52388
———
531441. bbbbbbbbbbbb

4 *Compendia Reductionis duo ſunt: vel enim reductiones fieri poſſunt per abjectionem poteſtatis, vel per ejuſdem aſſumptionem.*

5 *Reductio, quæ fit per abiectionem poteſtatis, inſtituitur tum, quando utraq; magnitudo habet latus, quod poteſtas indigitat: Tunc enim educitur latus, & ejus poteſtas abÿcitur.*

Ex. gr. ſi duo hæc latera, cubi √ aaa 8, et biquadrati √ aaaa 36 ad eandem denominationem ſint reducenda, educendum erit 36 latus quadrati 6, cui præponenda reliqua poteſtas, ut fit √ aa 6. præterea ex 8. extrahendum latus cubi 2, quod in ſe, ſc. quadratè multiplicatum dat latus quadrati √ aa 4; erunt ergo duo latera propoſita √ aaa 8 et √ aaaa 36 reducta ad √ *AA* 4 & √ *AA* 6: Vt:

√ AAA 8 ———— √ AAAA 36
L. C. ———————— L. Q.
2 — 6
2 *
———
√ AA. 4. & √ AA 6.

6 *Reductio quæ fit per aſſumptionem poteſtatis, inſtituitur hoc modo:*

Ex. gr. Sint reducenda √ aaa 6, & √ aaaaa 17, ſc. latus cubi & quadrato-cubi. Ad hoc faciendum, duc 6 in ſe propter poteſtatem aa, quæ præter poteſtatem aaa in altero latere dato reperitur, & factū erit 36, cui præſcribe poteſtatem aa, eſtq; reductio facta laterum datorum √ aaa 6 & √ aaaaa 17 ad quæſita √ aaaaa 36, & √ aaaaa 17, hoc modo:

√ aaa 6 ———— √ aaaaa 17
6 * — aaa ——
———
36 — aa
aa +
———
√ aaaaa. 36. — √ aaaaa 17.

CA-

CAPVT III.

DE

Magnitudinum Irrationalium ſimplicium Multiplicatione.

1 ET tantum etiam de magnitudinum Irrationalium reductione; ſequitur (ex 5. 2. cap. 1. hujus) earundem *Numeratio*.

2 *Numeratio eſt vel ſecunda vel prima.*

3 *Secunda eſt Multiplicatio, & Diviſio.*

4 Vt in hoc ſyſtemate doctrinæ ordo ſervetur, ante numerationem primam magnitudinum irrationalium ſimplicium agendum eſt de earum numeratione ſecunda: quandoquidem ſine numeratione ſecunda prima inſtitui & abſolvi nequit.

5 *Quapropter Multiplicatio magnitudinum irrationalium ſimplicium eſt earundem vel homogenearum, vel heterogenearum.*

6 *Multiplicatio ſimplicium irrationalium homogenearum abſolvitur multiplicatione magnitudinum propoſitarum in ſe, aſſervata communi poteſtate.*

Ex. gr. ſint multiplicanda √ aa 26 & √ aa 30 latera quadrati, quæruntur magnitudines facta? Reſp. latus quadrati 780, hoc eſt, √ aa 780. Sint etiam multiplicanda latera cubi √ aaa 5 & √ aaa. 7. ut facta ſi magnitudo √ aaa 35. hoc modo.

√ aa 26   √ aaa 7.
√ aa 30 *   √ aaa 5 *
———————————————
√ aa 780   √ aaa 35.

Sint etiam multiplicanda latera biquadrati √ *BBBB*. 12. & √ *BBBB* 9, Item latera quadrato-cubi √ CCCCC 14 & √ *CCCC* 18, ut magnitudines irrationales factæ ſint: √ *BBBB* 108, & & √ CCCCC: 252.

√ BBBB 12   √ CCCCC 14
√ *BBBB* 9 *   √ *CCCCC* 18
———————————————
√ BBBB 108   112
14
———————
√ CCCCC. 252

7 *Si verò contingat, quod ſæpe numero uſu evenire ſolet, ut magnitudo producta habeat latus, illud educendum eſt, quod ipſa poteſtas addita indicat.*

Ex. gr. ſint multiplicanda latera biquadrati, ſc. √ DDDD 48 per √ DDDD 27, ut facta magnitudo ſit D. *6*: Multiplicetur enim √ DDDD 48 per √ DDDD 27, ut facta ſit √ *D*DDD 1*296*, cuius latus biquadrati extrahatur propter poteſtatem additam DDD*D*, quod fit hoc modo: primo ex numero producto 1*296* educatur latus quadrati, quod eſt *36*, & ex hoc denuo latus quadrati, quod invenietur *6*, & ſic verus numerus productus erit D. *6*. ex datis √ DDDD 48 & √ DDDD 27. Vt:

√ DDDD 48
√ DDDD 27 *
———————
336
96
———————
√ DDDD 1*296*
——————— L. DD
DD *36*
——————— L. D
D. *6*. Magnitudo quæſita.

Aliud exemplum in numeris integris cum annexis fractionibus.

Sint multiplicanda √ aa $16\frac{1}{14}$ & √ aa $3\frac{1}{2}$, ut magnitudo facta ſit $7\frac{1}{2}$. Multiplicetur e-

nim

Digitized by Google

nim $\surd AA\ 16\frac{1}{14}$ per $\surd AA\ 3\frac{1}{2}$, hoc eſt in fractionibus $\frac{225}{14}$ per $\frac{7}{2}$, & factus numeraror 1575 dividatur per factum denominatorem 28, & ex quoto $56\frac{7}{28}$, vel $56\frac{1}{4}$ educatur latus $7\frac{1}{2}$ pro quæſita magnitudine, quod fiet hoc modo: multiplicetur quotus 56 per eius denominatorem 4, & facto 224 addatur numerator ejuſdem quoti, nẽpe 1, & ex ſumma 225 extrahatur latus quadrati, ſc. 15, quod per 2 dividatur, & emergit quæſitum $7\frac{1}{2}$.

$\surd AA\ 16\frac{1}{14}$ —— $\surd AA\ 3\frac{1}{2}$

$\frac{225}{14}$ —— $\frac{7}{2}$ | $\frac{1575}{28} \div$ | $56\frac{7}{28}$ | $\frac{1}{4}$ | 225 —— L. Q. | $\frac{15}{2} \div$ | $7\frac{1}{2}$ Magnitudo quæſita.

9 *Si Rationalis detur multiplicandus per irrationalem, ante operationem prius ad ſpeciem irrationalis eſt revocandus rationalis, puta ad quadratum, cubum, biquadratum &c ad talem videlicet poteſtatem, qualem irrationalis præfixam habet.*

Ex. gr. Si datus $\surd$ AA 26 irrationalis per rationalẽ 27, quod fit hac ratione: ducatur rationalis datus 27 in ſe ſe propter poteſtatem aa, quam alter datus irrationalis adjunctam habet, & facto 729 præponatur poteſtas alterius dati hoc modo: $\surd$ AA 729 iam multipliectur $\surd$ aa 729 per $\surd$ aa 26, ut magnitudo producta ſit $\surd$ aa 18954, quæ quærebatur. Vt:

$\surd$ aa 26 —— 27

$\surd$ aa 729 * —— 27 *

4374 —— 189

1458 —— 54

$\surd$ aa 18954. —— $\surd$ aa 729.

Aliud exemplum in numeris integris, & fractis.

Sit datus irrationalis $\surd BB\ 13\frac{1}{4}$ multiplicandus per rationalem 7, ut factus ſit $\surd BB\ 649\frac{1}{4}$: Multiplicetur enim $\surd BB\ 13\frac{1}{4}$ per $\surd$ BB 49 lateris 7, hoc eſt $\frac{53}{4}$ per $\frac{49}{1}$, & facti numeratore 2597 dividatur per denominatorem eiuſdẽ facti, ſc. per 4, ut quotus $649\frac{1}{4}$ ſit pio magnitudine quæſita, videlicet $\surd BB\ 649\frac{1}{4}$. Vt:

$\surd BB\ 13\frac{1}{4}$ —— 7

$\frac{53}{4}$ —— $\frac{49}{1}$ | $\frac{2597}{4} \div$ | $\surd.\ BB.\ 649\frac{1}{4}$. Magnitudo quæſita.

Aliud exemplum in biquadrato irrationali, & rationali.

Sit datum latus biquadrati $\surd$ BBBB 20 multiplicandum per numerum rationalem 3, ut magnitudo producta ſit $\surd$ BBBB 1620. Ad hanc inveniendam multipliea rationalem 3 per ſe, & factum $\surd$ BB 9 iterum per ſe propter poteſtatem BBBB numeri irrationalis 20, factumq; $\surd$ BBBB 81 duc in irrationalem datum $\surd$ BBBB 20, & producta magnitudo erit $\surd$ BBBB 1620, quæ invenienda erat. Vt:

$\surd$ BBBB 20 —— 3

3 *

$\surd$ BB 9

9 *

$\surd$ BBBB 81

$\surd$ BBBB 20 *

$\surd$ BBBB 1620.

10 *Ex hiſce elicitur modus quamlibet magnitudinem irrationalem datam duplicandi, triplicandi, quadruplicandi.*

Ex. gr. ſit latus irrationale quadrati 23 duplicandum, & latus irrationale cubi 30 quadruplicandum. Ad hoc præſtandum duc 2 in ſe propter $\surd$ AA 23, & 4 cubicè propter poteſtatem $\surd$ AAA, ut magnitudo duplicata ſit $\surd$ AA 92, & quadruplicata $\surd$ AAA 1920. Vt:

$\surd$ AA 23 —— 2 | $\surd$ AAA 30 —— 4

$\surd$ AA 4 * —— 2 * | $\surd$ AAA 64 * —— 4 * | 4 *

$\surd$ AA 92. —— $\surd$ AA 4 | $\surd$ AAA 1920. —— 16 —— $\surd$ aaa 64

Mul-

11 *Multiplicatio magnitudinum ſimplicium heterogenearum requirit prius magnitudinum datarum ad idem genus reductionem, antequam ipſa operatio multiplicationis inſtituatur.*

Ex. gr. ſint datæ magnitudines ſurdæ multiplicandæ √*AA* 18, & √*AAA* 10, quod fit hoc modo: Reduc magnitudines datas √*AA* 18 & √AAA 10 ad eaſdem poteſtates, ut ſint √AAAAA 5832, & √AAAAA 100, hę reductę in ſe invicem ductę exhibent quæſitam magnitudinem, ſc. √AAAAA 583200. Vt:

18   10   √aa 18   √aaa 10
√aa   √aaa   18 *   10 *
√aaa ✠

√aaaaa.   5832   144   100
√aaaaa   100 *   18

√aaaaa   583200. Magnitudo quęſita.   324
18 *

2592
324

5832.

Aliud exemplum.

Sint datæ magnitudines multiplicandæ √*CCC* 15 & √CCCC 9, quæ ad eandem poteſtatem revocatæ exhibent √CCCCCCC 50625 & √CCCCCCC 729, hæ in ſe invicem multiplicatæ dant magnitudinem quæſitam in *CCCCCC* 36905625. Vt:

15   9   √CCCC. 9   √CCC 15
√CCC   √CCCC   9 *   15 *
√*CCCC* ✠

√*CCCCCC*   50625   81   75
√CCCCCCC   729 *   9   15

455625   729.   225
101250   15 *
35475

√CCCCCCC 36905625   1125
225

3375
15 *

16875
3375

50625.

12 *Si data magnitudo quadratè, cubicè, biquadratè &c. multiplicanda offeratur, dempta ſolummodo poteſtate ſibi adjuncta multiplicatio abſolvitur.*

Sit magnitudo √aa 17 in ſe, hoc eſt, quadratè, √aaa 37 cubicè, √aaaaa 75 quadrato-quadratè multiplicanda, erunt magnitudines productæ, ut quadrata 17, cubica 37, & quadrato-quadrata 75. Vt:

√aa 17   √aaa 37   √aaaa 75
√aa 17 *   √aaa 37 *   √aaaa 75 *

17   37.   75.

Conſectarium.

13 *Hinc liquet, qua ratione ex hiſce magnitudinibus latera ſint extrahenda, ſcilicet ſi eidem magnitudini datæ decens poteſtas præponatur.*

Ex. gr. ſit ex 21 educendum latus quadrati, ex 4 latus cubi, ex 63 latus biquadrati, ex 45 latus biquadrati, ex 45 latus quadrato-cubi. Quod fiet, ſi poteſtas decens cuilibet numero præfigatur, ut 21, √aa; 43 √bbb; 63 √*CCCC*; 45 √DDDDD; ut latera quęſita ſint: √aa 21, √*BBB* 43, √CCCC 63, √DDDDD 45 hoc modo:

21	43	63	45
√ AA ✠	√ BBB ✠	√ CCCC	√ DDDDD ✠
√ AA 21.	√ BBB 43.	√ CCCC 63.	√ DDDDD 45.

14 *Demonſtratio multiplicationis laterum quadratorum talis eſt :*

Sint datæ duę lineæ *A* √ aa 3, & *B* √BB 12. Dico √aa 36, vel (quod idem) √ BB 36 hoc eſt, latus quadrati numeri 36 producti ex quadrato 3 lineę *A*, in quadratum 12 lineæ B, eſſe numerum factum ex lines A, hoc eſt, ex √ aa 3, in lineam *B*, hoc eſt, in √ *BB* 12. Quoniam enim ex Clavii lemmate ad prop. 54. lib. 10 Euclidis, parallelogrammum ſub A & B medio loco proportionale eſt inter quadrata rectarum A & *B*: erit per prop. 20. lib. 7. Euclidis id, quod fit ex 3 quadrato rectæ A in 12 quadratum rectę *B*, ęquale ei, quod fit ex parallelogrammo ſub *A* & B in ſe multiplicato: Ideoq; factum AB, ex a in b erit latus quadrati facti ex 3 quadrato rectæ a in 12 quadratum rectę b, quod erat demonſtrandum.

√ aa. 3. — *A* — √ bb. 12 — *B* —

12
3 ✱
36.

15 *Sequitur demonſtratio generalior multiplicationis non quadratorum duntaxat, ſed omnium laterum, quæ talis eſt :*

Sit a 2 √ 2 magnitudinis aa 4 & b 3 √ bb magnitudinis bb 9: atq; ex a 2 in aa 4 fiat cubus aaa 8, ut a 2 ſit √ aaa magnitudinis aaa 8: & ex *B*. 3 in *BB* 9 fiat cubus BBB 27, ut *B* 3 ſit √ *BBB* magnitudinis BBB 27. Item ex ductu magnitudinis *A* 2 in AAA 8 fiat quadrato-quadratum AAAA 16, ut *A* 2 ſit √ AAAA magnitudinis aaaa 16: & ex ductu *B*. 3 in BBB 27 fiat quadrato-quadratum BBBB 81. ut *B* 3 ſit √ BBBB magnitudinis BBBB 81. Ac tandem ex a. 2 in B. 3 fiat rectangulum *A*B 6: & ex quadrato aa 4 in quadratum BB 9 fiat quadratum aaBB 36: & ex cubo aaa 8 in cubum BBB 27 fiat cubus aaaBBB 216: & ex quadrato-quadrato aaaa 16 in quadrato-quadratum BBBB 81 fiat quadrato-quadratum aaaaBBBB 1296. Dico magnitudinem AB. 6 factam ex A 2, √ aa 4, in *B* 3, √ BB 9, eſſe √ aaBB magnitudinis aaBB 36, factæ ex aa 4 in BB 9. Item eandem magnitudinem aB. 6. productam ex a. 2, √ aaa 8, in B, 3, √ BBB 27, eſſe √ aaaBBB magnitudinis aaaBBB 216, productæ ex aaa 8 in BBB 27. Denique eandem magnitudinem ab. 6, factam ex a 2, √ aaaa 16 in B. 3, √ BBBB 81 eſſe √ aaaaBBBB magnitudinis aaaaBBBB 1296, productæ ex aaaa 16 in BBBB, 81. Atq; ita deinceps, ſi a 2, & B. 3 in aaaa 16 & BBBB 81. ducantur, ut fiant quadrato cubi & deinde cubo-cubi, &c. Quoniam enim a 2, multiplicans a 2, & B. 3 fecit aa 4, & aB 6, erit per prop. 17. lib. 7. Euclidis, aa 4 ad *A*B. 6, ut a 2 ad B 3. Item quia B 3, multiplicans a 2 & B 3, fecit aB 6 & BB 9, erit etiam per eandem eit. prop. Euclidis aB 6 ad BB 9, ut a 2 ad B 3, id eſt, ut aa 4 ad aB 6: ac proinde aa 4, aB. 6. & BB 9 ſunt continuè proportionales. Quapropter per 20. prop. lib. 7. Euclidis eadem magnitudo fiet ex aa 4 in BB 9, quæ ex aB 6 in ſeſe: Fit autem aa BB 36 ex aa 4 in BB 9. Igitur eadem magnitudo aa BB 36 fiet ex aB 6 in ſeſe; hoc eſt, aB 6 erit √ aa BB magnitudinis aa BB 36.

Secundo quia aa 4 multiplicans a 2, & BB 9, fecit aaa 8 & aabb 36; erit per 17. propoſ. lib. 7. Euclidis, aaa 8 ad aabb 36, ut *A* 2 ad BB 9. Item quia B 3 multiplicans a 2, & bb 9, fecit a B 6, et bbb 27; erit quoq; per eandem prop. Euclidis *AB* 6. ad bbb 27, ut A 2 ad bb 9. hoc eſt, ut aaa 8 ad aabb 36: ac proinde quatuor magnitudines aaa 8, aabb 36, AB 6, bbb 27 ſunt proportionales. Igitur per 19. prop. 7. lib. Eucl., eadē magnitudo fiet ex aaa 8, prima in bbb 27, quartam, quæ ex AB 6, tertia in aabb 36, ſecundam. Facta eſt autem aaabbb 216, Cubus ex aaa 8 in bbb 27. Eadem igitur aaabbb 210 fiet ex ab: 6 in aabb 36, ſuum quadratum: ac proinde a B 6 erit latus cubicū ipſius magnitudinis aaabbb 216.

Rurſus quoniā aaa 8 multiplicans a 2, & bbb 27, fecit aaaa 16, & aaabbb 216; erit per 17. prop. lib. 7. Euclidis, ut a 2 ad bbb 27. Item quia B 3 multiplicans a 2 & bbb 27, fecit aB 6, & bbbb 81, erit per eandem prop. Euclidis, etiam a B 6 ad bbbb 81, ut a 2 ad bbb 27, hoc eſt, ut aaaa 16 ad aaabbb 216: ac proinde quatuor magnitudines aaaa 16, aaabbb 216, a B 6 & bbbb 81 sūt proportionales. Igitur, per 19. prop. 7. lib. Euclidis, eadem magnitudo fiet ex aaaa. 16, prima in bbbb 81, quartam, quæ ex ab 5, tertia in aaabbb 216, ſecundam. Facta eſt autem magnitudo aaaabbbb 1296 quadrato-quadratum ex aaaa 16 in bbbb 81. Eadem ergo magnitudo aaaabbbb 1296 fiet ex a B 6 in aaabbbb 216, ſuum cubum. Ideoq; a B 6 erit √ aabb magnitudinis aaaabbbb 1296, et ſic de cæteris, quod erat demonſtrandum. Vt:

2. a	3. b	3. b	9. bb	27. bbb	81. bbbb	
2. a ✱	3. b ✱	2. a ✱	4. aa ✱	8. aaa ✱	16. aaaa ✱	
4. aa	9. bb	6. ab	36. aabb.	216. aaabbb.	486	
2. a ✱	3. b ✱				81	8.

8. aaa 27. bbb
2. a * 3. b *

16. aaaa. 81. bbbb.

aaaa bbbb. 1296
aaaa 16. bbbb. 81.
aaabbb 216
aaa 8 bbb 27
aabb 36
aa 4 bb. 9.
ab. 6
a. 2 b. 3

Hæc non ſolùm vera ſunt in hiſce appoſitis numeris rationalibus, ſed etiam in Irrationalibus, docentibus Franciſco Maurolyco in *Arithm.* & Chriſt. Clavio *Algebræ* cap. 18.

CAPVT IV.

DE

Magnitudinum Irrationalium Simplicium Diviſione.

1 *Multiplicatio ſimplicium irrationalium homogenearum fit vulgari numerorum propoſitorum inter ſe diviſione, communi poteſtate retenta.*

Ex. gr. dividatur √aa 720 per √aa 18, ut quotus ſit √aa 40: dividantur enim 72. per 18, & quotus 4 multiplicetur per 18 diviſorem, factuſq; 72 ſubtrahatur à dividendo 72, ut reliquus ſit 00, qui denuo dividatur per eundem diviſorem 18, ut quotus ſit 40, cui proponatur communis data poteſtas √aa, erit quotus quæſitus √aa 40 ortus ex diviſione √aa 720 per √aa 18. Vt:

√aa 72 0 { 40. id eſt: √aa 40.
√aa 18 ÷
72
0 0
√aa 1 8
0 0

Aliud exemplum in Cubo.

Sit dividendum √bbb 7488 per √bbb 32, ut quotus fiat √bbb 234: inquiratur enim, quoties √bbb 32 contineatur in 74, & repertus bis, qui binarius pro quoto adſcriptus ducatur in diviſorem 32, factuſq; 64 ſubducatur dividendo 74, & reliquo 10 addatur ſequens dividendi nota 8, & quæratur, quoties diviſor 32 contineatur in ſumma 108, & inventus pro quoto ternarius, hic multiplicatus in 32, dabit productum 96, hic ſubtractus ab 108 dat pro reſiduo 12, cui addita ultima dividendi nota 8 facit 128, qui diviſus per 32, dat in quotiente 4, hic ductus in 32 dat 128, hic ſubtractus à 128, videlicet à reliquo dividendi, relinquit nihil. Si ergo √bbb 7488 dividatur per √bbb 32, erit quotus quæſitus √bbb 234. Vt:

√bbb 74 8 8 { √bbb 234.
√bbb 32 ÷
64
10 8
√bbb 3 2
9 6
1 2 8
√bbb 3 2
1 2 8
0 0 0

2 *Si vero accidat, ut magnitudo quota gaudeat latere, educendum eſt, quale ipſa poteſtas adjuncta ſignificabit.*

Ex. gr. ſint dividenda √CC 20 per √CC 5, ut quotus quæſitus ſit 2: dividantur enim √CC 20 per √CC 5. quotuſq; √CC 5 ducatur in diviſorē √CC 5, & productus 20 ſubtractus à dividendo √CC 20 relinquet 0. Præterea ex hoc quoto invento √CC 4 educatur latus quadrati, videlicet 2, qui eſt verus quotus ortus ex diviſione √CC 20 per √CC 5. Vt:

√CC 2 0 { √CC 4. L.Q.
√CC 5 ÷ 2. Quotus.
2 0
0 0

Exemplum aliud.

Dividantur √DD 1875 per √DD 12, ut quotiēs exiſtat 12 $\frac{1}{2}$ hoc modo: Dividatur 18 per
Cc √DD

√ DD 12, & quotus 1 multiplicetur per eundem diviſorem 12, & factus ſubductus a b 18, relinquit 6, cui addatur ſequens dividendi nota 7, & quæratur, quoties diviſor √ DD 12 contineatur in ſumma 67, & invenitur quinarius, qui ductus in 12, producit 60, hic ſubductus a 67, relinquit 7, cui additus ſequens dividendi numerus 5, inquiritur quoties √ DD 12 contineatur in 75, & invenitur pro quoto 6, hic ductus in 12, dat 72, hic ſubtractus a 75 relinquit 3 ut integer quotus ſit √ DD 156 $\frac{3}{12}$, hoc eſt, 156 $\frac{1}{4}$. Ad hunc ad minores terminos prioribus tamen æquivalentes reducendum, $\frac{3}{12}$ multiplica denominatorem 4 fractionis $\frac{1}{4}$ per numeros quoti integros, videlicet 156, cui additus ejuſdem fractionis $\frac{1}{4}$ numerator 1. $\frac{}{4}$ dat 625, cujus quadrati latus 25 diviſum per duo, dat pro vero quoto 12 $\frac{1}{2}$ orto ex diviſione √ DD 1875 per √ DD 12. Vt:

√ DD 18 7 5 { √ DD 156 $\frac{3}{12}$, hoc eſt, 156 $\frac{1}{4}$
√ DD 12

12 — 625 —L. Q.

6 7
√ DD 1 2 — 25

9 0 — 12 $\frac{1}{2}$. Quotus.

7 5
√ DD 1 2

7 2

3

Aliud Exemplum in Cubo.

Sic datum √ *EEE* 40 dividendum per √ EEE 5. dividatur 40 per 5, ut quotus ſit 8: quinquies enim octona conſtituunt dividendum 40, huic quoto 8 præfigatur poteſtas debita, ſc. √ EEE, ut ſit √ *EEE* 8. cujus extractum cubi latus erit 2. Erit ergo verus quotus 2. ortus ex diviſione facta √ *EEE* 40 per √ EEE 5. Vt:

√ EEE 40 { √ *EEE* 8 —L. E.
√ *EEE* 5 { 2. Quotus.

40

00

3 *Si Magnitudo Rationalis per irrationalem ſit dividenda, reducenda eſt prius rationalis ad irrationalem, puta ad quadratum, cubum, biquadratum, quadratocubum &c.*

Ex. gr. dividatur 12 per √ *AA* 6, ut quotus ſit √ *AA* 24: inquiratur ergo quoties 6 contineatur in 14, & invenietur bis, poſtmodum inquiratur, quoties idem diviſor 6 contineatur in 24, & deprehendetur quater. Magnitudo autem dividenda √ *AA*. 144. invenitur hoc modo: duc numerum rationalem 12 in ſeſe, hoc eſt, quadratè propter poteſtatem √ aa quam adjunctam habet diviſor datus, ſc. √ *AA* 6, & facto 144 præfige poteſtatem prædictam & magnitudo dividenda quæſita erit √ *AA* 144. Vt:

12 √ *AA* 144 { √ *AA*. 24.
12 * √ *AA* 6

24 12
12 24

√ AA. 144 √ *AA*. 6

24

00

Exemplum 2. in Cubo.

Sint dividenda √ *BBB* 33 per 2, id eſt, ſit √ *BBB* 33 dimidianda, ut quotus, vel dimidium ſit √ *BBB* 4 $\frac{1}{8}$. Multiplicetur enim numerus rationalis 2 in ſe cubicè, propter poteſtatem √ BBB, quam adjunctam habet magnitudo dividenda √ *BBB* 33, factusq; 8 auctus poteſtate magnitudinis dividendæ, ſc. *BBB* dividat dividendam √ *BBB* 33, ut quotus quæſitus ſit √ bbb 4 $\frac{1}{8}$, qui eſt ſemiſſis magnitudinis propoſitæ, ſc. √ *BBB* 33. Vt:

√ BBB 33 { √ *BBB* 4 $\frac{1}{8}$ 2
√ BBB 8 $\frac{1}{8}$ { 2 *

32 4
2

1. √ BBB. 5.

Exem-

Exemplum 3. in biquadrato.

Sit data √CCCC 24 dividenda per 4, erit quotus quæſitus √CCCC $\frac{24}{256}$, hoc eſt (ſi numerator 24 & denominator 256 per communem diviſorem maximum, qui eſt 8, dividantur) $\frac{3}{32}$. Erit ergo quotus √CCCC $\frac{3}{32}$. Vt:

```
  √ CCCC 24            4              vel            4
  √ CCCC 256 ÷         4 *                           4 *
  ------------         --------------------------------
          24           16                            16
  √ CCCC ----           4 *                          16 *
          256          --------------------------------
           8 ÷         64                            96
  ------------          4 *                          16
                       --------------------------------
          3
  √ CCCC ---- Quotus   256                     √ CCCC 256
          32
```

4 *In Diviſione magnitudinum ſimplicium heterogenearum prius inſtituenda eſt magnitudinum datarum ad idem genus reductio. Reliqua vulgari diviſione peraguntur.*

Ex. gr. ſint dividenda √AA 14 per √AAA 6. Facta datarum magnitudinum √AA 14, √AAA 6 ad eandem denominationem reductione, videlicet ad haſce: √AAAAA 2744 & √AAAAA 36. Dividatur prior √AAAAA 2744 per poſteriorem √AAAAA 36, & quotus erit √AAAAA 76 $\frac{8}{36}$, hoc eſt, (per reductionem fractionis $\frac{8}{36}$ ad minores terminos per communem diviſorem maximum 4 inſtitutam) $\frac{2}{9}$, ut verus quotus ſit √AAAAA 76 $\frac{2}{9}$. Vt:

```
   16          16         14        6      √ AAAAA 2744     { √ AAAAA 76 2/9
               --         14 *      6 *    √ AAAAA   36 | ÷ {
  √ AA        √ AAA       ---------------          -----|---
              √ AA *      56       36              252  |
  ------------------      14                       -----|
  √ AAAAA    √ AAAAA      ---                       124
     36.       2744.      196               √ AAAAA 36
                           14 *             ------------
                          ---                   216
                          784                   -----
                          196                    8     |    2
                          ---                   ----   |  ----
                          2774.                  36    |    9
```

Aliud exemplum:

Dividatur √DDD 5. per √DDDD 6, hoc eſt, facta reductione ad idem genus, ſc. √DDDDDDD 625 per √DDDDDDD 36, ut quotus exiſtat √DDDDDDD 17 $\frac{13}{16}$, quæ fractio, cum non habeat communem diviſorem maximum, ad minores terminos reduci nequit. Vt:

```
    6           5          6        5     vel     5     625       { √ DDDDDDD 17 13/16
                           6 *      5 *           5 *    36 | ÷   {
                          ------------------------------    |
  √ DDDD     √ DDD        36        25            25     36 |
  √ DDD ✠                           25 *           5 *  ----
  -----------------------        ----------------------  265
  √ DDDDDDD  √ DDDDDDD              125           125     36
     36.        625.                 50             5 *  ----
                                 ----------------------  252
                                    625           625.   ----
                                                          13.
```

Lemma.

5 *Ex hiſce diviſionibus ſcire licet, utrum duo latera irrationalia commenſurabilia ſint, nec ne; & quam inter ſe proportionem habeant. Quod fit hoc modo: Divide latera ſurda data per ſe: & tum ſi quotus exiſtat rationalis, ipſa latera propoſita erunt commenſurabilia, & talem obtinebunt inter ſe proportionem;*

qualem quotus ad unitatem. Vel ſi quotus ſit fractio, qualem fractionis numerator ad eiuſdem denominatorem.

Ex. gr. Queritur, an data hæc latera √*AA* 8 & √*AA* 2 ſint commenſurabilia? Reſp. quod ſic: quia ſunt ad ſe invicem in tali proportione conſtituta, in quali ſunt 2 ad 1, videlicet in proportione dupla. Sic etiam diviſa √*AA* 2 per √*AA* 8. fit quotus √*AA* $\frac{1}{4}$ Sunt ergo latera √*AA* 2 & √*AA* 8 commenſurabilia, eorumq; proportio eadem eſt, quæ $\frac{1}{2}$ ad 1, hoc eſt 1 ad 2 numeratoris ad denominatorem. Nam eadem eſt proportio numeratoris fractionis cuiuſuis ad eiuſdem denominatorem, quæ ipſius fractionis ad unitatem. Vt:

√ AA 8
AA 2 ÷

$\frac{4}{2}$ ad 1.

√ *AA* 2
√ *AA* 8 ÷

√ *AA* $\frac{2}{8}$ vel $\frac{1}{4}$ Cuius latus *A* $\frac{1}{2}$, hoc eſt, 1 ad 2.

Exemplum in Cubo.

Sic etiam cõmenſurabilia ſunt latera cubica: √*BBB* 320, & √*BBB* 135: quia illud per hoc diviſum dat quotum √*BBB* 2 $\frac{10}{27}$, vel √*BBB* $\frac{64}{27}$, hoc eſt, $\frac{4}{3}$ eſtq; illorum proportio ſeſquitertia, videlicet 4 ad 3. Vt:

√ *BBB* 320
√ *BBB* 135 ÷

270

$\frac{50}{135}$ (5. | $\frac{10}{27}$

√ *BBB* 2 $\frac{10}{27}$

2 $\frac{10}{26}$

2 * 1

54
10 ✱

√ *BBB* $\frac{64}{27}$ L.B.

$\frac{4}{3}$, hoc eſt, 4. ad 3.

7 *Si vero ex diviſione ortus eſt numerus irrationalis propoſita illa latera incommenſurabilia erunt, proportionemq; habebunt irrationalem.*

Qualia ſunt √*BB* 24 & √BB 3, quia ex diviſione gignitur quotus √ *BB* 8 irrationalis: cum 8 non gaudeat latere quadrati: habent tamen prædicta latera proportionem irrationalem, qualis eſt √ BB 8 ad 1. Sic etiam √ *CCC* 28 & √ CCC 4 ſunt latera incommenſurabilia, quia ex diviſione gignitur quotus √ CCC 7 irrationalis, cùm non habeat latus cubi: habent tamen oblata latera irrationalia proportionem irrationalem, quam √ CCC 7 ad 1. Vt:

√ *BB* 24
√ *BB* 3 ÷

√ BB 8. ad 1.

√ CCC 28
√ CCC 4 ÷

√ CCC 7 ad 1

8 *Si latera irrationalia oblata ſint heterogenea, reducenda prius ſunt ad idem genus, antequam diviſio inſtituatur.*

Ex. gr. queritur, an latera irrationalia √ *BB* 14 & √ BBB ſint commenſurabilia? Reſp. quod non: quia iſta latera reducta ſunt √ BBBBB 36 & √ *BBBBB* 2744, ex quorum diviſione oritur quotus √ BBBBB 76 $\frac{2}{9}$ irrationalis. Ita commenſurabilia ſunt latera √ CCCCC 64 & √ *CCC* 27; quia reductis ad eandem denominationem, ſc. ad √ CCCCC 64 & √ CCCCC 729 ſi poſterius per prius dividatur, fit quotus √ CCCCC 11 $\frac{25}{64}$ id eſt, √ CCCCC $\frac{729}{64}$, id eſt, $\frac{3}{2}$: ſũt ergo √ CCCCC 64 & √ CCC 27 commenſurabilia, habentq; poſterius ad prius proportionem, quam 3 ad 2, Vt:

√ BBBBB 2744
√ BBBBB 36 ÷

√ BBBBB 76 $\frac{2}{9}$

√ CCCCC 729
√ CCCCC 64 ÷

√ CCCCC 11 $\frac{25}{64}$

Non

——————L. B.
Non habet.

√ CCCCC ——— 729 / 64 ——— L. C.

——— 3 / 2 ——— id eſt 3 ad 2.

Quantum hoc lemma nobiliſſimum ſit utile laterum irrationalium additionibus & ſubductionibus, Capita duo ſequentia 5 & 6 comprobabunt.

9 Demonſtrationem diviſionis magnitudinum ſimplicium irrationalium hoc loco inſerere non neceſſarium eſſe duxi: tum quod latera rationalia veros producant quotos; tum etiam quod quotus legitimè inventus in diviſorem ductus proferat magnitudinem irrationalem diviſam.

CAPVT V.

DE

Magnitudinum Irrationalium Simplicium Additione.

1 TAntum de Numeratione ſecunda; ſequitur Prima, Additio ſc. & Subductio.
2 *Sunt autẽ Magnitudines ſimplices irrationales vel æquales vel inæquales.*
3 *Aequales ſunt, quarum numeri ſibi invicem æquantur.*
Sic irrationales æquales ſunt √ *AA* 6 & √ *AA* 5. Item √ *BBB* 9 & √ *BBB* 9.

4 *Quando harum magnitudinum duæ æquales addendæ proponuntur, duces unam illarum in 2, hoc eſt, √ AA 4; ſi tres in 3, hoc eſt, √ AA 9; ſi quatuor, in 4, hoc eſt, √ AA 16, & ſic deinceps per quadratorum progreſſionem pergendo.*

Vt ſint addenda √ *AA* 10 & √ *AA* 10, duc igitur unam addendarum, nimirum √ AA 10 in 2, hoc eſt, in √ *AA* 4, & facto 40 præfige poteſtatem AA cum ſigno irrationali √, hoc modo: √ *AA* 40: Eodem plane modo ex tribus æqualibus √ BB 10, √ BB 10 & √ BB 10 conſtabitur ſumma hæc: √ BB 90. Vt:

	2			3
	2 *			3 *
√ *AA* 10	√ *AA* 4		√ BB 10	√ BB 9
√ *AA* 10 +	√ AA 10 *		√ BB 10	√ BB 10 *
√ *AA* 40.	√ AA 40.		√ BB 10 +	√ BB 90.

Alia exempla.

Sint data √ (CC 4 & √ CCC 4 addenda; duc 2, (id eſt propter duas ſolummodo magnitudines datas) in ſe cubice (propter poteſtatem cubicam *CCC*) & factum √ (*CC* 8 multiplica per √ CCC 4; & emerget datarum √ CCC 4, √ CCC 4, ſumma √ (*CC* 32. Item ſint addenda √ DDD. 8. √ DDD 8, √ DDD 8; multiplica 3 (propter tres magnitudines addendas) in ſe cubice, (propter poteſtatem cubi adjunctam DDD) & factum √ *DDD* 27. duc in unam datarum, videlicet in √ DDD 8, & prodibit datarum √ DDD 8, √ *DDD* 8 √ DDD 8 ſumma √ DDD 216. Vt:

√ CCC 4	2	√ DDD 8	3
√ CCC 4 +	2 *	√ *DDD* 8	3 *
√ CCC 32	4	√ DDD 8 +	9
	2 *	√ *DDD* 216	3 *
	√ *CCC* 8		√ DDD 27
	√ (*CC* 4 *		√ DDD 8 *
	√ CCC. 32		√ DDD. 216.

5 *Magnitudines Irrationales inæquales ſunt, quarum numeri ſibi invicem non æquantur.* Quales ſunt: √ AA. 5. √ AA 6. Item √ BBB 12. & √ BBB 16.

6 *He ſunt vel commenſurabiles, vel incommenſurabiles.*

7 *Cõmenſurabiles Magnitudines hoc quintuplici poſſunt addi modo:* Quorum Primus: *Si Latera cuiuſcunq; generis addenda inventa fuerint commenſurabilia, hoc eſt, ſi diviſum unum per alterum, quotus extiterit rationalis, ſive integer, ſive fractus; & ſi quidem integer, ſubſcripta unitate, ut fiat fractio: ita procedendum erit:*

8 Primo, *Quam proportionem multiplicem habet ſumma ex numeratore ac denominatore collecta ad unitatem, eam quoq; habebit ſumma propoſitorum laterum ad talem partem minoris lateris, qualis pars eſt unitas minoris numeri fractionis. Quare ſi talis pars ſumatur ex minori latere, & ducatur in denominatorem proportionis illius multiplicis, emerget datorum laterum commenſurabilium ſumma.*

Ex. gr. ſint addendę hæ duæ magnitudines: $\sqrt{AA}\,18$ & $\sqrt{AA}\,8$. Ex diviſione majoris per minorem fit quotus rationalis $\sqrt{AA}\,2\frac{1}{4}$ ſive $\sqrt{AA}\,\frac{9}{4}$, hoc eſt, per eductiones laterũ *A*, $\frac{3}{2}$ Quia igitur ſumma numerorum fractionis $\frac{3}{2}$, nimirum 5 ad 1 dimidium ſcilicet minoris numeri fractionis, proportionem habet quintuplam, habebit quoq; quintuplam proportionẽ ſumma duarum datarum magnitudinum ad dimidium minoris magnitudinis. Eſt autem $\sqrt{AA}\,2$ dimidium minoris magnitudinis $\sqrt{AA}\,8$. Diviſa namq; $\sqrt{AA}\,8$ per 2, hoc eſt per $\sqrt{AA}\,4$, fit quotus $\sqrt{AA}\,2$. Quamobrem ſi $\sqrt{AA}\,2$. ducatur in 5 denominatorem proportionis quintuplę, hoc eſt, per $\sqrt{AA}\,25$, producetur $\sqrt{AA}\,50$ ſumma deſiderata ex $\sqrt{AA}\,18$ & $\sqrt{AA}\,8$. Vt:

$$\sqrt{AA}\,18$$
$$\sqrt{AA}\,8 \div$$
$$\sqrt{AA}\,2\tfrac{1}{4} \quad \text{ſeu}$$
$$\sqrt{AA}\,\tfrac{9}{4} \quad \text{L.}A.$$
$$\tfrac{3}{2} + 2 \div \qquad \begin{matrix}\sqrt{AA}\,9\\ \sqrt{AA}\,4 \div \text{ hoc eſt, } 2.\end{matrix}$$
$$5 \text{ ad } 1 \qquad \sqrt{AA}\,2$$
$$5 *$$
$$\sqrt{AA}\,25$$
$$\sqrt{AA}\,2 *$$
$$\sqrt{AA}\,50.\ \text{Summa.}$$

9 *Secundo, Quam proportionem multiplicem habet ſumma ex numeratore ac denominatore collecta ad unitatem, eam quoque habebit ſumma propoſitorum laterum ad talem partem majoris lateris, qualis pars eſt unitas majoris numeri fractionis. Quare ſi talis pars ex majori latere accipiatur, eaq; multiplicetur per denominatorem proportionis illius multiplcis, emerget datorum laterum commenſurabilium ſumma.*

Ex. gr. quia ſumma numerorum fractionis $\frac{3}{2}$ (in præcedenti exemplo) id eſt, 5 ad 1. tertiam partem majoris numeri fractionis proportionem habet quintuplam, eandem habebit ſumma laterum datorum ad tertiam partem maioris lateris. Eſt autem $\sqrt{AA}\,2$ tertia pars maioris lateris $\sqrt{AA}\,18$. Diviſa namq; $\sqrt{AA}\,18$ per 3, hoc eſt, per $\sqrt{AA}\,9$, fit quotus $\sqrt{AA}\,2$. Si igitur $\sqrt{AA}\,2$ multiplicetur per 5, denominatorem videlicet quintuplę proportionis, hoc eſt, per $\sqrt{AA}\,25$, emerget eadem ſumma $\sqrt{AA}\,50$. Vt:

$$\tfrac{3}{2} + 2 \div 3.\ \text{hoc eſt,} \qquad \begin{matrix}\sqrt{AA}\,18\\ \sqrt{AA}\,9 \div\end{matrix}$$
$$5.\ \text{ad } 1 \qquad \sqrt{AA}\,2$$
$$5 *$$
$$\sqrt{AA}\,25$$
$$\sqrt{AA}\,2 *$$
$$\sqrt{AA}\,50.\ \text{Summa, ut ſupra.}$$

10 *Demonſtratio hujus Regulæ eſt, quod datis quatuor numeris proportionalibus, ita*

ita ſe habeat ſumma priorum duorum ad maiorem vel minorem ipſorum, ut ſumma duorum poſteriorum ad majorem, vel minorem ipſorum: Ita ſumma priorum duorum ad quamlibet partem majoris, vel minoris, ut ſumma duorum poſteriorum ad ſimilem partem maioris, vel minoris.

Vt datis hiſce quatuor num. proportionalibus: 4—2—12—6. Erit cōponēdo, ut 6 ad 2, ita 18 ad 6; Et per converſionem rationis, ut 6 ad 4, ita 18 ad 12. Quia vero eſt quoq; ut 2 ad 1 ſecundam partem, ita 6 ad 3 ſecundam partem: erit ex æquo, ut 6 ad 1, ita 18 ad 3. Item quia eſt quoq; ut 4 ad 1 quartam partem, ita 12 ad 3 quartam partem: erit quoq; ex æquo, ut 6 ad 1, ita 18 ad 3. Cùm ergo ex diviſione unius lateris per aliud proveniat denominator proportionis unius ad alteram, ita ut eadem proportio ſit unius ad alteram, quę numeratoris fractionis ad denominatorem; (ſuppoſita unitate, ſi quotus ſit numerus integer) manifeſta evadit ratio Additionis laterum irrationalium. Conſule elem. pręcedentis 7. exempla. In quibus etiam hoc nota, additionem videlicet fieri præciſam in iis, quæ præciſam & cognitam quantitatē nō habēt.

4 12 2 6 4 12
2 + 6 + 2 ÷ 2 ÷ 4 ÷ 4 ÷
6 18 1 3 1 3

4—2—12—6
6—2—18—6
6—4—18—12
2—1—6—3
6—1—18—3
4—1—12—3
6—1—18—3

Secundus, qui eſt converſio primi.

11 *Dividatur latus datum majus per minus* (ut factum vidiſti in elem. 7. huius) *& lateri extracto ex quoto primò ſuppone unitatem, ut fiat fractio, ſecundò adde unitatem: ita ſumma concludetur dupliciter: primo, ut ſe habet denominator ad ſummam, ita ſe habet latus minus datum* (diviſor) *ad ſummam. Secundò, ut ſe habet numerator ad ſummam, ita ſe habet latus datum maius* (diviſū) *ad ſummam eandem quæſitam.*

Ex. gr. ſint addenda √ *AA* 8 & √ AA 2: Divide √ *AA* 8 per √ *AA* 2, & ex quoto √ AA 4 educ latus *A*. 2. Cui ſuppone & adde unitatem, ut fractio ſit $\frac{2}{1}$ & ſumma 3. Hiſce peractis datarū ſummam conclude per regulam proportionum directam hoc modo: primò, ut ſe habet fractionis denominator 1. ad ſummam 3, ita ſe habebit magnitudo minor data √ AA 2 ad ſummam quæſitam √ AA 18: Multiplica ergo iuxta regulam proportionis auream ſecundum, terminū 3, hoc eſt, √ *AA* 9 per tertium √ AA 2, & factum √ AA 18 divide per primum ſc. 1. ut quotus ſit & maneat quæſita ſumma √ AA 18: unitas enim non variat operationem multiplicationis & diviſionis. Secundo, ut conſequaris eandem ſummam √ AA 18, dic: numerator 2 fractionis $\frac{2}{1}$ dat ſummam 3 factam ex latere 2 & unitate, quid dabit √ AA 8, ſcilicet magnitudo data maior? operare per regulam proportionis, ut ſupra, & invenies ſummam √ AA 18. Vt:

√ AA 8
√ AA 2 ÷
√ AA 4 — L. *A*.
2 2
1 1 +
$\frac{2}{1}$ 3

1—3—√ AA 2 Vel. 2—3—√ AA 8
3 * √ AA 9 * 2 * 3 * √ AA 9 *
√ AA 9 √ AA 18 √ AA 4. √ AA 9 √ AA 72
1 ÷ √ AA 4 ÷
√ AA 18 Summę. √ AA 18

Aliud exemplum.

Sint addendæ hæ duæ magnitudines √ BB 12 & BB 3. Divide √ *BB* 12 per √ *BB* 3, & ex quoto √ BB 4 educ latus B 2, cui ſuppone & adde unitatem, ut fractio ſit $\frac{2}{1}$ & ſumma 3. Iam conclude, ut denominator 1 ad ſummam 3, ſic √ BB 3 magnitudo data minor ad ſummam √ BB 27. Vel, ut numerator 2 ad eandem ſummam 3, ita √ BB 12 magnitudo data maior iterum ad ſummam quæſitam, videlicet √ BB 27. Vt:

√ BB 12
√ BB 3 ÷
√ BB 4 — L.B.
2 2
1 1 +
$\frac{2}{1}$ 3

1—3—√ BB 3 Vel. 2—3—√ BB 12

3

3 *	√ BB 9 *	2 *	3 *	√ BB 9 *
√ BB 9	√ BB 27 1 ÷	√ BB 4	√ BB 9	√ BB 108 4 ÷
	√ BB 27	Summæ.		√ BB 27

Tertius.

12 *Datarum magnitudinum Irrationaliũ Commenſurabilium ſummam aſſequeris, ſi ex quoto ex diviſione magnitudinis datæ majoris per minorem orto eduxeris latus, addiderisq; unitatem, & ſummam in ſe ductam multiplicaveris per diviſorem ſupra propoſitum, puta per magnitudinem datam minorem.*

Si etenim quotus multiplicetur per magnitudinem minorem datam, id eſt, per diviſorem, proveniet maior magnitudo data, quæ fuit diviſa: Et ſi unitas multiplicetur, per eundem diviſorem, hoc eſt, per eandem magnitudinem datam, producetur magnitudo data minor, atq; adeo duæ magnitudines factæ conſtabunt duarum datarum magnitudinum ſummam. Cum ergo per prop. 1, lib. 2. Euclidis (quam in numeris demonſtravit Clavius theorem. 1, ad prop 14. lib. 9. Euclidis) idem numerus fiat ex magnitudine minore data in ſummam ex quoto & unitate conflatam, quæ ex eadem magnitudine minore data in quotum, & in unitatem fiunt ſeorſim; emerget etiam ſumma duarum datarum magnitudinum ex minore data magnitudine in ſummam ex quoto, & unitate collectam. *Ex.* gr. ſint addendæ √ AA 18 & √ AA 2, Diviſa majore √ AA 18 per √ AA 2, erit quotus √ AA 9, cuius latus A eſt 3, cui addita unitas, eſt 4, quæ ſumma 4, in ſe quadratè ducta fieri 16, hæc multiplicata per diviſorem √ AA 2, utpote per magnitudinem minorem datam, factuſque √ AA 32 dabit magnitudinum datarum ſummam quæſitã, ex. gr. √ AA 32.

Sic etiã ſi addendæ ſint √ BB 45 & √ BB 5, itẽ √ CC 80. & √ CC 20, ita ages: divide magnitudines datas maiores √ BB 45 & √ CC 80 per minores √ BB 5 & √ CC 20, ex quotis √ BB 9 & √ CC 4 extrahe latera, qualia ſunt 3 & 2, quibus adde unitatem, & ſummam 4 & 3 multiplica in ſe quadratè, ut fiant 16 & 9, quæ ducta in magnitudines minores, utpote diviſores, √ BB 5, & √ CC 20, facta exhibebunt datarum magnitudinum √ BB 45 & √ BB 5, item √ CC 80 & √ CC 20, ſummam, videlicet. √ BB 80, & √ CC 180. Vt:

	√ AA 18 √ AA 2 ÷	√ BB 45 √ BB 5 ÷	√ CC 80 √ CC 20 ÷
	√ AA 9	√ BB 9	√ CC 4 — L.A.
	3 1 +	3 1 +	2 1 +
	4 4 *	4 4 *	3 3 *
	16 2 *	16 5 *	9 20 *
Summæ.	√ AA 32.	√ BB 80.	√ CC 180

Eodem modo √ AA 54 & √ AA 24 addita exhibent √ AA 150; √ BB 18 & √ BB 200, √ BB. 338; √ CC 8 & √ CC 162, √ CC 242; √ DD 45 & √ DD 80, √ DD 245; √ EE 363 & √ EE 507, √ EE 1728; √ FF 288 & √ FF 338, √ FF 1250.

Quartus.

13 *Multiplica magnitudinum datarum irrationalium quadrata, & facti latus duplicatum adde magnitudinibus datis, & ſumma hæc erit datarum magnitudinũ irrationalium ſumma quæſita.*

Addendæ ſint hæ duæ magnitudines commenſurabiles √ AA 8 & √ AA 2, item √ BB 27 & √ BB 3. Multiplica datarum majorum magnitudinum √ AA 8 & √ BB 27 quadrata 8 & 27. per datarum minorum magnitudinum √ AA 2 & √ BB 3 quadrata 2 & 3, & ex factis 16 & 81 educ latera quadrati, quæ ſunt 4 & 9, hæc duplica, & duplicata 8 & 18 adde magnitudinibus irrationalibus propoſitis, 8 quidem ipſis 8 & 2; 18 verò ipſis 27 & 3, & magnitudinum datarũ ſummæ erunt √ AA 18, & √ BB 48, quæ quærebantur. Eodem plane modo √ CC 63 erit ſumma quæſita ex √ CC 28 & √ CC 7. Et √ DD 180 ſumma ex √ DD 125 & √ DD 5. Vt: —

8

8	27	28	125	
2 *	3 *	7 *	5 *	
16	81	196	625	L.Q.
4	9	14	25	
4 ÷	9 ÷	14 ÷	25 ÷	
8	18	18	50	
8	27	28	125	
2 ✠	3 +	7 ✠	5 ✠	
√ *AA* 18	√ *BB* 48	√ CC *63*	√ *DD* 180.	Summæ.

Eadem via hæ ſummæ √ EE 208 & √ *FF* 99 eliciuntur ex datis magnitudinibus irrationalibus √ *EE* 117 & √ *EE* 13, item √ FF 44, & √ FF 11.

14 *Si contingat, ut duæ, tres pluresve magnitudines oblatæ ab una aliqua homogenea magnitudine ſint dividuæ, ita ut earum quoq; quoti ſint rationales, addentur, ſi ſumma quotorum multiplicetur per communem illum diviſorem, magnitudoque facta erit datarum magnitudinum ſumma quæſita.*

Nam cùm, per citatam prop. *Euclidæam*, numerus qui fit ex diviſore in quotorũ ſummam, æqualis ſit iis, qui ex eodem diviſore fiunt in ſingulos quotos, hoc eſt, omnibus ſimul magnitudinibus propoſitis; liquido conſtat, ex diviſore in ſummam quotorum procreari ſummam magnitudinũ propoſitarum. *Ex. gr.* ſint addendæ magnitudines √ AA 27 & √ *AA* 12; item √ *BB* 27, & √ BB 3; item √ CC 20 & √ CC 80, quas magnitudines numero ſex metiuntur ternarius & quinarius. Ternarius enim continetur in 27 novies, in 12 ter, in 3 ſemel; quinarius verò continetur in 20 quater, in 80 decies ſexies. Horum quotorum √ *AA* 9, √ *AA* 4, √ BB 9, √ BB 1, √ CC 4 & √ CC 16 quadrati latera ſunt A 3, *A* 2, B 3, B 1, C 2 & C 4, quę addita conſtituunt 2. A 5, 2. B 4, 2. *C* 6. Hæc ut per communes diviſores √ AA 3, √ BB 3 & √ CC 5, poſſint multiplicari, prius revocanda ſunt ad poteſtates horum diviſorum, quod fiet illorum multiplicatione in ſe quadratè propter poteſtates diviſorum, nimirum *AA*, *BB* & *CC*. Multiplicetur ergo 5, 4 & 6 in ſe, ut producta ſint √ *AA* 25, √ *BB* 16 & √ CC 36, quę producta in communes diviſores √ *AA* 3, √ BB 3, & √ CC 5, dabunt facta quęſitas ſummas, videlicet √ *AA* 75, √ BB 48 & √ CC 180, datarum magnitudinum irrationalium: √ *AA* 27, & √ *AA* 12; √ BB 27, & √ *AA* 3; √ CC 80 & √ *CC* 20.

√ *AA* 27	√ AA 12	√ *BB* 27	√ *BB* 3	√ CC 80	√ CC 20	
√ *AA* 3 ÷	3 ÷	√ *BB* 3 ÷	√ *BB* 3 ÷	√ CC 5 ÷	√ CC 5 ÷	
√ *AA* 9	√ AA 4	*BB* 9	1	√ *CC* 16	√ CC 4	L.Q.
3	2	3	1	4	2	
2 ✠		1 ✠		2 ✠		
5		4		6		
5 *		4 *		6 *		
√ *AA* 25		√ *BB* 16		√ CC 36		
√ AA 3 *		√ *BB* 3 *		√ CC 5 *		
√ AA 75		√ BB 48		√ CC 180	Summæ.	

Eodem modo √ DD 24 et √ DD 54 additæ faciunt √ DD 150; ſic √ *EE* 242 et √ EE 288. conſtituunt √ *EE* 1058; ſic √ FF 567 et √ *FF* 847, √ *FF* 2800; ſic √ GG 720 et √ GG 1280, √ GG 2920; ſic √ HH 1728 et √ HH 3072, √ HH 9408.

√ NN 8	√ NN 50	√ NN 72	
√ NN 2 ÷	√ NN 2 ÷	√ NN 2 ÷	
√ NN 4	√ NN 25	√ NN 36	L.N.
2	5	6	
		5	
		2 ÷	
		13	
		13 *	
	Dd	39 quæ	

15 *Exemplum, ubi plures magnitudines addendę proponũtur, quàm duæ.*

Sint addenda hæ tres magnitudines √ NN 8, √ NN 50 et √ NN 72. Dividantur hæ magnitudines per illarum communem menſuram,

quæ eſt √ NN 2, ut quoti ſint √ NN 4, √ NN 25 et √ NN 36, quorum latera N ſunt: 2. 5, et 6. Adduntur nunc latera 6. 5 & 2, et ſumma 13 ducitur in ſe: factuſq; √ NN 169 multiplicetur per √ NN 2 diviſorem, et facta erit ſumma deſiderata √ NN 338, orta ex additione magnitudinum trium: √ NN 8, √ NN 50, et √ NN 72. Ut:

13
√ NN 169
√ NN 2 *
√ NN 338 Sũma.

16 *Magnitudines incommenſurabiles ſunt vel homogeneæ, vel heterogeneę.*

17 *Additio incommenſurabilium homogenearum abſolvitur interpoſitione ſigni affirmati.*

Ut ſint addendę √ AA 7. & √ AA 5, item √ BBB 15 & √ BBB 13, erunt ex his datis magnitudines quæſitæ: √ AA 7 + √ AA 5, & √ BBB 15 + √ BBB 13. hoc modo:

√ AA 7 | √ BBB 15
√ AA 5 + | √ BBB 13 +
√ AA 7 + √ AA 5. Summæ. √ BBB 15 + √ BBB 13.

18 *Magnitudines tamen quadratæ incommenſurabiles poſſunt etiam inter ſe addi hoc modo: Quadratorum aggregato adde duplum ejus, quod fit ex una magnitudine data in alteram, cuius ſummæ quadrati latus eſt ſumma quęſita duarũ datarum magnitudinum.* 4

Ex. gr. ſint datæ magnitudines duæ √ AA 10 & √ AA 7 addendæ. Quadrata datarum ſunt 10 & 7, quę addita dant 17. Pręterea ex ductu √ AA 10 in √ AA 7 fit √ AA 70, cuius duplum eſt √ AA 280. Summa ergo ex √ AA 10 & √ AA 7 collecta eſt quadrati latus huius aggregati 17 + √ AA 280. Videlicet √ AA (17 + √ AA 280) Ut:

√ AA 10 | 2 | 10
√ AA 7 * | 2 * | 7 +
√ AA 70 √ AA. 4. | | 17.
√ AA 4 *
√ AA (17 + √ AA 280) Summa.

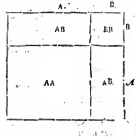
Aliud exemplum.

Sint addendę √ BB 11 & √ BB 6. Quadrata earũm ſunt 11 & 6, quorum ſumma eſt 17. Et ex √ BB 6 ductu in √ BB 11, fit √ BB 66, cuius duplum eſt √ BB 264. Summa ergo ex √ BB 6 & √ BB 11 collecta erit latus quadrati huius aggregati 17 + √ BB 264, nimirum √ BB (17 + √ BB 264)

11 | √ BB 11 | 2
6 + | √ BB 6 * | 2 *
17. | √ BB 66 | √ BB. 4
| √ BB 4 * |
√ BB (17 + √ BB 264) Summa.

19 *Demonſtratio huius ſita eſt in prop. 4. libri 2. Euclidis, quæ talis eſt: Si recta linea ſecta fuerit utcunq;, quadratum quod ſit à tota, æquale erit, & quadratis, quæ à partibus ſiunt, & ei, quod bis partibus continetur rectangulo.*

Quam propoſitionem per numeros declaravimus in ſuperiori cap. 7. §. 46. pag. 42. Eandem ob nobilitatem ſuam per lineas ſic demonſtrabimus: Quadratum AA + 2. AB + BB ſit quadratum totius lineę A + B, ducantur diagonius & duę lineę ab utraq; parte parallelæ lineis A + B, ſecantes ſe omnes in uno puncto, ut vides: Hinc apparet, et autẽ quadratũ AA + 2. AB + BB ſupra A + B lineam deſcriptum eſſe æquale omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis, duobus ſc. quadratis AA et BB, duobus item complementis videlicet 2 AB intra ſe delineatis. Quandoquidem recta A + B ſecta utcunq; eſt, cuius quadratum AA + 2. AB + BB ęquale eſt ipſis quadratis AA et BB (quæ ſunt quadrata ſegmentorum A et B) ſimul etiam rectangulis duobus AB et AB: rectangulum enim AB continetur ſub A et B, et alterum rectangulum AB ſub iiſdem lineis A et B: Rectangula enim AA et BB ſunt quadrata partium A et B. Quod ſic



demon-

demonſtratur: quia ſuper *A* tres rectæ deſcriptæ coniungunt parallelas æquales, erunt et ipſæ inter ſe æquales. Item ſi ab æqualibus duabus lineis A + B ſubtrahantur æquales duæ lineæ B, quæ reliquæ ſunt duæ lineæ A, quæq; hiſce æquales ſunt internæ, omnes inter ſe æquabuntur. Omnia igitur latera quadrati *AA* æqualia ſunt lateri A, ſuntq; prætetea omnes anguli recti; nam quia quadrati *AA* + 2. AB + BB omnes anguli ſunt recti, et per conſequens etiam anguli quadrati AA omnes exiſtunt recti. Eſt ergo hoc quadratum *AA* iſtius lineæ *A*. Hoc eodem modo probabitur quadratum BB eſſe quadratum ſegmenti *B*. etc. Et demonſtrata erit tota propoſitio Euclidea. Si ergo recta linea ſecta fuerit utcunq; quadratum etc. Quapropter ſi linea aliqua recta, qualis hic A + B diviſa ſit in √ BB *6*, et √ BB 11, erunt duo quadrata horum ſegmentorum *6* et 11, quibus ſi addatur factus ex √ BB *6* in √ BB 11 bis, fiet totum quadratum totius lineæ A + B hoc binomium 17 √ BB 264 æquivalens AA + 2. AB + BB. Huius ergo quadrati latus eſt √ BB (17 + √ BB 264) ſumma quæſita pro A + B, ex √ BB *6* et √ BB 11 collecta.

19 *Magnitudines incommenſurabiles heterogeneæ prius reducantur ad eaſdem poteſtates, & tum demum addantur per ſignum affirmatum. Quamvis etiam hæc reductio omitti poſſit.*

Ex. gr. Sint addendæ hæ duæ magnitudines; √ CC 7 et √ CCC 13, quarum additio abſolvitur interpoſitione duntaxat ſigni affirmati, ut magnitudinum propoſitarum ſumma quæſita ſit: √ CC 7 + √ CCC 13. Vt:

√ CC 7
√ CCC 12 +
———————
√ CC 7 + √ CCC 12. Summa.

CAPVT VI.
DE
Magnitudinum Irrationalium Simplicium Subductione.

1 SEquitur Magnitudinum Irrationalium Subductio, in qua nulla difficultas ſperanda eſt, cũ regulæ ſubductionis eædem ſint cum additione, niſi quod loco additionis magnitudinum ſubſtituenda ſit ſubductio, prout hoc regulæ ſequentes demonſtrabunt.

2 *Sicuti in Additione, ita hic in ſubductione ſunt magnitudines ſubducendæ vel commenſurabiles, vel incommenſurabiles.*

3 *In ſubductione magnitudinum commenſurabilium perge ut in additione cap. præcedentis* §. *tradita; ſed latus quoti minoris ſubtrahe à latere quoti majoris, reſiduumque duc ad quadratum, cubum, biquadratum &c. ut habeas reſiduum laterum irrationalium commenſurabilium.*

Ex. gr. ſint ſubtrahenda √ *AA* 12 ex √ *AA* 27, ut reſidua ſint √ *AA* 3. hoc modo: quære numerum, qui datos numeros 12 & 27 exacte dividat, is erit 3. qui dividat datos 12 & 27 per 4 & 9 Vt quoti ſint 9 & 4, ex quibus educta latera quadrati ſunt 3 & 2, quæ à ſe invicem ſubducta dant pro reliquo unitatem quæ in ſe ducta facit 1. hæc ducta in 3. utpote in communem datorum numerorum 27 & 12, diviſorem maximũ, & factus erit reliquus 3 ex datis numeris 27 et 12 cui addita poteſtas quadrati, videlicet √ AA, quã habuerunt numeri propoſiti, et datarum magnitudinum √ AA 27 et √ AA 12 reſidua erit √ AA 3 Vt:

√ AA 27 —— √ AA 9 | 3
3
√ AA 12 —— √ AA 4 | 2 —
———————
√ AA 3 | 1
1 *
——
1
3 *
——
3 reliq.

Eodem modo ſubducatur √ BB 27 à √ BB 75, ut relinquatur √ BB 12. Nam √ BB 3 dividit datas magnitudines, et quidem √ BB 75 per √ BB 25. et √ BB 27 per √ BB 9, educta quadrati latera ſunt 5 et 3, hæc à ſe inviceẽ ſubducta relinquũt 2 quæ per ſe multiplicata, producunt 5, hæc ducta in 3. numerum datas magnitudines dividentem, faciunt 12, quibus præpone poteſtatem cum ſigno irrationali debitam, ſcilicet √ BB, ut verum ex magnitudinibus propoſitis √ BB 75 et √ BB 27 reſiduum ſit √ BB 12. Vt:

√ BB 75 —— √ BB 25 | 5 —
3
√ BB 27 —— √ BB 9 | 3 —
———————
BB 12 | 2
2 *
——
5
3 *
——
12 reliq.

Demonſtratio huius regulæ hæc eſt :

Sint duo numeri 10 et 30, quorum differentia 20. dividanturq; per communem diviſorem 5. Habebunt ergo quoti 6 et 2 eandem proportionem, quam dati 30 et 10. Ac proinde per converſionem rationis, erit 30 ad 20 exceſſum datorum, quo antecedens 30 ſuperat conſequentem 10. ut 6. ad 4. exceſſum, quo antecedens 6. ſuperat conſequentem 2. Et permutando erit 30. ad 6, ut 20 ad 4. Habet autem 30 ad 6. rationem quintuplam, denominatam à communi diviſore 5. Igitur et 20. ad 4. rationem obtinebit quintuplam: ideoq; 20 diviſus per 5. faciet quotum 4. Ex quo conſtat, ſi 4. quotorum differentia 2. et 6. ducatur in diviſorem communem 5, produci 20, differentiam numerorum datorum 10 et 30. Vt:

30	6	30	10		20.
10 —	2 —	5 ÷	5 ÷	20	30
20	4	6 — 2 — 30 — 10		5.	
		30 — 20 — 6 — 4		2	6
		30 — 6 — 20 — 4		4.	

4 Et hæc fuit ratio ſubtrahendi magnitudines irrationales, quãdo latera propoſita habent aliud latus eiuſdem generis communem menſuram; ſequitur alia ratio ſubtrahendi latera commenſurabilia.

5 *Divide magnitudinem irrationalem propoſitam majorem per minorẽ, & ex quoto rationali auffer unitatem. Si namq; reſiduum per minorem magnitudinẽ multiplicaveris, emerget datarum magnitudinum reliqua.*

Ex. gr. ſint ſubtrahenda √ CCCC 3888 à √ CCCC 19683. Ex diviſione oritur quotus rationalis √ CCCC 81, hoc eſt, $\frac{3}{2}$ ab hac fractione ſi tollatur unitas, reliqua erit $\frac{1}{2}$, quę reducta prius ad CCCC $\frac{1}{16}$ et multiplicata per √ CCCC 3888, producit √ CCCC 243 datorum laterum √ CCCC 3888. et √ CCCC 19683, differentiam.

6 *Demonſtratio.*

Nam ſi totus quotus in minus latus, id eſt, in diviſorem ducatur, emerget maius latus, quod fuit diviſum. Cùm ergo unitas in minus latus faciat minus latus; liquido conſtat, ſi quotus, ſublato prius uno, ducatur in minus latus, procreari idem majus latus, minus minore latere, hoc eſt, gigni datarum magnitudinum differentiam.

7 *Quod ſi latera æqualia ab æqualibus ſubtrahenda ſint, relinquetur, ex natura ſubductionis, pro reſiduo nihil.*

Ex. gr. √ AA 8 ſubductum à √ AA 8, relinquit o, ſicuti et √ DDD 16 à √ DDD 16. Vt:

√ AA 6		√ DDD 16
√ AA 8 —		√ DDD 16 —
o.	Reſiduum	o.

8 *Succedunt magnitudines incommenſurabiles, quæ ſunt vel homogenea, vel heterogenea.*

9 *Subductio incommenſurabilium homogenearũ peragitur interpoſitione ſigni negati.*

Ex. gr. ſint ſubtrahenda √ AA 5 à √ AA 7, ut reſiduum ſit √ AA 7 — √ AA 5. Eodẽ modo √ CCC 10 à √ CCC 13. ſublata, relinquunt √ CCC 13 — √ CCC 10. Vt:

√ AA 7	√ CCC 13.
√ AA 5 —	√ CCC 10 —
√ AA 7 — √ AA 5. Reſidua.	√ CCC 13 - √ CCC 10

10 *Quando latera propoſita ſubtrahenda fuerint quadrata, & incommenſurabilia, ſubducetur minus à majori hac ratione: à ſumma quadratorum auffer, quod ex uno latere dato in aliud bis fit. Latus enim quadrati ejus, quod relinquitur, eſt verum ſubductionis reſiduum.*

Ex. gr. ſint data latera ſubtrahenda √ AA 10 et √ AA 7. hoc eſt, minus √ AA 7 à majori √ AA 10, ut reſiduum ſit √ AA (17 — √ AA 280) quadrentur enim latera propoſita √ AA 10 et √ AA 7, ut quadrata ſit 10 et 7 quæ addita conſtituunt 17. Multiplicentur etiam inter ſe latera data √ AA 10 et √ AA 7, et factus √ AA 70 duplicetur, hoc eſt, multiplicetur per 4, et factus √ AA 280 copuletur cum præcedenti quadratorum ſumma 17, et præfigatur ſignum irrationale, addita quadrati poteſtate, hoc modo: √ AA (17 — √ AA 280) Vt:

Digitized by Google

√ AA 10	2	√ AA 10	√ AA 7
√ AA 7 ✱	2 ✱	√ AA 10	√ AA 7 ✱
√ AA 70	4.	10	7
4 ✱.		7 ✠	

√ AA (17 — √ AA 280) 17.

Aliud exemplum.

Sint ſubtrahenda √ BB 20 & √ BB 12, ut reſiduum ſit √ BB (32 — √ BB 960) Multiplicētur namq; data latera √ BB 20 & √ BB 12 in ſe, & factus √ BB 240 duplicetur, hoc eſt, ducatur in 4, & producetur √ BB 960. Præterea data latera √ BB 20 & √ BB 12 quadrentur, & quadrata 20 & 12 addantur, & aggregatum 32 conjungatur cum √ BB 960 per ſignum negatum hoc modo: √ BB (32 — √ BB 960) Vt:

√ BB 20	2	√ BB 20	√ BB 12
√ BB 12 ✱.	8 ✱	√ BB 20 ✱	√ BB 12 ✱
√ BB 240	4.	20	12
4 ✱.		12 ✠	

√ BB (32 — √ BB 960) 32

21 *Demonſtratio* hujus regulæ ſita eſt in propoſitione 7. lib. 2. *Euclidis* quæ talis eſt: *Si recta linea utcunq; ſecta fuerit, quæ à tota, & una parte fiunt utraque quadrata æqualia ſunt & rectangulo, quod bis tota, & dicta parte continetur, & ei quod à reliqua parte fit, quadrato.*

Recta enim linea quædam A ✠ B ſecta ſit utcunq; in duas partes inæquales A & B. quarum A major, & B minor. Dico quadrata ex A ✠ B & B, videlicet AA ✠ 2. AB ✠ 2. BB æquari & parallelogrammo, quod bis A ← B & B continetur, (quod eſt 2. AB ✠ 2. BB) & ei, quod fit ex A, quadrato, videlicet AA. Deſcribatur enim ex A ← B quadratum AA ← 2. AB ← BB. Itaq; quoniam AB parallelogrammum æquatur parallelogrammo alteri AB, commune apponatur quadratum BB; quare totum AB ← BB æquabitur ab altera parte toti AB ✠ BB: parallelogramma igitur AB ← BB & BB ✠ AB dupla ſunt parallelogrammi ſimplicis AB ← BB. Sed parallelogramma AB ← BB & BB ← AB ſunt gnomon 2. AB ← BB et quadratum BB. Ergo quadratum imperfectum 2. AB ← BB et quadratum BB dupla erunt rectanguli AB ← BB. Eſt autem id, quod bis A ✠ B et B continetur duplum ipſius AB ← BB; etenim latera B quadrati BB ſibi æquantur. Gnomon igitur 2. AB ← BB, et quadratum BB æqualia ſunt ei, quod bis A ← B et B continetur. Commune apponatur, quadratum AA, conſtructum ex linea A. Ergo gnomon 2. AB ← BB et quadrata duo AA ✠ BB æquantur ei, quod bis A ← B et B continetur, et quadrato AA ex ſegmento A. deſcripto. At gnomō 2. AB ← BB et quadrata AA ✠ BB tota ſunt AA ← 2. AB ← BB, & BB quæ ſunt ex A ✠ B et B, quadrata. Quadrata igitur ex A ← b, et b æqualia ſunt rectangulo, quod bis A ← b et b continetur unà cum eo, quod fit ex A, quadrato AA. Ergo ſi recta utcunque ſecta fuerit; quæ à tota etc. Vt: vide figur. præced.

a ✠ b	b	a ← b	a
a ← b ✱	b ✱	b ✱	a ✱
aa ← ab	bb.	ab ← bb	aa
ab ← bb		2 ✱	

aa ← 2. ab ✠ bb ← bb ——— 2. ab ← 2. bb ← aa.

Ergo, ut ad hujus ſubductionis Regulæ demonſtrationem accedamus, ſi tota linea A ← b ſit √ AA 20, quæ ſecetur ita, ut una pars ſit √ AA 12. erunt duo quadrati numeri 20 et 12, nimirum 32 æquales num. √ AA 960, qui fit bis ex √ AA 12 in √ AA 20, dematur ex 32 ſumma quadratorum, reliquum fiet quadratum reliquæ partis lineæ. Igitur quadratum huius partis erit 32 — √ AA 960. Ac proinde reſiduum, quod relinquitur poſt ſubductionem √ AA 12 ex √ AA 20, erit √ AA (32 — √ AA 960).

22 *In Subductione Incommenſurabilium heterogenearum magnitudines propoſitæ reducuntur ad eaſdem poteſtates, & tum ſubducuntur per ſignum negatum. Abſolvi etiam poteſt hæc ſubductio abſq; illarum reductione.*

Ex. gr. ſint ſubtrahenda √ AA 7 à √ CCC 15, item √ BBB 5 à √ DDDD 14, ut reſidua ſint √ CCC 15 — √ AA 7 et √ DDDD 14 — √ bbb 5. Vt:

√ CCC

√ CC 15 ——— ✓ DDDD 14

√ AA 7 ——— √ BBB 5 ———

√ CCC 15 —— √ *AA* 7. Reſidua. √ *DDDD* 14 —— √ *BBB* 5.

Et tantum de Magnitudinum Irrationalium Simplicium Numeratione prima, & ſecunda.

CAPVT VII.

DE

Magnitudinum Jrrationalium Simplicium vſu :

TAntum etiam de Magnitudinum Irrationalium Simplicium tam commenſurabilium, quàm incommenſurabilium numeratione; ſequitur earundem *Vſus*.

1 *Vſus autem harum magnitudinum verſatur potiſſimum in conſtitutione*

2 *& inventione quotlibet magnitudinum mediarum proportionalium inter duas magnitudines datas.* Cuius Regula hæc eſt:

Si inquirenda eſt una media magnitudo proportionalis inter duas datas, aſſumenda

3 *eſt poteſtas quadrata √ AA, eo quod inter quadratum & unitatem una tantũ cadat media proportionalis in quacunq; etiam progreſſione Geometrica ab unitate incipiente. Si vero duæ mediæ proportionales inveniendæ ſint, arripienda eſt poteſtas √ AAA; ſi tres, poteſtas √ AAAA; ſi quatuor, √ AAAAA & ſic deinceps,* Secundo *dividenda eſt magnitudo maior per minorem, & tum ſtatuenda eſt progreſſio Geometrica ab unitate incipiens, perq; quotum procedens tot terminorum, duobus amplius, quot mediæ proportionales indagandæ ſunt.* Tertio *cuilibet termino huius progreſſionis præponenda eſt poteſtas, quæ pro ratione magnitudinum mediarum inveniendarum eligenda eſt.* Quartò *educẽda veniunt latera talia, qualia adſcripta poteſtas efflagitat, & tum, ſi ejuſmodi latera educi poſſint, delendæ ſunt poteſtates, quarum latera extracta ſunt.* Vltimo *pro extremis progreſſionis ultimæ collocandæ ſunt magnitudines datæ, ac per minorem ſinguli termini medij multiplicandi.*

4 *Exemplum 1.*

Sint dati duo numeri extremi 4 & 16, quærendus eſt unus medius proportionalis inter duos hoſce datos, aſſumenda itaq; erit poteſtas √ *AA*. tum dividendus eſt major datus ſc: 16 per minorem 4, ut quotus ſit 4, & conſtituenda eſt progreſſio hæc 3. terminorum, 1. 4. 16. per quotũ 4. procedẽs, hoc facto præfigenda eſt cuilibet termino poteſtas √ *AA*, ita: √ *AA*. 1. √ *AA* 4. √ *AA* 16. & erunt hi termini quoq; continuè proportionales, cum ſint latera quadrata numerorum 1. 4. 16, continuè proportionalium. Quartò extrahenda ſunt latera quadrata, ut ſit talis progreſſio 1. 2. 4. denique huius progreſſionis termini ſinguli per numerum minorem 4 datum multiplicandi ſunt. Et emerget progreſſio talis: 4. 8. 16. & inventa erit magnitudo media proportionalis 8. quia 4. 8. 16. eaſdem habent proportiones, quod 1. 2. 4, cum hoſce numeros idem numerus multiplicans 4. illos produxerit. Vt:

4 ——— 16

4 ÷

√ *AA*. 1 ——— √ *AA*. 4 ——— √ *AA*. 16

——— L. A.

1 ——— 2 ——— 4

4 * 4 * 4 *

4 ——— 8 ——— 16.

Media.

5 *Quòd autem hi termini ſint continuè proportionales, hac ratione probari poteſt:*

Sumptis etenim tribus quibuslibet terminis proximis alicuius progreſſionis Geometricæ, tantum producetur ex primo in tertium, quantum ex medio in ſe, ut docet prop. 20. lib. 7. Euclidis.

4 ——— 8 ——— 16

8 * 4 *

64 ═══ 64.

Exem-

6 *Exemplum 2.*

Sint dati duo numeri extremi 4 & 32. diviſis igitur 3 per 4, erit quotus 8. huic progreſſio conveniens eſt: √AAA 1. √AAA 8. √AAA 64. √AAA 512. cuius latera ſunt 1. 2. 4. 8. quæ omnia & ſingula multiplicata per 4, tanquã per primum terminum datum, erit progreſſio inventa 4. 8. 16. 32. in qua dati fuerunt termini ultimi 4 & 32. ut medii duo 8 & 16 invenirentur. Vt:

4 —— 32
4 ÷

√AAA 1. —— √AAA 8 —— AAA 64 —— √ AAA 512.

L. A.

1 —— 2 —— 4 —— 8
4 * 4 * 4 * 4 *

4 —— 8 —— 16 —— 32.

duo medii.

Examen.

4 —— 8 —— 16 —— 32
16 * 8 * 16 * 8

64 ═ 64 96 256.
16
256

7 *Exemplum 3.*

Sint dati extremi 4 & 64, diviſis 64 per 4, erit quotus 16. Exinde fluet ejuſmodi progreſſio: √AAAA 1. √AAAA 16. √AAAA 256. √AAAA 4096 & √AAAA 45536. Ex qua educta latera ſunt; 1. 2. 4. 8. 16, quæ ſingula membra multiplicata per 4. utpote per primũ numerum datum, dant factos 4. 8. 16. 32, 64. in quibus duo poſtremi 4 & 64 ad inveniendum reliquos dati ſunt, tres vero medii inuenti ſunt; 8. 16. & 32. Vt:

4 —— 64
4 ÷

√ aaaa. 1. —— √ aaaa. 16. —— √ aaaa. 256 —— √ aaaa 4096. —— √ aaaa. 45536.

L. A.

1 —— 2 —— 4 —— 8 —— 16
4 * 4 * 4 * 4 * 4 *

4 —— 8 —— 16 —— 32 —— 64.

tres medii proportionales.

8 *Probantur hæc, ut antecedentia*, ex eadem 20. prop. 7. lib. *Euclidis*.

Vti ex appoſito ſchemate liquet.

4 —— 8 —— 16 —— 32 —— 64
16 * 8 * 32 * 16 *

64 ═ 64 64 384
96 64
1024 ═ 1024

8 —— 16 —— 32
16 * 8 *

96 256
16
256

TI-

TITVLVS II.

De

MAGNITVDINIBVS IRRATIONALIBVS SIMPLICIBVS FRACTIS.

CAPVT I.

De

Fractionum Irrationalium Notatione, & Reductione.

ET tantum in univerſum ſe Magnitudinibus Irrationalibus & quidem ſimplicibus integris;
1 ſequuntur (ex tit. 1. cap. 1. § 7) fractæ.
2 *Harum conſideranda eſt notatio, reductio & numeratio.*
3 *Notantur hoc modo: Poteſtas, ſi ponatur ante medium fractionis, videlicet tam ante numeratorem, quam ante denominatorem, referenda tunc eſt tam ad fractionis numerum, quàm ad nomen.*

Vt hæc $\surd aa \frac{4}{6}$ ſignificat $\surd aa\, 4$ diviſam eſſe per $\surd aa\, 6$, quę æqualis eſt $\frac{2}{3}$. Sic $\surd aaa \frac{2}{4}$ denotat $\surd aaa\, 2.$ diviſam eſſe per $\surd aaa\, 4$, quæ æquatur $\frac{1}{2}$.

4 *Quando hæc poteſtas collocatur ante numerum integrum cum fractione, totus ille numerus ad unicam fractionem reduci debet, ut ejus valorē exprimere valeas.*

Ita $\surd aaaa.\ 2 \frac{2}{3}$ reducitur ad hanc $\surd aaaa \frac{8}{3}$, & vult, $\surd aaaa.\ 8.$ diviſam eſſe per $\surd aaaa\ 3.$

5 *Quando eadem eſt proportio numeratorum ad denominatores, fractiones illæ æquales ſunt.*

Sic $\surd aa \frac{4}{6}$ æquivalet huic $\surd aa \frac{2}{3}$, quia in omnibus numerator ad denominatorē proportionem ſervat ſeſquialterā, ut patebit, ſi numeratores ſinguli per denominatores ſingulos dividantur.

6 *Fractiones Irrationales, ſi reduci poſſint, more fractionum vulgarium ad minores terminos reducuntur.*

Vt hæc fractio $\surd aaaa \frac{8}{16}$ reducitur ad hanc $\surd aaaa \frac{1}{2}$.

7 *Interdum etiam fractiones dantur, quę per commodè ad minores poteſtates reduci poſſint.*

Exemplo ſit hæc fractio: $\surd aaaaa \frac{4}{8}$ reducitur ad hanc: $\frac{\surd aa.\ 2}{\surd aa\ \ 2}$ quia numerator 4 gaudet latere quadrati ſc. 2. verum non latere cubi, at denominator 8 gaudet latere cubico 2. aſt hic non latere quadrati.

CAPVT II.

DE

Fractionum Irrationalium Numeratione.

1 ADditio eorundem denominatorum fit additione numeratorum, & communis denominatoris ſubſcriptione.

Ex. gr. Addendæ ſint fractiones $\surd AA \frac{4}{7}$ & $\surd AA \frac{9}{7}$, erit ex iis ſumma quæſita $\surd AA \frac{25}{7}$, hoc eſt, $\frac{5}{7}$.

2 *Additio diverſorum denominatorum fit reductione ad eundem denominatorem,* (ut in fractionibus vulgarib' apparet) *hæ fractiones reductæ adduntur* per S. præced.

Digitized by Google

dentem 1. Vt:

Addendæ ſint √AA $\frac{16}{49}$ & √AA $\frac{4}{9}$, reducēdę ſunt prius ad has $\frac{\surd AA\ 144}{\surd AA\ 441}$ & $\frac{\surd AA\ 196}{\surd AA\ 441}$, ex quibus ſumma eſt $\frac{26}{21}$, hoc eſt 1 $\frac{5}{21}$. Nam numeratores cōmenſurabiles ſunt in proportione $\frac{7}{6}$ & conſtituunt ſummam √AA 676, cui ſupponitur denominator communis √AA 441. Vt fiat ſumma $\frac{\surd AA\ 676}{\surd AA\ 441}$, hoc eſt,

$\frac{26}{21}$, id eſt, 1 $\frac{5}{21}$

3 *Quando numeratores ſunt incommenſurabiles, additio eorum abſoluitur interpoſitione ſigni affirmati +.*

√AA $\frac{3}{7}$
√AA $\frac{5}{7}$ ✠

√AA $\frac{3}{7}$ ✠ √AA $\frac{5}{7}$

Ex. gr. ſint addenda √AA $\frac{3}{7}$ & √AA $\frac{5}{7}$, fit eorum ſumma √AA $\frac{3}{7}$ + √AA $\frac{5}{7}$. Vt:

4 *In Subductione commenſurabilium eoſdem denominatores habentium, numeratores à ſe invicem ſubtrahuntur, & denominator communis ſubſcribitur.*

Ex. gr. ſit ſubtrahenda fractio √AA $\frac{4}{7}$ à fractione √AA $\frac{9}{7}$, erit reliqua √AA $\frac{1}{7}$

5 *In Subductione commenſurabilium diverſos denominatores habentium reducendi ſunt denominatores ad idē nomē, ac ſubtrahēdi, ut* in ſ. præced. 4. oſtenditur.

Sit ſubtrahenda √AA $\frac{16}{49}$ à √AA $\frac{4}{9}$. remanebit $\frac{2}{21}$. Nam numerator √AA. 144. ſubtractus à numeratore √AA 196, relinquit $\frac{\surd AA\ 4}{\surd AA\ 441}$ hoc eſt, $\frac{2}{21}$.

6 *Si numeratores ſunt incommenſurabiles, ſubtrahuntur per ſignum negatum —.*

√AA $\frac{3}{7}$
√AA $\frac{5}{7}$ —

√AA $\frac{3}{7}$ — √AA $\frac{5}{7}$

Ex. gr. √AA $\frac{3}{7}$ ſubtrahatur à √AA $\frac{5}{7}$, ut reliquus fit √AA $\frac{3}{7}$ — √AA $\frac{5}{7}$.

7 *In Multiplicatione fractionum irrationalium requiritur ante ipſam multiplicationem, reductio fractionum datarum ad eaſdem poteſtates.*

Sit multiplicanda √AA $\frac{3}{4}$ per √AA $\frac{6}{7}$ fit √AA $\frac{18}{28}$. Vt:

√AAA $\frac{3}{4}$ — √AA $\frac{6}{7}$ | $\frac{\surd AA\ 18}{28.}$

8 *In diviſione, ante ipſam diviſionis operationem, requiritur fractionum ad eaſdem poteſtates reductio.* Vt:

Sit dividenda √AA $\frac{3}{4}$ per √AA $\frac{6}{7}$, inverſis terminis diviſoris ita ſtabit exemplum: ſc. √AA $\frac{3}{4}$ per $\frac{7}{\surd AA\ 6}$ & ſic fit quotiens $\frac{\surd AA\ 147}{\surd AA\ 96}$ hoc eſt, √AA 1 $\frac{51}{96}$. Nam ex √AA 3 in 7 fit √AA 147 & ex 4 in √AA 6 fit √AA 96.

9 In diviſione tamen inſtitui poteſt reductio ad eandem denominationem, ſed tunc, relicto denominatore, facienda eſt diviſio numeratoris per numeratorem. Vt in ſuperiori exemplo fractiones √AA $\frac{3}{4}$ & √AA $\frac{6}{7}$ reducentur ad √AA $\frac{147}{28}$ & √AA $\frac{96}{28}$. Diviſo ſic numeratore √AA 147. per numeratorem √AA 96, fit quotus √AA 1 $\frac{51}{96}$ ut prius.

MEMBRVM II.

DE

Magnitudinibus Irrationalibus Compoſitis.

CAPVT I.

DE

Magnitudinum Irrationalium Compoſitorum Numeratione prima.

1 ET tantum de Simplicibus; ſequuntur *Magnitudines Irrationales Compoſitæ*, quæ ſc. per ſigna affirmata vel negata componuntur.

2 *In quarum Additione ſimilia ſigna affirmant, diverſa negant.*

Hoc eſt, eadem ſigna idem ſignum ponunt; diverſa vero ſigna ſpeciem operationis variant ita, ut in Additione ponatur ſignum maioris numeri, quod ratio etiam ſuadet, ut in exemplis.

Exemplum 1. *affirmatum.*

Sint data 8 + √ AA 3 & 5 + √ AA 12, quæ addita conſtituunt 13 + √ AA 27, uti conſtat ex §. 8. cap. 5. præc. Vt.

8 + √ AA 3
5 + √ AA 12 +
———————
13 + √ AA 27. Summa.

Exemplum 2. *negatum.*

Data ſint addenda √ AAA 162 — 12 & & √ aaa 2058 — 7. erit ſūma √ aaa 6000 + 19. uti ex eodem § 7. cap. 3. conſtat. Vt:

√ aaa. 162 — 12
√ aaa. 2058 — 7 +
———————
√ aaa 6000 + 19. Summa.

Exemplum 3. *in diverſis ſignis.*

Sint addenda √ aaaa 243 + 9 & √ aaaa 3888 — 16, exſurget ſumma √ aaaa 19683 — 7. hoc modo.

√ aaaa 243 + 9
√ aaaa 3888 — 16 +
———————
√ aaaa 19683 — 7. Summa.

3 *Quando duæ partes magnitudinis affirmatæ æquantur duabus partibus magnitudinis negatæ, compendioſiſſime magnitudo una alteri additur, ſi videlicet prioris particulæ alterutrius magnitudinis duplum pro ſumma vera ſtatuatur.*

Ex. gr. ſint addenda 12 + √ aa 6 ad 12 — √ aa 6, erit ſūma 24. Eodē modo √ aa 10 — 5. & √ aa 10 + 5 addita conſtituent √ aa 40. Vt:

12 + √ aa 6
12 — √ aa 6 +
———————
24. Summa.

√ aa 10 — 5
√ aa 10 + 5 +
———————
√ aa 40. Summa.

4 *Vt Additionis, ſic quoq; Subductionis ſimilia ſigna affirmant, diverſa negant.*

Sed quando numeri præpoſterè collocantur, tunc ſubtrahēdus eſt ſuperior ab inferiore, ſignūque affirmatum fit negatum, & contra. Si ſigna fuerint diverſa, illa mutant operationem, & hic ponitur ſignum ſuperioris numeri ſive maior is fuerit, ſive minor, ſive æqualis.

Exemplum 1. *in magnitudinibus affirmatis.*

Sit ſubtrahenda 3 + √ aa 8 ex 10 + aa 50. erit per cap. 6. præced. reſiduum 7 + √ aa 18. Vt:

10 + √ aa 50
3 + √ aa 8 —
———————
7 + √ aa 18. reſiduum.

Exemplum 2. *in negatis.*

Sint ſubtrahenda √ aaaa 3888 — 4 à √ aaaa 19683 — 9, erit reſiduum √ aaaa 243 — 5. Vt:

√ aaaa 19683 — 9
√ aaaa 3888 — 4 —
———————
√ aaaa 243 — 5. reſiduum.

Exem-

Digitized by Google

Exemplum 3. in diverſis ſignis.

Dantur ſubtrahenda √ aa 27 + 7 à √ aa 75 — 24. erit reſiduum √ aa 9. — 31. Vt:

√ aa 75 — 24
√ aa 27 + 7 —

√ aa 9 — 31. reſiduum.

5 *Obſeruanda ſunt hic nonnulla in ſubductione.*

Quod hiſce duobus exẽplis manifeſtum fiet: ſint enim ſubducendæ √ aa 320 — 8 à 16, ſint itidem auferenda √ aa 320 — 8 à √ aa 180, erunt reſidua 24 — √ aa 320, item 8 — √ aa 20. Hic in priori exemplo, quoniam numerus √ aa 320 non habet reſpondentem in ſuperiori numero, ſcriptus eſt √ aa 0. cum ſigno affirmato +. Sic etiam, quia in poſteriori exemplo numerus 8 in ſuperiori numero non habet reſpondentem, ſcripta etiam eſt ciphra 0. cum ſigno itidem affirmato +, quod probè in hiſce ſubductionibus notari debet, ut reguiæ ſubductionis locum inveniant. Vt:

√ aa 0 + 16 | √ aa 180 + 0
√ aa 320 — 8 — | √ aa 320 — 8

24 — √ aa. 320. | 8 — √ aa 20.

6 *In hujuſmodi exemplis aliter ſic abſoluetur ſubductio, ſi ſc. collocaveris numerum ſubtrahendum poſt numerũ, à quo fieri debet ſubductio, ita tamen, ut ſingula eius ſigna mutentur in contraria, & poſtmodum reductionem inſtitueris per additionem.*

16
√ aa 320 — 8 —

16 — √ aa 320 + 8
8 +

24
√ aa 320 —

24 — √ aa. 320. reſiduum.

Ex. gr. ſint ſubducenda √ aa 320 — 8 à numero 16. ſic collocabis exemplum: 16 — √ aa 320 + 8, addes iam 8 & 16, ut ſumma ſit 24, & ablata √ aa 320, erit reſiduum 24 — √ aa 320. Vt:

7 *Compendium ſubductionis hic etiam locum habet, & quidem tum, quando duæ partes magnitudinis affirmatæ æquantur duabus partibus magnitudinis negatæ; hac enim ratione compendioſe ſatis magnitudo affirmata à negata ſubducitur, ſi nimirum poſterior alterutrius magnitudinis particula duplicetur.*

Et ratione non caret, cùm priores particulæ ex ſubductione nihil relinquãt, & poſteriores addendæ ſint, ſicuti ipſa regula Subductionis vult propter diverſa ſigna, affirmata ſc. & negata. Ex. gr. ſubducantur √ aa 9 — 4 à √ aa 9 + 4. Subducantur etiam 4 — √ aa 9 à 4 + √ aa 9, erunt reſidua 8 & 6. hoc modo:

√ aa 9 + 4 | 4 + √ aa 9
√ aa 9 — 4 — | 4 — √ aa 9 —

8. reſiduum | √ aa 36
| L. A.
| Reſiduum. 6.

CAPVT II.

DE

Magnitudinum Irrationalium Compoſitarum Numeratione Secunda.

1 SEquitur Magnitudinum irrationalium Compoſitarum Numeratio ſecunda, quæ eſt *Multiplicatio & Diviſio.*

2 *Multiplicatio harum magnitudinum eodem abſolvitur modo, quo ſimpliciũ, ſi modo ſignorum habeatur ratio,* quæ talis eſt: *Similia ſigna affirmant, diverſa negant.*

Exemplum 1. in magnitudinibus affirmatis.

Sint multiplicanda 7 + √ aa 4 per 3 + aa 4, erit factus 21 + √ aa 36 + √ aa 196. + 4. Multiplicetur enim 7 per 3 fiuntq; 21. ſic √ aa 4 per 3, (id eſt per ejus quadratum 9) & erit factus

√ AA 36, tunc √ AA 4 per 7 (id eſt, per 49, eius ſc. quadratum) & veniunt √ AA 196, denique √ AA 4 in ſe, proveniunt 4. erit ergo factus 21 + √ AA 36 + √ AA 196 + 4. hoc modo:

7 + √ AA 4
3 + √ AA 4 *
———————
21 + √ AA 36
√ AA 196 + 4
———————
21 + √ AA 35 + √ AA 196 + 4. factus

Exemplum 2. in magnitudinibus negatis.

Sumamus idem exemplum, ſed negatum, id eſt compoſitum per negationem ſc. 7 — √ AA 4 ſint multiplicanda per 3 — √ AA 4, erit factus deſideratus 21 — √ AA 36 — √ AA 196 + 4. Vt:

7 — √ AA 4
3 — √ AA 4 *
———————
21 — √ AA 36
√ AA 196 + 4
———————
21 — √ AA 36 — √ AA 196 + 4.

Exemplum 3. in Magnitudinibus diverſa ſigna habentibus.

Vt ſint eadem 7 + √ AA 4 multiplicanda per 3 — √ AA 4 erit magnitudo quæſita 21 + √ AA 36 — √ AA 195 — 4.

7 + √ AA 4
3 — √ AA 4 *
———————
21 + √ AA 36
— √ AA 196 — 4
———————
21 + √ AA 36 — √ AA 196 — 4. factus.

3 *Magnitudines affirmatæ & negatæ compendioſè multiplicantur in ſeſe, ſi quadrata partium ſimul addas, & aggregato duplum ejus, quod ex una particula fit in aliam, ſuperaddas.*

Exemplum 1. in Affirmatis.

Sint multiplicanda 5 + √ AA 4, in ſeſe. Ergo quadrata partium cùm ſint 29, & factus ex una particula in aliam 100, cuius duplum 400, erit factus quæſitus 29 + √ AA 400, id eſt, 49. Qui æquatur huic facto: 25 + √ aa 100 + 4. Vt vides:

5 + √ aa 4
5 * 25 *
———————
25 100
4 + 4 *
———————
29 + √ aa 400.
20 + ——————— L. A.
49. factus. 20

5 √ aa 4
5 + √ aa 4 *
———————
25 + √ aa 100
√ aa 100 + 4
———————
25 + √ aa 100 + √ aa 100 + 4
L. A. ———————
10 10
10
25
4 +
———
49. factus.

Exemplum 2. in Negatis.

Sin data eadem latera irrationalia ſc. 5 — √ aa 4 in ſe multiplicanda, erit factus 25 — √ aa 100 — √ aa 100 + 4. Vt:

5 + √ aa 4
5 * 25 *
———————
25 100
4 + 4 +
———————
29 + √ aa 400
20 — ——————— L. A.
——— 20
9. factus.

5 — √ aa 4
5 — √ aa 4 *
———————
25 — √ aa 100
√ aa 100 + 4
———————
25 — √ aa 100 — √ aa 100 + 4.
4 + ——————— L. A.
——— 10 10
29 10 +
20 — ———
——— 20
9.

In

4 *In Lateribus quadratis, in quibus magnitudo affirmata eſt ducenda in negatam ſimilem & contra, compendioſè inſtituetur multiplicatio, ſi ex quadrato particulæ prioris auſſeratur quadratum particulæ poſterioris, etiamſi poſterior particula minor fuerit priore, ſive eadem major.*

Vt ſint data multiplicanda 4 +- √ AA 2 in ſeſe, erit factus 16 +- √ AA 32 —— 2. hoc eſt per reductionem 14. Vt in hujus exempli duplici operatione videre eſt. Vt:

```
    4 +- √ AA 2                          4 { ——
    4 +- √ AA 2  *                         { +- √ AA 2
  ———————————————                        4 *
   16 +- √ AA 32                        ————
    —— √ AA 32 —— 2                      16
  ———————————————————————————            2 ——
   16 ✠ √ AA 32 —— √ AA 32 —— 2.        ——————————
    2 ——        +- √ AA 32 ——            14.  factus.
  ———————————————————————————            ||
                 0
   14.  factus.
```

5 *Si Magnitudines multiplicantes fuerint heterogeneæ, eæ ante multiplicationem ad homogeneas ſunt reducendæ.*

```
  √ AA 720 +- √ AA 3  6  0 { √ AA. 40 ✠ √ AA. 20.
  √ AA 18 |           |  |  {
  ————————|——————————|--|--|
       72 |           |  |  |
     ———— |——————————|--|--|
       00             |  |  |
       18             |  |  |
  ————————————————————|  |  |
       9 +- √ AA 3  6    |
            √ AA 1  8    |
           ———————————   |
                  3  6   |
             —————————   |
                     0  0
                     1  8
                    ——————
                        0
```

6 *Sequitur Diviſio, in qua non ſecus ac in multiplicatione ſimilia ſigna affirmant, diverſa negāt.*

Exemplum 1. *in magnitudine homogenea.*

Sit dividenda √ AA 720 +- √ AA 360 per √ AA 18, in quo exemplo non aliter procedo quā in ſimplicibus. Quotus erit √ AA 40 +- √ AA 20.

Exemplum 2. *in magnitudine heterogenea.*

```
  √ AA 12 ✠ √ AAA  2  4 { √ AA 3 +- √ AAA 3
  √ AA                |  | {
  ————————————————————|--|
        12            |  |
     —————————————————|--|
     0 ✠ √ AAA 2  4
         √ AAA    8
       ——————————————
                 24
              ———————
                  0
```

Vt ſint dividenda √ AA 12 ✠ √ AAA 24 per 2. id eſt, dividendus mediandus eſt, erit quotus ſeu dividendi dimidium: √ AA 3 ✠ √ AAA 3.

Et tantum in univerſum de Magnitudinibus Irrationalibus tam Simplicibus integris & fractis, quam Compoſitis.

PARS II. DE NVMERATIONE COMPARATA.

TITVLVS I. DE NVMERORVM RATIONE.

CAPVT I. DE *Numerorum differentia & ratione, rationumq; differentiis.*

1 HActenus egimus de Quantitatum numeratione ſimplici, ſequitur Earundem *numeratio comparata, quâ numeri inter ſe comparantur.*

2 *Hæc comparatio numerorum fit vel in quantitate, vel qualitate.*

Comparatio numerorum quæ fit in quantitate eſt duplex: differentia & Ratio.

3 *Differentia Græcis* Διαφορὰ *eſt numeri à numero diſtantia.*

4 Sic 7 diſtat à 12 per 5. Eodem modo 12 diſtat à 20 per 8. uti ex ſubductione numerorum propoſitorum ſatis cõſtat. Vt:

12	20
7 —	12 —
5.	8.

Ratio, Græcis λόγος. Hæc Euclidi definitur in def. 3. lib. 5. ita: Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα, πρὸς ἄλληλά ποιὰ σχέσις. Id eſt, Ratio eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis aliquatenus ad invicem quędam habitudo, vel eſt rerum einſdem generis mutua quędam, ſecundum quantitatem habitudo. Sed ut Clavius rectè monet, hęc eſt potius dicenda proportio. Sic apud Authores pleroſq; promiſcuè ſumitur vox rationis & proportionis. *Accuratius illi agunt. qui rationem dicunt terminorum comparationem;* & proportionem, rationum ęqualitatem. *Atq;* hac ratione ratio & proportio different, ut pars & totum. *Porrò* in hac rerum Natura magna eſt rationis ἐνέργεια. cùm quocunq; etiam oculos noſtros contulerimus, nihil plane viſuri ſimus, vel ad uſus humanos utile, vel aſpectu amœnum, quod non certâ ratione conſtet, qua omnia naſci, conſiſtere ac conſervari debeant. Veluti exemplo nobis eſſe poteſt vel ſolius humani corporis ſabrica & conſtitutio, quæ conſentiente tota Medicorum & *A*natomicorũ ſchola, nec incolumis ſervari, nec labefactata refici ſine certa rationũ notitia facile poteſt: ut non immerito corpuſcula noſtra ex certa quatuor elementorum ratione conſtare concludere debeamus. Sed quid de corporum noſtrorum conſtitutione amplius recito, cùm nullum vel *æ*dificium, vel pictura, vel res etiam abiectiſſima docente *Alberto Durero*, volumine de proportione hominis doctiſſimo, ſine hac conſiſtere poſſit? Veluti idipſum Natura ipſa & ratio dictat, nec non quotidianus rerum eventus abunde teſtatur. Huic accedit, quòd multa recondita & abſtruſa ipſa ratio eruat, & in lucem proferat, ſicuti vel ex uno *Auli Gellii* loco ſatis ſuperq; patet, qui *Pythagoram* Philoſophum hujus beneficio ſcite non minus quàm eleganter ratiocinatum fuiſſe lib. 1. *Noct. Att.* cap. 1. ſcripſit, in indaganda ſtatus & longitudinis Herculis præſtãtia, ex eo curriculo ſtadii, quod eſt *Piſis* apud Iovem Olympium. *Et* ita per univerſam hanc rerum univerſitatem ratio ipſa diſperſa eſt, ut nihil pręter rationum cognitionem teſtentur, quę in nobis ſunt rerum ſcientię, quemadmodum variis in locis *Pſellus* eleganter diſputat, rationis naturam admiratus, *præ*ſertim quod de Arithmetices compeudio conſcripſit opuſculo, ſequentibus verbis: Verum ex ſubſtantiis naturalibus *homines* contemplationes rationum animo complexi, ſcientias collegerunt: ita ut ſcientię, quæ in nobis ſunt, earum rationum, quę in ipſis rebus exiſtunt, ſint quaſi quædam ſigilla, de iis expreſſa. Rationes autem in rebus ipſis, rationum illarum, quę in DEO ante ſæcula extiterunt, umbr*æ* quædam ſunt & imagunculæ, quę ipſæ ad primam cauſam traiiciunt hominem, modo ad earum contemplationem pura nos, & ſincera ducat vita, quæ, prudentia in iudicando adhibita, progreſſus faciat. Hactenus *Pſellus*. Cùm igitur tam late circumquaq; ſe exſerat rationis vis, nec obſcurior, imò multis partibus illuſtrior in numeris, quàm cęteris rebus eadem conſpiciatur; neceſsè eſt, eum horum rationibus dignoſcẽdis operam haud ſegnem navare, qui in eorundem abdita penetrare cupiet. De his vero quia aliquid hoc capite dicturi ſumus, initium faciemus à rationum differentiis, & definitionibus.

Rationis ergo cuiuſq; ſpectantur differentiæ & numeratio.

Dif-

Digitized by Google

7 *Differentias quod attinet, Ratio alia erit æqualitatis, alia inæqualitatis.*

8 *Ratio ęqualitatis eſt, qua duo numeri ſibi invicem æquales comparantur.*

Græcis dicta λόγος ἰσότητος. Vt 2 cum 2. ut 6 cum 6. ut 9 cum 9. Hæc quia uniuſmodi eſt, ulteriorem diviſionem minime admittit.

9 *Ratio inęqualitatis eſt, quando duo inæquales numeri mutuò conferuntur.*

Veluti 3 & 5, item 9 & 4.

10 *Hæc eſt vel inęqualitatis majoris vel minoris.*

11 *Ratio inæqualitatis majoris, Græcis* πρόλογος *eſt, cum terminus antecedens eſt major conſequente.*

Vt 6 ad 4. item 9 ad 3.

12 *Ratio inæqualitatis minoris, Græcis* ὑπόλογος, *eſt, cum terminus antecedens eſt minor conſequente.*

Vt 4 ad 6. item 3 ad 9.

13 Nunc quot maioris inæqualitatis ratio ſpecies complectatur, videamus: Omnis maior numerus minori compararus, aut eundem aliquoties abſolutè complectirur, aut ſemel & unam particulam, aut ſemel & plures particulas, aut ſæpius & unam parriculam, aut ſæpius & particulas plures. *Ex quibus quinque numero oriuntur maioris inæqualitatis rationum ſpecies. Ex quibus tres ſunt ſimplices: duę ex illis compoſita.*

14 *Majoris inæqualitatis ſpecies ſimplices tres ſunt: multiplex, ſuper particularis & ſuper partiens.*

15 Rationem Multiplicem (*Græcis* λόγος πολλαπλάσιος) *Euclides* 5. lib. definit hiſce verbis: πολλαπλάσιον δὲ, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος. Id eſt, multiplex vero major minoris, quando eam metitur minor. Quibus inſinuat, quantitatem in multiplici eſſe ratione ad alteram, quę illam aliquoties abſolutè contrinet. *Multiplicem igitur rationem numerus ad numerum habere dicitur, qui alterum pluries quàm ſemel abſolutè continet.*

16 *Ratio autem Multiplex eſt vel dupla*, ut 1 ad 2, vel 2 ad 4; vel *tripla*, ut 1 ad 3, vel 2 ad 6; vel *quadrupla*, ut 1 ad 4, vel 2 ad 8 &c.

17 *Numeri ad numerum ſuperparticularis ratio* (*Græcis* dicta λόγος ἐπιμόριος ſeu ratio partis) *vocatur, quà major minorem ſemel complectitur, & aliquam inſuper eius partem.*

18 *Eſtque vel ſeſquialtera*, ut 3 ad 2; vel *ſeſquitertia*, ut 4 ad 3; vel *ſeſquiquarta*, ut 5 ad 4. & ſic deinceps.

Sumunt autem huius rationis nomina initium à ſeſqui, ac terminantur parte reſidua, quam ſemper colligere oportet, ſectione facta majoris numeri per minorem, & reliquo ad minimam nomenclaturam revocato, ſeu fractionibus reſiduis ad minimos numeros reductis, veluti in fractionibus docuimus.

19 *Super partientē rationē, quę Græcis* dicitur λόγος ἐπιμερὴς, ſeu ratio partium, *numerus ad numerum habet, qui alterum ſemel includit, & aliquot eiuſdē partes.*

Differt à præcedenti, quod illa ἐν τῷ μέρει in parte; hæc verò ἐν τοῖς μέρεσι, in partibus verſetur.

20 *Eſtq; vel ſuperbipartiens*, ut 5 ad 3; vel *ſupertripartiens*, ut 7. ad 4. &c.

Cum verò hæ partes reſiduę in immenſum multitudine augeri queant, fit ut huic rationi proprium ſit, ſupra ſe maiorem habere ſuperpartientem. Cujus nomenclaturæ initium à ſuper, medium à partium numeratore deſumitur, & earundem denominatore finitur. Et prout denominator variat, tertias, quartas aut quintas partes, veluti maioris per minorē facta partitione, ſectionis numerus cum fractionibus reliquis inoſtrabuur, his tamen ad minimos terminos reductis.

21 *Rationis inæqualitatis ſpecies ex ſimplicibus compoſitæ duę ſunt: Multiplex ſuperparticularis, & multiplex ſuperpartiens.*

22 *Multiplex ſuperparticularis ratio, Græcis* λόγος πολλαπλασιεπιμόριος, ſeu multiplex rationi partis iuncta, *eſt, qua major numerus minorem ſæpius quàm ſemel, & inſuper partem eius aliquotam complectitur:*

Quę ex duabus precedentibus, multiplici & ſuperparticulari conſtat: quare tā ex parte huius

arq;

Digitized by Google

atq; illius variat. Et quidem ſuperpatticularis reſpectu, in infinitum minui; multiplicis verò, eodem modo augeri potis eſt. In qua primum locum tenet *dupla ſeſquialtera*, qualis eſt ratio 5 ad 2. Nomina autem derivantur ex duabus præcedentibus, quæ etiam, ut in illis, ſeſe offerunt, majoris numeri per minorem ſectione facta, & fractionibus ad minimos terminos reductis.

Ratio multiplex ſuperparties, *Græcis* πολλαπλασιεπιμερής, ſeu multiplex partium rationi juncta, ex duabus ſuperioribus compoſita, multiplici ſc. & ſuperpartiente, quarum etiam naturam ſequitur, diciturq; *qua maior numerus minorem pluries quàm ſemel, & aliquot eius partes continet.* In qua rationis ſpecie prima eſt *dupla ſuperpartiens duas tertias*, ut 8 ad 3, ſic 11 ad 4 eſt ratio multiplex ſuperparties, *dupla ſuperpartiens tres quartas*.

24 *Atq; hę ſunt omnes maioris inæqualitatis rationum quinq; ſpecies, quibus totidem numero minoris inęqualitatis, ex diametro oppoſitę reſpondent.*

Inter quas & haſce dictas hoc tantum intereſt, quòd in hiſce maior numerus referatur ad minorem, in illis contra minor ad majorem. Et quod ad nomina ipſa attinet, cùm utriuſq; eadem occurrant, ſi maioris inæqualitatis rationis nomini præponatur pręponatur prepoſitio ſub, minoris inæqualitatis fiet. Sic 2 ad 1 eſt ratio *dupla*, 1 vero ad 2 eſt ratio *ſubdupla*. Et ſic de reliquis omnibus unum & idem iudicium. Vide ſchema D.

CAPVT II.

DE

Rationum Numeratione prima & ſecunda:

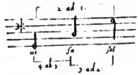
1 *SEquitur Rationum Numeratio, quę eſt Additio, Subductio, Multiplicatio & Diviſio.*

2 *Additio Rationum fit numeratorum & denominatorum inter ſe multiplicatione.*

Ex. gr. ſit data in *Muſicis* harmonia διὰ τεσσάρων, quæ quarta *Muſicis* dicitur, quam repreſentat ratio ſeſquitertia ſc. ut 4 ad 3 addenda ad conſonantiam διάπεντε, quæ quinta dicitur, & hanc indicat ratio ſeſquialtera, videlicet ut 3 ad 2, quæritur ratio ex iis compoſita, ſeu qualis ex iſtis duabus harmoniis oriatur? Reſpondeo, conſonantia διὰ πασῶν, quæ octava dicitur, quam denotabit ratio dupla, ut 2 ad 1. ut hinc apparet:

3 — 4	|	12		2.
			ideſt:	
2 — 3	|	6		1.

Quod ex *Muſicis* manifeſtius evadet. Nam ratio ſeſquitertia ſeu quarta eſt hic intervallum à G ad C ſeu ut fa, quæ addita ad rationem ſeſquialteram ſeu quintam, quæ eſt, à C ad G ſeu ut ſol, erit ratio compoſita dupla ſeu octava, quæ eſt à ad G, ſeu ut ſol. Vt ex hoc diagrammate conſtat.



3 *Subductio Rationum eſt multiplicatio per crucē numeratorum per denominatores.*

Ex. gr. ſit data ratio ſeſquitertia ut 4 ad 3, quæ conſonantia dicitur quarta, ſubducenda à ratione dupla, ut 2 ad 1. quæ dicitur octava, quæritur conſonantia reſidua? Reſpondeo, conſonantiam fore reliquam ſeſquialteram, ut 3 ad 2 ſeu quinta. Vt ex pręcedenti ſchemate liquet: nam ſi GC ſeu ut fa ſubtrahas à *G* g ſeu ut ſol, reliquam fore conſonantiam C g, ſeu fa ſol vel ut ſol, quæ eſt quinta. Vt:

2	4	|	6		3	
		|		id eſt.		quinta.
1	3	|	4		2	

4 *Ex biſce duobus elementis manifeſtum eſt,*

Si quartam addideris quintæ, provenire octavam; & ſi quartam ſubduxeris ab octava reſultare quintam; eodem plane modo quinta ſubducta ab octaua, relinquet quartam. Vt:

2	3	|	4	quarta.
1	2	|	3	

5 *Huius Additionis & Subductionis rationum uſus vix ac ne vix aliquis eſt in domeſticis, & civilibus negotiis, ſed in Muſicis, uti iam vidimus, & in Aſtronomicis, præſertim in regula, quam ſex quantitatum vocitant.* Quam *Pto-*

lomæus

lomæus in primo μεγάλης συντάξεως deſcribit. *Ea autem eſt nihil aliud quàm ſolidorum duorum ęqualitas in duarum diſiunctarum rationum compoſitione*, & ita ſonat: *Datis ſex numeris ſi ratio primi ad ſecundum compoſita fuerit è ratione tertii ad quartum, & quinti ad ſextum, ſolidus primi, quarti, ſexti, æquabitur ſolido ſecundi, tertii, quinti, & contra.*

Sunto dati ſex numeri: 15. 8. 5. 4. 3. 2. & ratio primi 15 ad 8 ſecundum eſto compoſita e ratione tertii 5 ad quartum 4, Et è ratione quinti 3 ad ſextum 2: dico ſolidũ primi 15, quarti 4, ſexti 2, æquale eſſe ſolido ſecundi 8, tertii 5 & quinti 3. Vterque enim eſt 120. Vt hinc apparet:

15 —— 8 —— 5 —— 4 —— 3 —— 2
4 * 5 *
60 40
2 * 3 *
120 ==== 120

Contra detur ſolidum primi 15, quarti 4, ſexti 2, æquari ſolido ſecundi 8, tertii 5, quinti 3: Dico rationem primi 15 ad ſecundum 8 compoſitam eſſe è rationibus tertii ad quartum, & quinti ad ſextum:

30 Deinde, iiſdem datis, *ſi latus unius ſolidi æquale eſt lateri alterius, æqualibus prætermiſſis baſes erunt ęquales.*

Vt datis ſex numeris 6. 21. 2. 3. 3. 7. quorum ratio primi 6 ad ſecundum 21 ſit compoſita è rationibus tertii 2 ad quartum 3, & quinti 3 ad ſextum 7, ut unius ſolidi latera ſint primus 6, quartus 3, ſextus 7; alterius latera ſint ſecundus 21, tertius 2, quintus 3; quia prioris latus 3 eſt ęquale lateri cuidam poſterioris 3, dico his duabus prætermiſſis tanquam communi altitudine æqualium, baſin, id eſt, factum à duobus prioris ſolidi lateribus 6 & 7, æquari facto à duobus reliquis poſterioris 21 & 2: uterq; enim eſt 42. Vt:

6 —— 21 —— 2 —— 3 —— 3 —— 7
7 * 2 *
42 ==== 42

Per hanc Regulam ſex quantitatum præcipua rerum cæleſtium arcana magni illi viri, *Menelaus, Ptolemæus, Alchindus* & *Geber* aperuerunt.

31 Cæterum ſpecialis multiplicationis & diviſionis rationum nulla invenitur ſcientia, niſi continuationem illarum nominare velis multiplicationem, & inventionem medii numeri proportionalis inter duos datos, diviſionem. Quicquid ſit, nullus rationum multiplicationis & diviſionis in communibus vitæ negotiis reperitur uſus, idcirco hic nobis temperandum, & ſimul huic rationum doctrinæ finem imponendum eſſe arbitramur.

TITVLVS II.
DE
NVMERORVM PROPORTIONE.
MEMBRVM I.
DE
Numerorum proportione Primaria.
CAPVT I.
DE
Numerorum proportione Arithmetica diſiuncta & continua.

1 ET tantum de Comparatione numerorum in quantitate; *ſequitur Comparatio eorundem in qualitate.*

2 *Illa dicitur proportio, quæ eſt comparatio rationum in qualitate,*

Id eſt, ſimili tertio. Vnde etiam definitur *Euclidi* lib. 5. def. 4. his verbis: Ἀναλογία δὲ ἐστιν ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης. Id eſt, Proportio vero eſt rationum ſimilitudo. *Ciceroni* dicitur Medietas.

3 *Eſt autem proportio vel primaria vel ſecundaria.*

4 *Primaria eſt, quæ inter reliquas prima, ut à nulla originem ſuam ducat.*

5 *Hæc eſt vel Arithmetica vel Geometrica.*

6 *Proportio Arithmetica eſt æqualitas differentiarum.* *Græcis* dicitur [illegible]

7 *Eſtq; vel diſiuncta vel continua.*

8 *Proportio Arithmetica diſiuncta eſt, quando primus terminus ſaltem ad ſecundũ habet eundem reſpectum, quem tertius ad quartum, ſecundus vero ad tertium nequaquam.*

Ex. gr. dantur in numeri arithmeticè proportionales diſiunctè vel diſcretè, 4. 7. 9 12. Hic ut primus terminus 4 ſe habet ad ſecundum 7. ita ſe habet tertius 9 ad quartum 12: differentia enim priorum eſt 3, qualis etiam duorum poſteriorum. Vt:

4 —— 7 —— 9 —— 12.

9 *Harum proprietas hæc eſt: datis quatuor numeris in proportione Arithmetica diſcreta, ſumma mediorum æquatur ſummæ extremorum.*

Sint ergo dati 4 numeri proportionales: 4. 7. 6. 9. Erit ſumma 13, mediorum ſc. 7 & 6, æqualis ſummæ extremorum 4 & 9. Vt:

4 —— 7 —— 6 —— 9
9 + 7 +
————————
13 ═══ 13

In ſpeciebus. Sint datę quatuor proportionales *A*. *B*. *C*. & D. erit aggregatum extremarum *A* + D æquale aggregato mediarũ, videlicet *B* + C. Vt:

A —— *B* —— C —— D
D + *B* +
————————
A + D —— *B* + C.

10 *Proportio Arithmetica continua eſt plurium numerorum eodem exceſſu ſeſe continue ſuperantium ſeries.* Alias dicitur *progreſſio*.

Vt hi numeri 1. 2. 3. 4. ſunt continuè arithmeticè proportionales, cùm differentia horum omnium ſit unitas. Sic hi 2. 4. 6. 8. ſunt in Arithmetica proportione continuè proportionales, cùm horum ubiq; differentia inveniatur eſſe 2. Vt:

1 — 2 — 3 — 4. Item 2 — 4 — 6 — 8.

11 *Huius proportionis Arithmeticę continuę proprietates ſunt hę:* Prima. *Datis tribus numeris quibuſcunq; progreſſionis terminis continuis, duplum medii æquabit aggregatum extremorum.*

Vt ſint dati 7. 8. 9, in quibus duplum medii 8, eſt 16, quibus æquatur aggregatum 16. extremorum 7 & 9. Vt:

7 —— 8 —— 9
9 + 8 +
————————
16 ═══ 16

In ſpeciebus. Datę ſint proportionales hæ tres *A*. B. *C*. Erit duplum mediæ ſc. 2. B æquale aggregato extremarum *A* + *C*. Vt:

A —— *B* —— C.
B + *A*
————————
2. *B* ═══ *A* + C.

12 Secunda. *Datis quatuor numeris continuè proportionalibus, erit ſumma mediorum æqualis ſummæ extremorum.*

Ex. gr. ſint dati 4 numeri proportionales continuè 4. 5. 6. 7. erit ſumma extremorum 11. æqualis ſummæ mediorum itidem 11. Vt:

4 —— 5 —— 6 —— 7
7 + 6 +
————————
11 —— 11.

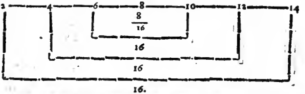
Inſpeciebus. Si quatuor hæ *A*. *B*. *C*. *D*. fuerint continuè proportionales, erit ſumma extremarum *A* + D æqualis ſummæ mediarum *B* + *C*. Vt ſupra etiam diximus.

A —— *B* —— *C* —— *D*
D + B +
————————
A + D ═══ *B* + C.

13 Tertia. *Datis pluribus, quàm quatuor terminis arithmeticè proportionalibus, erit duplum cujuſcunq; termini ęquale aggregato duorum æqualiter diſtantium.*

Sint ergo dati numeri hi ſeptem in proportione Arithmetica continua, quales ſunt: 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. erit ſumma extremort m æqualis ſumnię ex 4. & 12 & hęc ex 6 & 10, & hæc 8 dupla. Semper ſummam offendes eandem ſc. 16. Vt:

2



14 *Inventio ſummæ omnium terminorum progreſſionis Arithmeticæ* hac nititur regula : *Adde terminum primum ultimo, & ſummam multiplica per ſemiſſem numeri terminorum, vel ſemiſſem ſummæ per numerum terminorum, ut habeas ſummam omnium.*

Ex. gr. Quæritur, quot ictus patiatur campana horaria ſpatio 24 horarum ? cum hic termini extremi ſint 1 & 24, addes 1 ad 24, ut ſint 25. Hi per dimidium nomen termini ultimi, id eſt, per 12. multiplicati, conſtituũt 300 totum videlicet ex omnibus.

1 —— 24

24	24
1 +	2 ÷
25	12
12 *	
50	
25	
300. ictus.	

CAPVT II.

DE

Numerorum proportione Geometrica directa & reciproca.

1 P*Roportio Geometrica eſt æqualitas Rationum. Græcis* τῶν λόγων ταυτότης ἐν ὅροις.

Ut 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. *Ut* enim ſe habet 1. ad 2, ſic ſe habet 2. ad 4, ſic 4 ad 8, ſic 8 ad 16, ſic 16 ad 32, & ſic deinceps, ita inter 1 & 2 eſt proportio dupla, qualis etiam eſt inter 2 & 4 &c. *Unde*

2 *Si numerus duos numeros multiplicet, facti erunt multiplicatis proportionales. Et ſi numerus duos numeros dividat; quoti diviſis proportionales erunt.*

Ex. gr. dati ſint 4 & 6, & alius 3, qui hoſce datos 4 & 6 multiplicet, ut facti ſint 12 & 18. Dico, ut 4 ad 6 ſic 12 18. Vtrobiq; enim reperies proportionem ſeſquialteram, tam inter 4 & 6, quam inter 12 & 18. *Ut:*

4 —— 6
3 * 3 *
4 —— 6 —— 12 —— 18

In ſpeciebus. Sint datæ duæ magnitudines *B* & *C*, & tertia, quæ illas multiplicet, ſit *A*, & factæ ab iis *AB* & *AC*. ut *B* ad C. ſic *AB* ad *AC*. *Ut:*

B —— C
A * A *
B —— C —— AB —— AC

Exemplum 2. In diviſione.

Dati ſint duo numeri 12 & 16, & alius 4, qui datos 12 & 16 dividat, ut quoti ſint 3 & 4. Dico, ut 12 ad 16, ſic 3 ad 4. Vtrobique enim eſt proportio ſeſquitertia tam inter 12 & 16, quam inter 3 & 4. Vt:

12 —— 16
4 ÷ 4 ÷
12 —— 16 —— 3 —— 4

In Speciebus. Sint datæ *B* & C, & altera A, quæ *B* & C dividat, ut quotientes ſint magnitudines $\frac{B}{A}$ & $\frac{C}{A}$, dico, ut *B* ad C, ita $\frac{B}{A}$ ad $\frac{C}{A}$. Vt:

B —— C
A ÷ A ÷
B —— C —— $\frac{B}{A}$ —— $\frac{C}{A}$

3 *Præterea Proportio Geometrica duplex eſt : continua & diſcreta.*

4 *Proportio Geometrica continua eſt, ſi omnes termini præter primum & ultimum*

ſunt antecedentes & conſequentes.

Vel in qua, quæ eſt ratio primi ad ſecundum, ea ſecundi ad tertium, & ſic deinceps. Vt ſunt numeri: 2. 4. 8. 16. 32. 64. &c. Ex quibus apparet omnes terminos eſſe antecedentes & conſequẽtes præter primum & ultimum, quorum ille tantum eſt antecedens, hic tantum conſequens.

5 *Hæc continua eſt vel Simplex, vel multiplex.*

6 *Continua ſimplex eſt, in qua extremorum unum duntaxat eſt medium.*

Seu, in qua extrema uno tantum convertuntur medio.

Vt ſunt 9. 6 4. Hic extremi 9 & 4 uno tantum conjunguntur medio, videlicet 6. Hic 9 ad 6 eſt ratio ſeſquialtera, qualis etiam reperitur inter 6 & 4. Vt:

9——6——4.

7 *Huius proprietas eſt, ut factus ab extremis terminis æqualis ſit facto à medio in ſe ipſum, & contra.*

Vt in priori exemplo, factus 36, ab extremis 9 & 4, æqualis eſt iiſdem 36 facto ſcilicet à medio 6 in ſeipſum. Vt:

9——6——4.
4 * 6 *
———
36 —— 36

In ſpeciebus. Datæ ſint tres proportionales *A. B. C*, erit facta magnitudo à prima & tertia ſc. AC æqualis magnitudini factæ à media in ſe ipſam, videlicet *BB*. Vt:

A——B——C
C * B *
———
AC —— BB

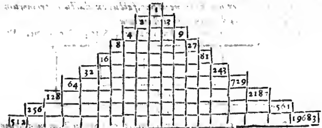
Conſectarium.

8 *Datis ergo tribus terminis quibuſcunq; proportionis Geometricę continuæ, erit quadratum medii æquale producto extremorum.*

9 *Continua Multiplex eſt, in qua plures termini medii eadem continue ratione progrediuntur.* Vnde dicitur *progreſſio Geometrica.* Vt. 1. 2. 4. 8. 16. &c.

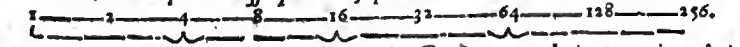
10 *Notatum hoc loco digniſſimum eſt, quàm mira divinus Plato huic proportioni Geometricæ continuę multiplici, utpote quæ dupla ac tripla ratione, ab unitate incipiens progreditur, attribuat.*

Sicuti enim *Aſtrologi* converſionum regionum, regnorum & rerumpubl. cauſas tum à mutationibus: 1. abſidum planetarum; 2. eccentricitatis ſolis; 3 obliquitatis Zodiaci; tum à coniunctionibus planetarum, in primis coniunctione illa magna, quæ fit in trigono igneo, deducunt, *Copernicus* verò ab eccentrici motu, quem terræ tribuit, mutationem iſtam dependere exiſtimat: *ita Plato tum Rerumpubl. ortum & occaſum fore opinatus eſt, cùm ſuavitatis Harmonica ſeu Muſica concentus turbatur. Quod accidit tum, cùm in Numero Nuptiali longius à proportionibus Harmonicis diſceſſeris.* Quando quidem numerus Nuptialis illi eſt, qui ab unitate incipiẽs dupla ac tripla ratione ita dividitur, ut dextra quidem mares, id eſt, impares, lęua fœminæ, id eſt, pares numeri, continua ſerie hunc in modum conſtituantur; media verò loca numeris perfectis, & imperfectis, quadratis, ſphæricis, cubicis, ut nulla numerorum ratio deſit, compleantur. Hic autem numerorum ordo infinitus eſſe poteſt, quia, non ſecus ut dimenſio quælibet, toni vis in infinitum dividi poteſt. Sic Reipubl. benè conſtitutæ ſtatus immutabilis erit, quamdiu proportiones illas Muſicas, quę ſuavitate ſua aures afficiunt, ſervaverit; rationem videlicet duplã, ſeu διὰ πασῶν, quæ eſt ab unitate ad binarium; ſeſquialteram, ſeu διὰ πέντε, quę eſt à binario ad ternarium; ſeſquitertiam, ſeu διὰ τεσσάρων, quæ eſt à ternario ad quaternarium; triplam, ſeu διὰ πέντε καὶ διὰ πασῶν, quę eſt ab unitate ad ternarium, quas harmonias omnes in ſe complectitur σύστημα. Si ulterius ad eam rationem, quæ eſt à quaternario ad novenarium, perrexeris, inſuavem & minime auribus gratam rationem & concentum offendes. Atque hæc ſunt, quæ *Plato*, circa hanc proportionem Geometricam continuam multiplicem philoſophatus eſt, quem ſequitur Clariſſ. *Bodinus*, qui pluribus argumentis & obſervationibus hanc Platonis ſententiam perſequitur lib. 4. de Repub. diagramma autem tale eſt.

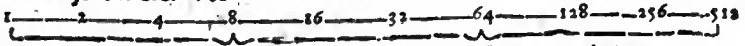


11 *Hujus progreſſionis Geometricæ continuæ ſpectabimus proprietates, continuationẽ, & inventionem ſummæ terminorum.*

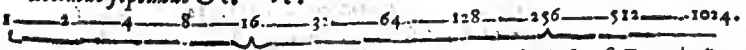
12 *Proprietates ejus ſunt hæ ſequentes, quarum* Prima eſt, *numerus tertius eſt quadratus, & uno prætermiſſo quintus, ſeptimus, nonus, undecimus &c.* Vt:



Quartus verò eſt cubus, & duobus prætermiſſis *ſeptimus, decimus tertius, decimus ſextus* &c. Vt:

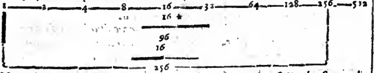


Rurſus, *quintus eſt biquadratus,* & tribus prætermiſſis, *nonus, decimus tertius, decimus ſeptimus &c.* Vt:



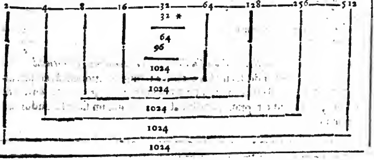
12 Secunda, *Si quicunq; numerus in ſe ducatur, tantum abeſt iſte factus ab illo, quantum ipſe abeſt ab unitate.*

Vt in propoſito exemplo 16 tantum abeſt ab 1, quantum ipſe abeſt à 256. Vt:



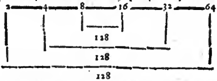
13 Tertia. *Quadratum cujuſcunque numeri eſt æquale duorum facto ab ipſo æqualiter diſtantium. Et ſi numerus fuerit impar, factus ex ductu extremorum eſt æqualis facto ex duorum numerorum ductu æqualiter diſtantium, itemq; facto ex ductu medii in ſeipſum.*

Vt ſint dati 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. Erit factus medii 32 in ſe ipſum 1024, qualis factus etiam producitur ex ductu 512 per 2, ex 256 per 4, ex 128 per 8, & ex 64 per 16. Vt ex ſubiecto ſchemate videre licet.



14 Quarta. *Si numerus terminorum fuerit par, factus ex ductu extremorum æquatur producto ex ductu duorum æquidiſtantium.*

Sic factus ex 2 & 64 eſt 128, qualis etiam ex ductu 32 per 4, & 16 per 8. exoritur. Vt:



15 Quinta. *Datis quibuscunq; quatuor terminis, erit productum mediorum æquale producto extremorum.*

Sint dati 2 — 4 — 8 — 16, erit 32 factus ex 2 & 16 extremis æqualis 32 facto a 4 & 8, tanquam mediis. Vt:

2 — 4 — 8 — 16
4 * 2 *
32 = 32

16 *Continuatio huius progreſſionis Geometricæ continuæ fit, ſi nomen proportionis multiplicaveris in numerum ultimum, per quem progreſſio extendenda venit.*

Ex. gr. datur progreſſio 2. 4 8, quæ continuanda eſt, cùm autem hæc progreſſio ſit dupla, idcirco ultimum multiplicabis, per 2; ſi fuiſſet tripla, multiplicaſſes per 3, & ſic deinceps.

2 — 4 — 8 — 16 — 32 — 64
2 * 2 * 2 *
16 32 64

17 *Hinc defluit Regula, qua plura paucis admodum ponderibus ponderare licet.*

Sic libræ uſq; ad 7, ponderantur hiſce tribus ponderibus huius progreſſionis; 1. 2. 4. quia termini hi tres additi conſtituunt 7. Sic libræ uſq; ad 15 appenduntur 4 ponderibus huius continuationis: 1. 2. 4. 8. cùm hi numeri quatuor additi componant quindecim.

Sic libræ uſq; ad 31 hiſce ponderibus quinque appenduntur: 1. 2. 4 8. 16. cùm hi in unam ſummam collecti conſtituant 31.

Sic libræ uſque ad 40 appenduntur ponderibus hiſce: 1. 3. 9. 27.

Sic libræ uſque ad 121 hiſce: 1. 3. 9. 27. 81. & ſic pergendo.

18 *Summa cuiuſque progreſſionis Geometricæ continuæ invenitur hoc modo: primum progreſſionis terminum ſubtrahe à ſecũdo & ultimo, deinde hoſce terminos tres colloca in regulam proportionis, & quartum proportionalem adde progreſſionis termino extremo, quæ ſumma dabit ſummam progreſſionis terminorum quæſitam.*

Vt ſit data progreſſio terminorum 5, ſc. 2 — 4 — 8 — 16 — 32, quærenda eſt horum terminorum ſumma. Ad hoc faciendum, ſubduc primum progreſſionis terminum 2 à ſecundo 4 & ultimo 32, ut reſidui ſint 2 & 30. Iam dicito 2 dant 2, quid dabit 30? ℞ 30, qui additus 32, ultimo ſc. progreſſionis termino, & ſumma erit 62, pro ſumma omnium terminorum. Vt:

2 — 4 — 8 — 16 — 32
2 — 2 —
2 — 2 — 30
2 *
60
2 ÷
30
32 ✠
62

19 *Proportio Geometrica diſcreta, ſeu diſiuncta eſt, quæ terminis & rationibus eſt diſtincta*, ſeu quando ſecundus & tertius terminus rationem à reliquis diverſam habent, vel etiam in qua non omnes termini ſunt antecedentes & conſequentes, id eſt, primus non ſe habet ad ſecundum, ſicut ſecundus ad tertium.

Vt

Vt 2. 4. 6. 12. Hic argumentatio valet, ut 2 ad 4, ſic 6 ad 12, non autem ut 2 ad 4, ſic 4 ad 6 propter proportionem disiunctam. Vt:

2 —— 4 —— 6 —— 12.

20 *Et hæc eſt vel Simplex vel Compoſita.*

21 *Proportio Geometrica diſcreta Simplex eſt, quę ex una ſimplici proportione, utpote quæ quatuor duntaxat conſtat terminis, conſtat.*

22 *Eſtque vel Directa, vel Reciproca.*

23 *Proportio Directa eſt, quando ſe habet prior terminus rationis antecedentis ad poſteriorem antecedentis, ut prior conſequentis ad poſteriorem conſequentis.*

Id eſt, quando ſe primus terminus habet ad ſecundum, prout tertius ad quartum. Vt 2. 3. 6. 9. Sic ratio 2 ad 3 eſt ſeſquialtera, & ratio 6 ad 9 itidem ſeſquialtera. 2 —— 3 —— 6 —— 9

24 *Huius proprietatem* recitavimus ſupra § 29 huius Scilicet, *ſi 4 magnitudines ſint proportionales, erit facta ex mediis æqualis factæ ab extremis.*

Vt ſint datę 4 proportionales *A*. B. C. D. erit facta BC ex mediis, ęqualis factæ AD ab extremis.

A —— *B* —— *C* —— D

C * A *

BC ═══ *AD*

Conſectarium.

25 *Hinc derivari debet Aurea illa proportionis Regula,* nonnullis dicta regula detri, de tribus quaſi terminis. *Quę datis tribus magnitudinibus quartam docet proportionalem invenire. Si videlicet tribus magnitudinibus datis, rectangulum ſub ſecunda & tertia adplicetur ad primam.*

Id eſt, ſi magnitudo facta à ſecunda & tertia fuerit diviſa per primam, quota hęc erit tribus propoſitis magnitudinibus quarta proportionalis. Vt ſint tres datę *A*. *B*. *C*. erit quarta $\frac{BC}{A}$. Vt:

A —— *B* —— *C*

B *

BC

A ÷

BC

A

Exemplum 2.

26 *Datis duobus lateribus trianguli, & eiuſdem perpendiculo, invenire diametrum circuli triangulum circumſcripti.*

Sit datum triangulum *AB*, cuius latus A. 13, *B* 15 & perpendiculum C 12, quærenda eſt diameter circuli D? Reſp. 16 $\frac{1}{4}$: Vt ſe enim habet *C* 12 ad A 13, ita ſe habet B 15 ad $\frac{AB}{C}$, hoc eſt, ad D 16 $\frac{1}{4}$. Vt:

C —— A —— B   12 —— 13 —— 15

A *   13 *

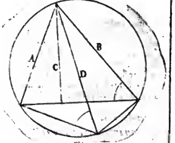
AB   45

C ÷   15

AB   195

$\frac{AB}{C}$ ═══ D   12 ÷

16 $\frac{1}{4}$

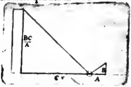


Exemplum 3.

27 *Si vertex montis aut turris incidēs in ſpeculum planum, reflectatur ad oculum, erit ut reflexio ad ſuum perpendiculum, ſic incidentia ad montis vel turris altitudinem.* *Euclides* theor. Optico 20.

Hęc Geodæſia Catoptica in primis probè notanda eſt, quæ non perfoſſis montibus, ipſorum per pen-

diculum deprehendit. Poteſt enim clivus montis, ut quelibet longitudo cognoſci: tum in duobus triangulis propter ęquales rectos & ęquales incidentiæ & reflexionis angulos ſimilibus: cùm proportionis tres termini noti ſint, quartus elicitur. Ex. gr. ſit menſuranda altitudo $\overline{BC}$, ſpeculum collocetur in horizonte plano, ut vides; accede autem ad ſpeculum, & ab eodem $\overline{A}$ recede, donec verticem altitudinis conſpicias in ipſo ſpeculo. Tum ſicut diſtantia inter te & ſpeculum, quæ eſt hic A, ad tuam ſtaturam *B*: ita C diſtantia à ſpeculo ad turrim, ad $\frac{BC}{A}$ altitudinem quæſitam. ut:



A —— *B* —— *C*

B ✱ 1

$\frac{BC}{A}$ ÷

$\frac{BC}{A}$

Hæc Altimetria quondam *Dicæarchum & Eratoſthenem*, Mathematicos excellentes admodū exercuit. Vt hoc modo altiſſimum montem *Pelion* 10. ſtadiis, id eſt, 1250 paſſibus altiorem eſſe deprehenderit: Quamvis alioquin *Cleomedes* 15. ſtadiis & montium & marium altitudinem definiverit.

Exemplum 4.

28 Hæc fuit ratio catoptrica dimetiēdi altitudinē acceſſibilē; ſequitur alia Gnomonica, quę talis eſt: *Data altitudinis menſurandæ umbra inquirere altitudinē*. Ex. gr. ſit data umbra altitudinis menſurandæ A. quę ſit G, ſit etiam data umbra bacilli *B* utpote H, quæritur altitudo *A*? Reſp. $\frac{BG}{H}$ id eſt, A. Vt ſe enim habet umbra H bacilli B, ad bacillum B erectum, ſic ſe habet umbra G altitudinis menſurandæ *A* ad $\frac{BG}{H}$ ſeu *A* altitudinem quæſitam. Vt:

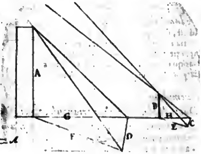
H —— *B* —— G

B ✱

BG

H ÷

$\frac{BG}{H.}$ = *A*



Exemplum 5.

Incognita altitudinis menſurandę umbra indagare altitudinem quęſitam.

29 Sit altitudo menſuranda *A* & bacillus erectus *B*, dico ut ſe habet C. diſtantia umbrarum diverſo tempore à bacillo B proiectarum ad D diſtantiā umbrarum ab altitudine *A* proiectarum, ſic ſe habebit bacillus *B* ad altitudinem *A* quæſitam. Item ut ſe habet *C* ad *B*, ſic ſe habebit D ad *A*. Vt:

C —— D —— B | *C* —— *B* —— *D*

D ✱ | B ✱

BD | *BD*

C ÷ | *C* ÷

$\frac{BD}{C}$ = A | $\frac{BD}{C}$ = *A*

Exemplum 6.

Super quamcunque baſin rectilineā datam, priſma cōſtituere ęquale priſmati dato.

30 Ex. gr. baſis priſmatis extruendi ſit *A* G ✠ *B*G ✠ CG, & baſis priſmatis dati *EE*; cuius altitudo *F*. His conceſsis dico, ut ſe habet baſis AG ✠ *B*G ✠ CG ad *EE*, ſic *F* ad $\frac{EFE}{AG + BG + CG}$, cui æqualis erit altitudo D. Vt:



AG + BG + CG —— EF —— F

$$\frac{\frac{F*}{EEF}}{AG + BG + CG \div} \qquad \frac{EEF}{AG + BG + CG} = D.$$

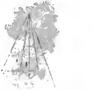
Exemplum 7.

31 *Super baſin datam rectilineam, priſma datæ pyramidi equale conſtruere.*
Baſis priſmatis ſit data AD + BD + CD, & pyramidis baſis GG, cuiuſq; altitudo F: dicito, ut AD + BD + CD baſis priſmatis, ad GG baſin pyramidis, ſic ſe etiam habet triens altitudinis $\frac{F}{3}$ ipſius pyramidis ad $\frac{GGF}{3.AD + 3.BD + 3.CD}$ cui æquatur E. Itaq; altitudine E & baſi conſtitutum priſma, quæſito ſatisfaciet. Ut:

AD + BD + CD —— GG —— $\frac{F}{3}$

$$\frac{AD + BD + CD}{1} \quad \frac{GG}{\frac{GG}{1}} \quad \frac{F}{3} \;\Big|\; \frac{GGF}{3.AD + 3.BD + 3.CD} = E.$$

AD + BD + CD





32 *Requiritur interdum, ut poſt peractam Regulam proportionum inſtituenda ſit eductio laterum, ut hæc tria exempla iſtam efflagitant.*

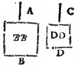
Primum.

33 *Datâ altitudine, à qua rotetur mobile in diuturnitate cognita; indagare diuturnitatem, quâ deſcendat ab alia altitudine data.*

Sit altitudo A data, per quem deſcendat grave diuturnitate cognita B, & data ſit alia altitudo C, invenienda eſt diuturnitas, qua idem grave deſcendat per C. Ad hoc faciendum, ſit BB quadratum diuturnitatis B, & fiat, ut A ad C, ita quadratum BB ad BBC, cui æquivalet DD quadratum, cuius latus B ſc. eſt diuturnitas quæſita. Quoniam A & C ſunt in duplicata ratione diuturnitatum B & D, per conſtructionem, per ipſas grauia deſcendent in diuturnitatibus B & D, quia lineæ deſcenſus gravium, dum naturali motu perpendiculariter feruntur, ſunt in duplicata ratione diuturnitatum. Vnde D eſt diuturnitas ipſius C quęſita; Quod inveniendum fuit.

A —— C —— BB

$$\frac{C * ?}{BBC} \quad \frac{A \div}{\frac{BBC}{A}} = DD \quad \frac{\;}{D.} \text{— L. D.}$$



Secundum.

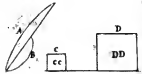
34 *Dato plano inclinato, ſuper quo per ſpatium datum graue moueatur nota diuturnitate; & dato alio ſpatio quocunque; reperire diuturnitatem, qua graue per ipſum deſcendat.*

Sit D diuturnitas alicuius gravis, quod deſcendat ſuper plano A inclinato, & dato alio ſpatio B.

 Inqui-

Inquirenda diuturnitas gravis in B. Idcirco fiat DD quadratum diuturnitatis D, & , ut *A* ad *B*, ſic quadratum DD ad DDB cui reſpondet quadratum CC, cuius latus C eſt diuturnitas ipſius B quæſita. Quoniã A $\overline{\ \ A\ \ }$ & B ſunt in duplicata ratione diuturnitatũ D & C per conſtr. per ipſa cadunt gravia diuturnitatibus D & C, ob allatam rationẽ citatã in exemplo præcedenti. Vnde C eſt diuturnitas per ſpatium *B* quæſita. Quod præſtandum erat. Vt:

A ——— *B* ——— DD
B *
DDB
A ÷
DDB
A ——— CC
——— L. C.
C



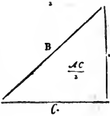
Tertium.

35 *Data trianguli rectanguli area & proportione laterum, pervenire in cognitionem omnium laterum.*

Sit datum triangulũ rectangulum *A. B. C.* cuius latera eandem inter ſe habent rationem quam hi numeri 3. 4. & 5. cuius etiam planum *AC* datum eſt 48, quæruntur latera ſingula *A. B* & C? Reſpondeo *A* erit √72, *C* √128, & *B* √200 hoc modo: inquire planum trianguli, cuius latera ſunt 3 4 & 5 (quod fit ex. gr. multiplicando A. per C, & factũ *AC* dividendo biſariam) eritq; . Conclude nunc pro latere *A*, ut 6 ad 9 videlicet quadratum lateris 3, ſic area 48, ad quadratum 72 lateris A; pro latere C, ut area 6 ad quadratum 16. lateris 4, ſic area 48 ad quadratum 128 lateris C; denique pro latere *B*, ut area 6. ad quadratum 25 lateris 5, ſic area 48 ad quadratum 200 lateris B, horum trium inventorum quadratorum latera dabunt quæſita trianguli rectanguli latera A. C. *B.* Vt:

4 C.
3 * *A.*
12. *AC*
2 ÷
6. $\frac{AC}{2}$

3
3 *
6 ——— 9. *AA* ——— 48
9 *
432
6 ÷
72 ——— L. Q.
√72
A



4
4 *
6 ——— 16 ——— 48
48 *
128
64
768
6 ÷
128 ——— L. Q.
√128
C

5
5 *
6 ——— 25 ——— 48
25 *
240
96
1200
6 ÷
200 ——— L. Q.
√200.
B.

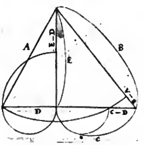
36 *Aliquando accidit, ut ante vel poſt operationem regulæ Proportionum nonnullæ inſtituendæ ſint numerationes.*

Exemplum 1.

In

37 *In triangulo acutangulo data perpendiculari cadente in baſin, differentia baſis ſegmentorum, & reliquorum laterum ſumma, invenire hęc ipſa latera.*

Sit datum triangulum acutangulum, in quo datur perpendicularis *E* 12, laterum ſumma A + *B* 28, & baſis ſegmentorum differentia C—D 4, quærantur latera *A* & *B*? Reſpondeo, *A* erit 13, & B 15. Quadretur enim C—D 4 differentia ſegmentorum, & quadratum 16 ſubducatur à quadrato 784 ſummæ laterum *A* + B 28, hoc reſiduum 768 ſtatuatur primo proportionis loco, quadratum differentiæ 16 ſecundo, & tertio quadratum 144 perpendicularis *E*, abſolutaq; operatione exurget 3, quod ſubductum à 4 quadrato facto à ſemidifferentia 2, dat 1. cuius latus 1 additum 14 ſemiſſi laterum ſummæ, dat 15 pro *B*; idem verò latus 1 ſubductum ab iiſdem 14 dabit 13 pro ipſo A. vt:



28	4	12	4	28
28 *	4 *	12 *	2 ÷	2 ÷
224	16	24	2	14 14
56		12	2 *	1 + 1 —
784		144	4	15 13
16 —			3 —	B. A.

768 — 16 — 144   1
16   —L. Q.
1
864
144
2304
768 ÷
3

Exemplum 2.

38 *In triangulo acutangulo data perpendiculari, differentia baſis ſegmentorum, & reliquorum laterum, indicare ipſa latera.*

In dato triangulo acutangulo datur (ut ſupra) perpendicularis E 12, C—D 4, & B—*A* 2, quærenda ſunt latera ſingula? Reſpondeo D erit 5, *A* 13, & B 15. ſubtrahatur enim quadratum 4 ſuper differentiam laterum *B*—*A* 2 deſcriptum à quadrato 16 ſuper differentiam laterum *C*—D 4 delineatum; ut ſe ergo habet quadratum hoc differentię 12 ad quadratum differentiæ 4 ſuper differentiam laterum B—*A* 2 deſcriptum; ſic ſe habet quadratum 144 perpendicularis *E* 12 ad 48, cui addatur quadratum 1 ex dimidia differentia 1 differentiarum C—D & *B*—*A*, videlicet 4 & 2, ex ſumma 49 educatur latus 7, ab hoc ſubducatur 2. ſemidifferentia ſegmentorum baſis *C*—D 4 & reliquus dat alterum baſis ſegmentum D 5. Cæterùm quadrato perpendicularis *E* 144 addatur DD 25 quadratum, & ex ſumma educatur latus, quod erit *A* 13, huic addatur differentia *B*—*A* 2, & ſumma 15 dabit latus *B*. ut:

4 C—D	2 B—*A*	12 E	7
4 *	2 +	12 *	2 —
16	4	24	5. *D*.
4 —		12	5 *
12 ——	4 ——	144. EE.	25. DD
		4	144 +

2 B—*A*.   576   169
2 ÷   12 ÷   —L. Q.
B—*A* 1   13. *A*.
1   48   B—*A* 2 +
2.   1 +   15. B.
1.   49
—L. Q.
Vide fig. ut ſupra.   7.

Exemplum 3.

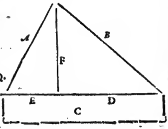
39 *Datis duobus lateribus in triangulo angulum rectum comprehendentibus, inquirere perpendicularem, hypothenuſam, eiuſq; ſegmenta.*

Sit datum triangulum A. B. C. datumq; A latus 6. & B. 8. quæruntur C, D, E & F? Reſpondeo C erit D + E 10, D erit $\frac{AA}{C}$ $3\frac{3}{5}$. E vera $\frac{BB}{C}$ $6\frac{2}{5}$ & F $\frac{AB}{C}$ $4\frac{4}{5}$. Multiplicentur enim per ſe A 6 & B 8, factiq; AA 36 & BB 64 addantur, ut ſumma ſit AA + BB 100 æquale CC ex quo extrahatur latus C 10 æquale D + E. Ad inveniendas D. E & F, dicito 1. ut C 10 ad A 6 ſic A 6. ad $\frac{AA}{C}$ $3\frac{3}{5}$ æquale D. 2. ut C 10 ad B 8, ſic B 8 ad $\frac{BB}{C}$ $6\frac{2}{5}$ æquale E 3. ut C 10 ad A 6, ſic B 8 ad $\frac{AB}{C}$ $4\frac{4}{5}$ æquale F perpendiculari. Quapropter inventa erit C ſeu D + E 10, D $3\frac{3}{5}$, E $6\frac{2}{5}$, & F $4\frac{4}{5}$ quæ erant inveniendæ. ut

A 6 B 8
A 6 * B 8 *

AA 36 BB 64
AA 36 +

AA + BB 100 = CC
L. Q.
C. 10 = D + E.



C — A — A 10 — 6 — 6
A * 6

AA 36
C ÷ 10 ÷

$\frac{AA}{C}$ = D $3\frac{3}{5}$

C — B — B 10 — 8 — 8
B * 8 *

BB 64
C ÷ 10 ÷

$\frac{BB}{C}$ = E $6\frac{2}{5}$

C — A — B 10 — 6 — 8
A * 6 *

AB 48
C ÷ 10 ÷

$\frac{AB}{C}$ = F $4\frac{4}{5}$

Exemplum 4.

40 *Dato in triangulo rectangulo catheti bifariam ſecti ſegmento, & baſi, cognoſcere parallelam Hypothenuſæ.*

41 *Sit datum triangulum rectangulum A. B. C. in quo cathetus A bifariam diviſus, eſtq;*

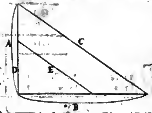
eſt q; eius ſegmentum D 4, & baſis B 10. quęritur E parallela hypothenuſæ C? Reſpondeo 41.

Due in ſe A 8 & B 10, factoſq; AA 64 & BB 100 adde, ut ſumma ſit AA + BB equale CC ſe. √ 164. Vt ſe ergo habet A 8 ad √ AA + BB ſeu √ CC 164, ſic ſe habet ſegmentum D 4 ad $\frac{DCC}{A}$ equale ipſi E 41. Vt:

A A 8 B 10
A 8 * B 10 *

AA 64 BB 100
AA + 64 +

AA + BB 164 = CC
L. Q.
√ AA + BB √ 164 = √ CC



A — √ CC — D
D *

DCC
A ÷

$\frac{DCC}{A}$ = E.

8 — √ 164 — 4
8 4 *

64 984 16
164

2624 11
64 ÷ 41.

11

Exemplum 5.

42 *Sit datum triangulum acutangulum A. B. C. in quo dantur A 13, B 15, C 14 & G 10, quam debent latera H, D, E & F? Reſpondeo H erit 5, D 12, E 8, & F 6:*

Ducantur enim ſingula latera trianguli A. B. C. in ſe, ut quadrata eorum exiſtant AA 169, BB 225, & CC 196, cui addatur quadratum AA 169, ut ſumma ſit CC + AA 365, à qua ſubducatur quadratum BB 225, & reſiduum CC + AA — BB 140 dividatur per 2, C 28, hoc eſt, per baſin C duplicatam, ut quotus ſit $\frac{CC + AA — BB}{2.C}$ 5 æqualis H. Secundo à quadrato AA 169 tollatur HH 25 quadratum ipſius H, 5, & ex reliquo AA — HH 144 E ducatur quadrati latus ſci √ AA — HH 12 equale ipſi perpendiculari D. Tertio, ut ſe habet B 15 ad D 12, ſic ſe habet G 10 ad $\frac{DG}{B}$ 8 æqualem ipſi perpendiculari parallelæ E; Vltimo, ut ſe habet B 15 ad C — H 9 ſic quoque ſe habebit G 10. ad $\frac{GC — GH}{B}$ 6 æqualem ipſi F.

A B C C
A * B * C * 2 *

AA BB. CC. 2. C
HH — AA +

AA — HH CC + AA
L. Q. BB —
√ AA — HH = D

CC + AA — BB
2. C ÷

$\frac{CC + AA — BB}{2.C}$ = H
H *

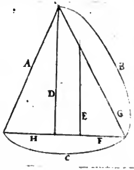
HH.

Digitized by Google

C
H——
B——D——G   B——C——H——G
D *
GD
B ÷
GD ——— E   F ——— B
C——H *
GC——GH
B ÷
G(——GH

In Numeris.

13 *A.*   15 *B.*   14 *C.*   14
13 *   15 *   14 *   2 *
39   75   56   28
13   15   14
169   225   196
25——HH   169 ✠ *AA*
144 ——L. Q.   365
12. D.   225——*BB*
140
20 ÷ 2. *C*
5. H.
5 *
25. HH.



B.   D.   G.
15———12———10
10 *
120
15 ÷
8. *E.*

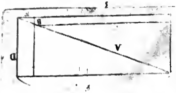
14 *C.*
B.   5——H.   *G*
15——9——10
10 *
90
15 ÷
6. *F.*

Exemplum 6.

43 *Datur parallelogrammum D. E. F. in quo A datur pedum 13, B 1 & C duplum eſt ipſius D, quæruntur reliqua? Reſpondeo D eſt 6, E $\frac{2}{5}$ & F 14 $\frac{2}{5}$.*

Quadretur enim *A* 13, & *AA* 169 quintuplicatum dat 845; quadretum etiam B 1, quod quadruplicatum dat 4, hoc ſubductum à 5. *AA* 845 relinquitur 841, cuius latus 29 unitate *B*. auctum dat 30, cuius pars quinta eſt 6 pro *D*, quod duplicatum dat 12 pro C. Porro ut ſe habet quadratum 1 ipſius *B* ad 2 $\frac{2}{5}$ pro *E*, cui addita C 12, proveniet 14 $\frac{2}{5}$ pro *F*. *Ut*:

13 *A.*   1. B.
13 *   1 *
39   1
13   4 *
169 *AA*   4. 4*BB*
5 *



845

845
4 —
841 — L. Q.
29
1 ✠
30
5 ÷
6. D

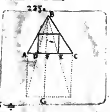
6. D
6. ✠
5 ——— 12 ——— 1. BB
1 ✠
12
5 ÷
$2\ \frac{2}{5}$ E.
12 ✠ 5
$14\ \frac{2}{5}$ F.

Exemplum 7.

44 *Datis tribus lateribus trianguli, indagare latus, quod ei inſcribi poteſt, maximi quadrati*

Sit datum triangulum A. B. C, cuius latus AB valet 13, BC 15 & AC 14, quæritur latus quadrati ei inſcripti DE? Reſp. $6\ \frac{6}{13}$. Quadrato enim 196 ſuper AC 14 deſcripto addatur 169 quadratum lateris AB 13, & à ſumma quadratorum 365 aufferatur quadratum 225 lateris BC 15, reſiduumque 140 dividatur per 28, utpote ſummam laterum AB ✠ BC, huius quoti AF 5 quadratum 25 ſubductum à quadrato 169, & ex reſiduo 144 extractum latus, erit 12. pro BF. Conclude nunc, ut BG 26, ſumma ſc. ex BF 12 & AC 14, ad AC (cui æquatur G) 14; ita BF 12 ad DE. $6\ \frac{6}{13}$ latus quadrati quæſitum. Vt:

14. AC — 13 AB. — 15 BC.
14 ✱ — 13 ✱ — 15 ✱
56 — 39 — 75
14 — 13 — 15
196 — 169 — 225.
169 ✠
365 — 25
225 — — 13 ✠
140 — 28
28 ÷
5. AF. — 169
5 ✱ — 25 —
25 — 144 — L. Q.
12. BF
FG. 14 ✠
26 —— 14 —— 12. B. F.
BG. — G.
14
48
12
168



168
26 ÷
$6\ \frac{6}{13}$ DE.

Exemplum 8.

45 *Datis tribus trianguli acutanguli lateribus indagare baſeos ſegmenta à perpendiculo abſciſſa.*

Sit datũ triangulũ A. B. C. D, datũ latus A 13 B 15 & C — D 14, quæruntur baſis ſegmenta C & D? Reſpondeo C 5, & D 9. Vt ſe enim habet C — D 14 ad A — C — D 28, ita ſe habet

B — A

B——A 2 ad 4, quæ ſubducta à latere C ✣ D 14 relinquunt 10, cuius ſemiſſis 5 eſt ſegmentum *C*. Prǽterea 4 addantur lateri C + D 14, & ſummæ 18 capiatur dimidium 9 pro altero ſegmento *D*. ut:

A. 13 — 15 *B*
C ✣ D. 14 + — 13 —

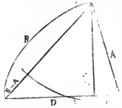
C ✣ *D*. 14 —— 28 —— 2 *B*——*A*.
2 *

56. 2. A + 2. *C* + 2. *B*.
14 ÷

4 — 14
14 ✣ — 4 —

18 — 10
2 ÷ — 2 ÷

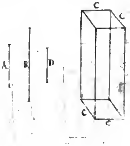
9. D. — 5. C.



Exemplum 9.

46 *Figuram Solidam augere vel minuerè in proportione data.*

Ex. gr. ſit parallelepipedum oblongum augendum in proportione data *A* ad *B*. Accepto latere C. ipſius hedræ inferioris, inveſtigabis quartam proportionalem *D* inter *A*. *B*. & C. dicendo, ut *A* ad *B*, ſic cubus *CCC* qui ipſius lateris C ad DDD cubum rectæ lineæ *D*, tanquam homologum termino *C* ſolidum conſtitutum, ſimile dato, erit quæſitum. ut:



C
C *

CC
C *

A——B——CCC
B *

BCCC
A ÷

BCCC
————— DDD.
A
————— L. D.
BCCC
————— D.
A

47 *Proportio Geometrica Reciproca eſt, quando ſe habet prior terminus rationis antecedentis, ad priorem conſequentis, ut poſterior conſequentis ad poſteriorem antecedentis.*

Id eſt, quando ſe terminus primus habet ad tertium, ut quartus ad ſecundum. Idcirco quanto ſecundus major fuerit primo, tanto quartus minor exiſtit tertio. Vt in hiſce numeris videre eſt: *6* 8. 4. 2. quæ ratio in hiſce eſt primi *6* ad tertiū 4, nempe ſeſquialtera, eadem ratio eſt quarti 12 ad ſecundum 8. ut:

6——8——4——2.

Ad hanc propoetionem teciprocam pertinet hoc theorema ſtaticum nobiliſſimum ſc:

48 *Quæ æquiponderant, habent ſe reciproce, ut diſtantia ab hypomochlio ad diſtantiam, ſic pondus ad pondus.*

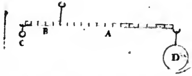
Eſt converſio propoſitionis *Archimedea* 6 & 7 de æquiponderantibus, cuius demonſtrationem vide apud *Archimedem* l. c. *Marium Bettinum* *A*piar. 4. progymn. 2. ſuppoſ. 2, & propoſitionis 3. lemmate, *Paulum Guldinum* diſſert. de motu terræ, elem. 9. demonſtrantem eandem ex *Luca Valerio* de centro gravitatis ſolidorum. Ex hac ſequuntur hæc duo: 1. *ignotam in pō*

de-

deroſo gravitatis quantitatem per æquiponderantiam æqualiter granium in diſtantiis æqualibus inquirere. 2. *Ignotam in ponderoſo gravitatis quantitatem per æquiponderantiam inæqualium ponderum ex inæqualibus diſtantiis indagare:* quorum illud habet locum in libra, hoc verò in ſtatera.

Exemplum.

Sit ſtateræ vectis *A* + *B* diviſus in varias inæquales partes. & ſuſpenſus ex diviſione inæquali, ſit etiam datum ponderoſum *D* appenſum ex radio *A*, cuius gravitas eſt ignota. Aequipondium etiam ſit datum *C*, quod moveatur per radium B, donec æquiponderet cum dato gravi D. Ex. gr. Quæratur quantitas 6. librarum in gravitate propoſiti ponderoſi. Aequipondium *C* ſtatuatur ad diviſionem 6. librarum, & ex *A* radio appendatur ponderis inveniendi quantitas, quæ efficiat æquilibrium ipſius D ad C; dico tunc gravitatis in ponderoſo D quãtitatem eſſe 6 librarum. Nam quia C & D æquiponderant, erit per prop. cit. ut diſtantia *B* ad *A* diſtantiam, ita pondus *D.* ad pondus C, ſed *B* ſexies major poſita eſt, quam *A*, ergo & gravitas D ſexies major erit quàm C gravitas, quæ unius libræ eſſe ſtatuitur, ſex ergo librarum eſt appenſum grave D. Præterea in eadem ſtatera non tantum quæri poteſt ignota quantitas gravitatis in ponderoſo D, ſed etiam cognoſcitur æquipondium C, quantæ ſit gravitatis. Eam enim ſemper habet rationem ipſum *C* ad D, quàm diſtantia *A* ad diſtantiam *B*. Scitur autem quotas ipſius *B* habeat particulas *A*, tot etiam habebit ipſum *C*. Quapropter ſit datum æquipondium C librarum 10, erit grave ſuſpenſum D librarum 30. Dic enim, ut ſe habent ex. gr. 8 partes ipſius *A*, ad 24 partes ipſius *B* ſic ſe habebit ipſum pondus C 10. librarum, ad pondus quæſitum D librarum 30. ut



A 8 —— *B.* 24 —— C 10

10 *

———

240

8 ÷

———

lib. 30 pro D.

Exemplum aliud proportionis reciprocæ.

12. Ruſtici abſolvunt opus ſpatio 7 ſeptimanarum: quot requiruntur ruſtici, qui abſolvãt illud ipſum opus ſpatio 3. ſeptimanarum? ℞ 28. diſpoſitio eſt ejuſmodi:

S. 7 —— R. 12 —— S. 3 —— R. 28.

49 Procede ergo iuxta *Regulam ejus, quæ talis eſt: Primum terminum multiplica per ſecundum, & factum divide per tertium, quotusq; conſtituet quartum proportionalem.*

7 —— 12 —— 3 —— 28

Vt in priori exemplo.

7 *

———

84

3 ÷

———

28

50 *Vtraq; hæc proportio tàm directa quàm reciproca interdum commutatur, idque vel alternè, vel converſe, vel inverſe.*

51 *Alternè, quando datorum mediorum terminorum ſecundus ſuccedit in locum tertii, & tertius in locum ſecundi.*

Quia enim eſt, ut *A* ad B, ſic C ad D; erit permutando, ut *A* ad C, ita B ad D. *In Numeris*, ſi ſit ex. gr. in proportione directa, ut 4 ad 6, ſic 10 ad 15, erit alternando, ut 4 ad 10, ſic 6 ad 15. In reciproca, ut 6 ad 4, ita 12 ad 8; erit alternando, ut 6 ad 12, ita 4 ad 8.

52 *Converſè, quando primi duo termini ordine ſuccedunt in locum duorum ultimorum; & contra, ſi duo ultimi in locum duorum primorum.*

Vt ſit *A* ad *B*, ita *C* ad D, erit convertendo, ut C ad *D*, ita *A* ad B. *In numeris*, ut in proportione directa, ut 4 ad 6, ſic 10 ad 15, erit convertendo ut 10 ad 15, ita 4 ad 6. Et in reciproca, ut 6 ad 4, ſic 12 ad 8, erit convertendo, ut 12 ad 8, ſic 6 ad 4.

53 *In verſè, quando ultimus propoſitorum ſit primus, & ita ordine inverſo ex primo ultimus.*

Vt A ad *B*, ſic C ad *D*, erit terminus invertendo, ut D ad C, ſic B ad *A*. *Itidem in numeris*. Vt in directa proportione 4 ad 6, ſic 10 ad 15, erit invertendo, ut 15 ad 10, ſic 6 ad 4. Et reciprocè, ut 6 ad 4, ſic 12 ad 8. Inverſio erit, ſi fiat, ut 8 ad 12, ſic 4 ad 6.

54 *De hiſce commutationibus tale eſt axioma: Si quator magnitudines ſint directè proportionales, erunt etiam alternè, converſè & inverſè proportionales.*

Vt, ſint quatuor magnitudines datæ: *A. B. C. D* erunt hæ etiam proportionales alternè, ut A ad C, ita B ad D; & converſè, ut C ad D, ita *A* ad *B*; & inverſè, ut D ad C, ita *B* ad *A*. Item proportionales erunt, ſi inverſa & converſa alterentur, ut C ad *A*, ſic D ad B, & ut D ad *B*, ſic C ad *A*. *Idipſum etiam in numeris videre licet*: Ex. gr. in hiſce: ut 5 ad 10, ſic 8 ad 16. Erit alternè, ut 5 ad 8, ſic 10 ad 16. Et converſè, ut 8 ad 16, ſic 5 ad 10. Et inverſè, ut 16 ad 8, ſic 10 ad 5. Itē ſi inverſa & converſa, ut ſuperius, alterentur, erit, ut 8 ad 5, ſic 16 ad 10. Item ut 16 ad 10, ſic 8 ad 5.

55 *Proportio Compoſita eſt, quæ conſtat ex pluribus proportionibus, ideoq; compoſita eſſe dicitur ex ſimplici. Eſtque triplex: Regula Societatis, Dupli, & Alligationis.*

MEMBRVM II.

DE

Numerorum Proportione Secundaria.

CAPVT I.

DE

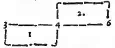
Terminorum Harmonicè proportionalium proprietatibus:

56 **P***roportio Secundaria eſt, quę ortum ſuum trahit ex primaria:* diciturq; *Harmonica.*

Eſtque vel Harmonica, vel Contraharmonica, &c.

57 *Harmonica,* alias dicta Muſica, *coaleſcit ex proportione Arithmetica & Geometrica, ita ut poſitis tribus terminis, ſicut maximus terminus comparatur ad minimum, ſic differentia medii & maximi ad differentiam medii & minimi: ut:*

Sint dati tres termini Muſicè proportionales 3. 4. & 6. ut ſe enim habet primus terminus 3 ad ultimum 6, ſic ſe habet differentia 1. primorum 3 & 4, ad differentiam 2 poſtremorũ 4. & 6. utrobiq; eſt ratio dupla.



58 *Harmonica ſeu Muſica coaleſcit ex proportione Arithmetica, & Geometrica, ita ut poſitis tribus terminis, ſicut maximus terminus comparatur ad minimum, ſic differentia medii & maximi ad differentiam medii & minimi.*

Ex. gr. ſint dati tres termini proportioni Muſicæ, 3. 4. & 6. Dico, ut ſe habet primus terminus 3 minimus, ad 6 ultimum & maximum, ſic ſe habere 1. differentiam medii & minimi ſc. 3. & 4, ad 2 differentiam medii & maximi, 4 & 6, Vtrobique enim eadem eſt ratio, & quidem dupla. Vt

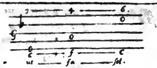


59 *Dicitur hæc proportio Harmonica, quia ejus termini gaudent iis rationibus, quibus conſonantię Muſicæ innituntur.*

Ex. gr. in priori exēplo, inter 6 & 4 eſt ratio ſeſquialtera, quæ conſonantiam διαπέντε ſeu quintam

ım formar, ut hic G & C, vel ſol ut : præterea inter 4 & 3 eſt ratio ſeſquitertia, quæ conſonantiam διὰ τεσσάρων, ſeu quartam conſtituit, ut hic C & Γ, vel fa ut : denique inter 6 & 3 eſt ratio dupla, quæ dat conſonantiam διὰ πασῶν

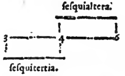
60 ſeu octavam, ut hic G & Γ, vel ſol ut. ut:



Horum terminorum Harmonicè proportionalium conſiderabimus proprietates & inventiones.

61 *Proprietates* horum ſunt hæ ſequentes:

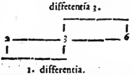
62 *In tribus numeris proportionis Harmonicæ major eſt ratio maximi ad medium, quam medii ad minimum.*

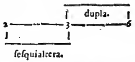


Vt in præcedenti exemplo 3. 4. 6. maior eſt ratio maximi ad medium, quia ratio 4 ad 6 eſt ſeſquialtera, quàm medii ad minimum, ſc. 4 ad 3, quæ eſt ſeſquitertia. *Vt:*

63 *In Harmonica proportione termini neq; differentias, neque rationes æquales habent.*

Vt in hoc exemplo 2. 3 & 6, in quo differentia 1. priorum 2 & 3, non æquatur differentiæ 3 poſteriorum 3 & 6, ut patet; neque etiam ratio 2 ad 3 ſeſquialtera æqualis eſt rationi 3 ad 6 duplę. Vt:

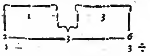




64 *Harmonica proportio decreſcit in infinitum, ſed in infinitum augeri nequit.*

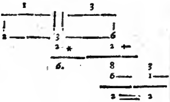
Si videlicet ita continuanda ſit, ut quilibet tres termini habeant proportionem Harmonicam. Id eſt, ut primus, ſecundus, & tertius; item ſecundus, tertius, & quartus; item tertius, quartus & quintus, & ſic deinceps ſint proportionales. Alias enim extendi poſſet in infinitum ſecundum utramq; ejus partem.

65 *In tribus terminis Harmonicę proportionis, medius eadem parte, vel partibus minoris minorem ſuperat, qua parte, vel partibus majoris à maiore ſuperatur.*



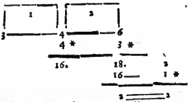
Ex. gr. ſint dati tres termini harmonicè proportionales, 2. 3 6. dico medium 3 ſuperare minorem 2 unitate, quę eſt $\frac{1}{2}$ eiuſdem minoris 2, ſuperaturque idem medius 3 à majore 6 ternario, qui itidem eſt $\frac{1}{2}$ eiuſdem termini maioris 6.

66 *In tribus terminis proportionis Harmonicæ, aggregatum extremorum excedit medium duplicatum numero, quo differentia majorum differentiam minorum ſuperat.*



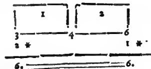
Ex. ſint dati 2. 3. 6. dico aggregatum 8 extremorum 2 & 6, excedere medium 3 duplicatum ſc. 6, numero 2, quo ſc. differentia 3 maiorum 3 & 6 ſuperat differentiam 1 minorum 2. & 3. *Vt.*

67 *Intribus terminis proportionis Harmonicę, factus extremorum ſuperat quadratum medii numero, qui fit ex differentia majorum in differentiam minorum.*



Ex. gr. ſint dati tres ſequentes: 3. 4. 6. dico factum 18 extremorum 3 & 6 ſuperare quadratum 16 medii 4, numero 2, videlicet producto 2 ex differentia 1. minorum 3 & 4. in differentiam 2. maiorum 4 & 6. Vt:

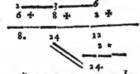
68 *Datis tribus terminis proportionis Harmonicæ, factus ex differentia priorum in tertium, æquatur facto ex differentia poſteriorum in primum.*



Ex. gr. ſint dati 3. 4. 6. dico factum 6 ex differentia 1. priorum 3 & 4 in tertium 6, æqualem eſſe facto 6 ex differentia 2 poſteriorum 4 & 6, in primum 3. Vt:

Idem conſtat in pluribus terminis, ſi terni ac terni ſumantur cum ſuis differentiis.

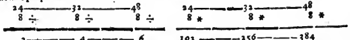
69 *In tribus terminis proportionis Harmonicæ factus ex aggregato extremorum & medio æquatur facti ab extremis duplo.*



Ex. gr. ſint dati tres numeri Muſicè proportionales 2. 3. 6. dico factum 24 ex 8 aggregato extremorum 2 & 6 & medio 3, æquari 12 facti ab extremis 6 & 2, duplo, ſc. 24. Vt:

70 *In proportione Harmonica, ſi ſinguli termini per aliquem numerum eundem multiplicentur aut dividantur, erũt etiam facti & quoti harmonicè proportionales.*

Ex. gr. ſint dati tres termini 24. 32. 48. Harmonicè proportionales, qui omnes & ſinguli ſi per octonarium multiplicentur & dividantur, erunt facti 192. 256. 384. ſicuti & quoti 3. 4. 6. harmonicè proportionales. Vt:



Qui numeri 3. 4. 6. & 192. 256. 384 retinent eandem ſpecie proportionem, quam 24. 32. 48 numeri ſcilicet multiplicati & diviſi.

71 *Datis quotcunque numeris harmonicè proportionalibus, erunt in eadem proportione harmonica conſtituti numeri, qui in locis tam imparibus, quàm paribus, atq; etiam partim in imparibus, partim in paribus alternis collocantur, dummodo æqualis numerorum multitudo inter quoſvis impares, & pares, vel partim inter impares, partim pares alternis interiiciantur.*

Ex: gr. quales hic in progreſſione Harmonica data, videlicet 252. 280. 315. 360 420. 504. 630. 840. 1260. 2520, ſunt primus 252, tertius 315, quintus 420, ſeptimus 630, & nonus 1260. Itẽ ſecundus 280, quartus 360, ſextus 504, octavus 840, & decimus 2520. Item primus 252, quartus 360, ſeptimus 630 & decimus 2520. Item ſecundus 280, quintus 420, & octavus 840. Inſuper primus 252, quintus 420, & nouus 1260. Vt:

252	280	315	360	420	504	630	840	1260	2520
252		315		420		630		1260	
	280		360		504		840		2520
252			360			630			2520
	280			420			840		
252				420				1260	

Con-

Continuantur autem plures numeri in proportione Harmonica, quando tres primi ſunt harmonicè proportionales, item tres primum inſequentes, relicto primo; & ſic deinceps omiſsis primis duobus, alii tres, qui ſequuntur; ut & prӕterlapſis tribus ſubſequentes tres, & ita deinceps pergendo, ut dicetur paulo infra, 5.

CAPVT II.

DE

Terminorum Harmonicè proportionalium inventionibus.

1 ET hӕ ſunt potiſſimum proprietates terminorum Harmonicè proportionalium; ſequuntur eorundem inventiones, quӕ hiſce docentur:

2 *Termini proportionis Harmonicӕ inveniuntur tam ex proportione Geometrica, quàm Arithmetica.*

3 Ex Geometrica proportione inveniuntur ſic: *Summa ex primo termino proportionis Harmonicę bis, & ſecundo ter, & tertio ſemel ſumpto erit primus; Eadem ex ſecundo bis, & tertio ſemel erit ſecundus; Eadem etiam ſumma ex ſecundo & tertio erit tertius terminus proportionis Harmonicӕ quӕſita.*

Ex. gr. ſit data proportio Geometrica 4. 6. 9. ex qua elicienda ſit harmonica. Summa collecta 35 ex primo termino 4 bis id eſt, 8, & ex ſecundo 6 ter, id eſt, 18, & ex tertio 9 ſemel erit primus terminus proportionis Harmonicę. Deinde ſumma 21 ex ſecundo 6 bis, hoc eſt, 12, & tertio 9. ſemel, erit ſecundus. Tandem ſumma 15 ex ſecundo 6. & tertio 9. erit tertius proportionis Harmonicӕ terminus quӕſitus. Vt:

4 — 6 — 9	4 — 6 — 9	4 — 6 — 9
4 ✠ 6	6 ←	9 ←
6 ←	12	15
8	9 ←	
18	21	
9		
8 ✠		
35		

Ita inventi erunt ex proportione Geometrica 4. 6. 9. hi tres termini proportionis Harmonicę Videlicet 35. 21. & 15.

Ex Arithmetica proportione inveniuntur iidem termini hoc modo.

4 *Duc primum proportionis Arithmeticӕ in ſecundum & tertium, & ſecundum itidem tertium: ita factus à prioribus Arithmeticę dabit primum harmonicę; factus autem ab extremis, ſecundum, & factus à poſterioribus, tertium.*

Ex. gr. ſint dati tres termini arithmeticè proportionales: 12. 18. 24. ex quibus tres harmonicè proportionales eliciuntur hac ratione: ducatur primus 11 in ſecundum, 18, factusq; 216 erit primus harmonicè proportionalis, ſecundò factus à primo 12 & ultimo 24, hoc eſt, 288, ſecundus; tertiò factus 432 à ſecundo 18, & tertio 24, erit tertius. Ita tres termini in proportione harmonica inventi erunt, ſc. 216. 288. 432. Vt autem hӕc proportio harmonica in minimis terminis conſtet, divide omnes & ſingulos terminos per eorum cōmunem diviſionem maximum, qui eſt 72, & invenies 3. 4. 6. Vt:

12 —	18 —	24	
18 *	24 *	12 *	
96	72	48	
12	36	24	
216	432	288	hoc eſt.
216 —	288 —	432	
72 ÷	72 ÷	72 ÷	
3 —	4 —	6	
1.		2.	

Vi-

Viciſſim.

5 Ex harmonica proportione elicitur Arithmetica hac ratione : *Multiplica primum terminum harmonicum in ſecundum & tertium, ſecundum etiam in tertium, & facti erunt tres termini harmonicè proportionales.*

Ex. gr. ſint dati tres harmonicè proportionales ſupra inventi 3. 4. 6. Ex quibus factus 12 à prioribus 3 & 4. eſt primus Arithmeticus; factus autem 18 ab extremis 3 & 6, ſecundus; factus denique 24 à poſterioribus 4 & 6, tertius. Et inventi ſunt tres Arithmetici 12. 18. 24, ex tribus Harmonicis, 3. 4. 6. quod faciendum erat. Vt:

3 —— 4 —— 6
4 * 6 * 3 *
12. 24 18. hoc eſt
12 —— 18 —— 24.
6 ÷ 6 ÷ 6 ÷ ſeu.
2 —— 3 —— 4.

Conſectarium.

6 Ex hiſce ſequitur, *Harmonicæ proportionalitatis extremos terminos, ſicuti & differentias eandem habere proportionem, quam extremi Arithmeticæ, ex qua orta eſt :*

Ratio eſt, quia extremi Arithmeticæ in medium ducti, genuerunt extremos proportionis Harmonicæ. Ex hoc conſectario duo fluunt alia; quorum

Primum.

7 *Si ſumpſeris duos numeros rationem datam habentes, & inter eos medium Arithmetica collocaveris, & denique ex his tribus terminis indagaveris tres proportionis Harmonicæ, habebũt huius extremi, atq; adeo differẽtię rationẽ datã.*

Ex. gr. quæruntur tres termini harmonicè proportionales, quorum extremi habeant rationem ſeſquialteram, ad hoſce inquirendos, ſumes 2 & 3, ſc. inter quos ea ratio repetitur: ſed quia eorum ſumma 5 impar eſt, non poterit inter eos poni integer medius proportionis Arithmeticæ, quapropter multiplicabis utrumq; numerum per numerum aliquẽ parem, v. gr. per binariũ, ita inter factos 4 & 6 erit medius proportionalis Arithmeticę, videlicet 5, ut ex ſemiſſe eorundem aggregato conſtat. Ex his igitur tribus 4. 5. 6. Arithmeticè proportionalibus dimanabunt hi tres harmonicè proportionales 20. 24. 30, quorum extremi 20 & 30, ſicuti & differentię 4. 6 ſeu 2. 3 oblatam habeãt rationem ſeſquialteram. Vt:

2 —— 3
2 * 2 *
4 —— 5 —— 6
4 +
10
2 ÷
5.

4 —— 5 —— 6
5 * 6 * 4 *
20 30 24 id eſt.
20 —— 24 —— 30
4 6 ſeu 2 3
2. ad 3.

Secundum.

8 *Duo termini trium numerorum proportionis Harmonicæ duobus Arithmeticę, ex qua orti ſunt, converſo ordine ſunt proportionales.*

Id eſt, in terminis harmonicis ita ſe habet ſecundus ad primum, ut in Arithmeticis ſe tertius habet ad ſecundum. Præterea in illa ita ſe habet tertius ad ſecundum, ut in hac ſecundus ad primum. Ex. gr. ſint dati tres harmonici 20. 24. 30. & tres Arithmetici 4. 5. 6. dico, ut ſe haber 24 ad 20, ita ſe habere 6 ad 5. item, ut ſe habet 30 ad 24, ita quoque 5. ad 4. quod declarandum erar. Vt:

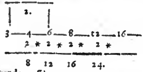
20 —— 24 —— 30
4 —— 5 —— 6
Dico
ut 24 —— 20 —— 6 —— 5.
item
ut 30 —— 24 —— 5 —— 4.

9 Proportio Harmonica ultra tres terminos continuatur, ſive ad majores numeros progrediendo, ſive ad minores regrediendo, ſi primi tres numeri ſint proportionales harmonicè, & ultimo adjungantur duo alii cum eo formantes eandem proportionem harmonicam. & ita deinceps.

Si

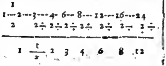
10 *Si verſus majores numeros progredi velis, multiplicabis poſteriores duos numeros in denominatorem proportionis, quam tertius habet ad primum.*

Ex. gr. ſint dati tres 3. 4. 6. harmonicè proportionales, qui ſunt extendendi. Multiplica ergo per denominatorem 2, rationis primi 3, ad tertium 6, eruntq; facti 8 & 12. ita proportionis harmonicæ continuatæ quinque hi inventi erunt termini, ſc. 3. 4. 6. 8. 12. quos extremos inventos 8. 12. denuo multiplica per eundem denominatorem 2, ut proportio harmonica exiſtat in hiſce ſeptē terminis: 3. 4. 6 8. 12. Atq; ita deinceps pergendo. Ut:



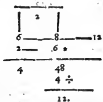
11 *Si verſus minores terminos regredi places, divides priores duos numeros in denominatorem proportionis, quam tertius habet ad primum.*

Ex gr. ſint dati tres numeri harmonicè proportionales 12. 16. 24, qui verſus minores terminos extendendi ſunt. Ad hoc faciendum, per denominatorem 2 rationis primi 12 ad ultimum 24 divide terminos minores datos 12 & 16, factiq; erunt quinque termini harmonici 6. 8. 12. 16. 24. divide etiam hoſce ultimos 6 & 8 per eundem 2, factoſque 3 & 4 rurſum per 2, & inventi erunt hi novem harmonici: 1 1/2. 2. 3. 4. 6. 8. 12. 16 24. Ut:



12 *Si factum ab utroque dato per reliquum utriuſque differentiæ à minore diviſeris, habebis tertiū in proportione harmonica utroq; maiorem.*

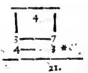
Ex. gr. ſint dati 6 & 8, quibus inveniendus ſit tertius harmonicus utroque dato maior. Subtrahe 2 differentiam amborum 6 & 8 à primo 6, & factum 48 e datis 6 & 8 divide per eundem reliquum 4, & emerget 12 tertius terminus quæſitus. Ut:



13 *Quod ſi aliquando accidat, ut diviſor inventus ſit 0; vel, ut amborum differentia ex minori termino ſubduci non poſſit, impoſſibile erit, datis duobus conſtitui poſſe tertium in proportione harmonica utroq; dato majorem.*

Ex. gr. ſint dati 3 & 6. ſubtrahatur datorum 3 & 6 differentia 3 à termino minori 3, & à datis 3 & 6 factus 18 dividatur per reliquum 0, quod fieri nequit. Impoſſibilis ergo quæſtio. Ut etiam conſtat ex datis 3 & 7. Ut:





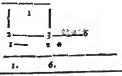
Corollarium 1.

14 *Ita datis illis numeris, qui habent rationem duplam, aut eadem majorem, non poteſt adjungi tertius proportionalis;* Ratio eſt, quia datorum differentia ſemper minori dato æquatur, aut eundem excedit. Quapropter, ut duobus datis tertius conſtitui poſſit harmonicè proportionalis major, requiritur, ut illorum proportio ſit vel ſuperparticularis vel ſuperpartiens, dupla ſe minor. Et hæc cauſa eſt, quare proportio Harmonica verſus majores terminos in infinitum continuari nequeat, ſi nimirum ita continuatio inſtituenda ſit, ut diximus §. ſuperiori.

Corollarium 2.

15 *Minor terminus, differentiam datorum ſola unitate excedens, multiplicatus per alterum majorem dat tertium quæſitum:*

Ratio eſt quia unitas nec multiplicat, nec dividit. Ex. gr. Sint dati 2 & 3, quorum differentia ſit 1, dico factum 6 datis 2 & 3 eſſe illis tertium proportionalem quæſitum: Nam unitas reſidua ex ſubductione

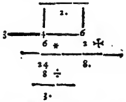


am-

amborum differentiæ à primo minore termino multiplicationem datorum non alterat. Quod hoc nnico exemplo cunliat. Vt:

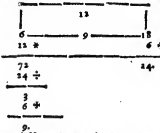
16 *Si factum ab utroque dato per ſummam ex datorum differentia, & maiore dato collectam diviſeris, habebis tertium in proportione Harmonica utroque dato minorem.*

Ex. gr. ſint dati 4 & 6, quorum differentia 2 addita maiori termino 6, dividat 24 factum à datis 4 & 6. Dico quotientem 3 eſſe tertium harmonicè proportionalem utroque dato minorem. Atque hac ratione in infinitum decreſcet continuè quævis proportio harmonica data, ut diximus §. ſuperiori 66. Vt:



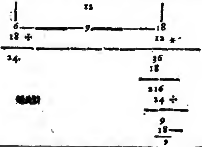
17 *Si factum à datorum differentia & minore diviſeris per datorum ſummam, quotoq; minorem addideris, conſtitues duobus extremis datis medium proportionalem Harmonicum.*

Ex. gr. ſint dati extremi 6 & 18, inter quos medius ſit collocandus. Duc minorem 6 in datorum 6 & 18 differentiam 12, factumque 72 divide per 24 datorum 6 & 18 ſummam, quotoque 3 adde minorem 6, & inventus erit 9, medius videlicet harmonicus inter datos 6 & 18. Vt:



Vel *eandem datorum differentiam multiplica per maiorem, factumque divide per datorum ſummam, & quotum à maiore ſubtrahe.*

Ex gr. ſint dati iidē, qui ſupra, 6 & 18, inter quos medius harmonicè proportionalis ſtatuendus ſit. Ad hoc faciendum, multiplica ultimum per an botum differentiam 12, factumq; 216 divide per ſummam 24, extremorum 6 & 18. & quotum 9 ſubtrahe ab extremo maiori 18. Ita reſiduum 9 erit medius terminus harmonicè proportionalis inter extremos datos 6 & 18, qui quærebatur.



Quapropter.

Si datorum duorum aggregatum non metiatur factum ex eorundem differentia in minorem eorum, vel in maiorem, medius quæſitus erit integer cum fractione.

19 Numerum quemcunque datum in quotvis partes harmonicas divides hoc modo: *ſume tot numeros harmonicè proportionales, in quot partes datus numerus dividendus eſt, per horum aggregatum divide factos à numero dato & numeris acceptis, ſic quoti erunt partes quæſitæ, & aſſumptis numeris eodem ordine proportionales.*

Vt ſit datus numerus 130 dividendus in tres partes harmonicæ proportionalitatis. ſume pro lubitu ex. gr. hos tres numeros 6. 8. 12 harmonicè proportionales, & per horum aggregatū 26 divide 780. 1040. 1560 factos ſc. à dato numero ſecando 130, & numeris acceptis *6. 8. 12*, eruntque quoti 30. 40. 60. partes quæſitæ. Examinabis ita: adde 30. 40. 60. & ſumma erit numerus datus ſecandus. Vt:

130	130	130	6 —— 8 —— 12
6 *	8 *	12 *	8
780	1040	260	6 +
26 ÷	26 ÷	13	26.
30	40	1560	
40		26 ÷	
60 +		60.	
130			

Et hæc etiam breviſſime de *Proportione* Harmonica dicta ſint, quam ſicco (ut aiunt) pede preterire non potui, cùm non exiguum auxilium ſuppeditent Analyſtæ in enodandis ænigmatibus Arithmeticis in primis & Geometricis. Ex. gr. ſit data area parallelogrammi, cuius latera, longitudo videlicet & latitudo conſiſtunt in proportione harmonica, quæruntur ſingula latera? Item ſit data in triangulo acutangulo ſuperficies, cuius latera habeant inter ſe proportionem harmonicam, inquirenda ſint ſingula latera? Hæc & ſimilia problemata (quorum infinitus dari poteſt numerus) propoſita Analyſta explicare nequit, ſi hæc, quę breuiter de Harmonica proportione diſſeruimus, ipſum latuerint. Et tantum in univerſum de Magnitudinum Numeratione Synthetica, quam excipit Analytica.

Finis Libri Primi.

Digitized by Google

ALGEBRÆ NOVÆ
LIBER II.
De
ALGEBRA ANALYTICA
CAPUT I.
De
Algebra Analytica Regula, eiuſq; Diviſione.

1 HActenus egimus de Algebra Synthetica, in qua ad numerationem certæ magnitudines dabantur, ut ignota inveſtigaretur; *ſequitur Analytica, in qua ex non datis ad quæſitũ deveniтur* per Analyſin videl. quæ non ſecus ac in Arithmeticis Regula Poſitionũ, alias dicta Regula Falſi, quę falſa principia aſſumit, ut vera ex illis falſis eliciat.

2 *In hac Analyſi conſiderabimus eius Regulam, & aliquot eius ænigmata.*

3 *Regula huius Analyſeos univerſalis hæc eſt:*

Quotieſcunq; aliqua quæſtio enucleanda proponitur: ante omnia diligenter deſpiciendum, an tot ſint data, quot quęſita: Quandoquidem inter plura quæſita, non plura, quàm unum ſimul & ſemel inquiri poteſt. Quapropter, ſi plura indagantur quàm unum, omnia ſub unam notionem redigenda ſunt. Si plura quęſita, quàm data fuerint, aliquid pro dato, quod datum non eſt, aſſumendum: ac exiſtimandum, factum eſſe, quod imperatur: Optimaque inſtituta ratiocinatione pro magnitudine invenienda ponenda magnitudo quæcunque, ex. gr. magnitudo A, vel alia aliqua vocalis aut conſona. Cum eaq; procedendum iuxta quęſtionis propoſitæ tenorem, non ſecus, ac ſi illa foret magnitudo quęſita; pro magnitudinibus autem datis ſubſtituendæ ſunt literę prioribus aliquanto majores, minoreſve, quo facilius magnitudines datæ à quæſitis diſtingui queant. Tum, ſi de

 lon-

longitudine quæſtio ſit, & ſub involucris eorum, quę proponuntur, æquatio deliteſcat, quæſita longitudo, latus; ſi de planitie, planum, & ſi de ſoliditate queſtio, ſolidum aut cubus erit. Deinde cū magnitudine tam data, quàm quęſita iuxta problematis ſententiam ita progrediendum, addendo ſc. ſubtrahendo, multiplicando, & dividendo: ut tādem aliquando aliquid magnitudini, de qua quæſtio, vel ſuę poteſtati, ad quam adſcendit, ęquale inveniatur. Hęc æquatio inventa, ſi opus ſit, reducenda. (ut infra capite 4. dicetur) deniq; per maximam poteſtatem reliquum ęquationis dividenda, & emerget magnitudo quęſita latens vel in quoto, vel in aliquo ejus latere, quod, quale ſit, poteſtas diviſoris indicabit.

4 *Jn hac regula ſpectabimus eius obiectum & partes.*

CAPVT II.

De *Æquatione*.

1 TAntum de Algebræ Regula, ſequitur obiectum circa quod, vel ſubiectum in quo verſatur, quod eſt Aequatio: quandoquidem tota Regula occupata eſt in explicatione Aequationis.

2 *Aequationis conſideranda eſt definitio, & diviſio.*

3 *Eſt autem Aequatio comparatio incertæ cum certa magnitudine,*

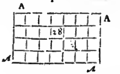
Definiente ſic *Franciſco Vieta* Iſag. cap 8. id eſt, æquatio eſt nihil aliud quam proportio æqualitatis, inter duas magnitudines, duaſve quantitates, vel res variè denominatas, quarum una ſit certa & nota; altera incerta & ignota: ſiquidem inter ea, quæ ſunt ejuſdem denominationis *Aequatio*, *vel inutilis eſt*, ut inter 6 A & 6 *A*. vel inter 14. *BB* & 14 BB. *vel non eſt propriè æqualitas*, ut inter 4. *A* & 8. *A*. vel inter 5. CC & & 9. CC. Sed hęc erit vera æquatio, ſi dicimus ex. gr. 6. *A* æquari 84, ita æquabuntur 3. *A* ipſis 42, & 1. A æquabitur 14 $\frac{1}{3}$ hoc modo:

6. *A* ——— 84
2 ÷ 2 ÷
———
3. *A* ——— 42
3. *A* ÷ 3 ÷
———
1. A ——— 14. $\frac{1}{3}$

4 *Aequationis Varietas conſiſtit in hoc potiſſimum ut utrique termino ęquationis idem commune addatur, aut ab utroque idem commune ſubducatur; vel ut uterque*

terque terminus per eandem quantitatem multiplicetur & dividatur. Hac ratione ſub terminis mutatis ſemper reliqua erit eadem æqualitas.

Quod ex hac appoſita ſigura manifeſtum fiet. Sit autem A linea quędam partium ſub certo quodam numero, ſeu ſeries quædam quarumcunq; rerum ſub numero aliquo determinato. Vt in hoc parallelogrammo quatuor lineæ longitudinis, quarum quælibet partes habet 7; ſimiliterq; ſeptem lineę latitudinis, in quarum qualibet inveniuntur partes 4. Liquet ex hiſce, ut 4. A. longitudinis ęqualia ſint huic numero 28. quia 4. lineæ, ſeu 4. A. longitudinis complent totam figuram continentem partes 28. deinde liquet, ut 7. A latitudinis æquentur eidem numero 28. Totam enim figuram continentem partes



28. deinde liquet, ut 7. A latitudinis æquentur eidem numero 28. Totam enim figuram continentem partes 28. conſtituunt 7. A latitudinis, ſeu 7. lineæ latitudinis, ut ex ſchemate apparet.

Ex. gr. aſſumamus 7. A latitudinis, ut æqualitas ſuboriatur inter 7. A & 28. Et quoniam, ſi ab æqualibus ęqualia demantur, quæ reliqua ſunt, æqualia ſunt; ſi ex utroque numero æquationis auferantur 3. A, manebit adhuc ęqualitas inter 4. A & 28 — 3. A. Vt:

$$7.A = 28$$
$$3.A - \qquad 3.A -$$
$$4.A = 28 - 3.A.$$

5 *Eodem modo in additione, ſi æqualibus ęqualia addantur, quę fiunt, æqualia ſunt.*

Vt ſi utrique parti huius ultimæ æquationis addantur 6, erit æquatio inter 4. A + 6 & 34 — 3. A. ut:

$$4.A = 28 - 3.A$$
$$6 + \qquad 6 +$$
$$4.A + 6 = 34 - 3.A.$$

Similiter procedemus in multiplicatione & diviſione.

Ex. gr. detur æquatio inventa inter 3. A + 12 & 72 — 7. A, quam ſi per 2 multiplicaveris, habebis æqualitatem inter 6. A + 24 & 144 — 14. A, Et hanc ſi per 6. diviſeris, invenies reliquum æquationis eſſe inter 1. A + 4 & 24 — 2 $\frac{1}{3}$. Vt:

$$3.A + 12 = 72 - 7.A$$
$$2 * \qquad 2 *$$
$$6.A + 24 = 144 - 14.A$$
$$6 \div \qquad 6 \div$$
$$1.A + 4 = 24 - 2\frac{1}{3}$$

6 *Eſt autem Aequatio ſimplex vel compoſita.*

7 *Simplex eſt, in qua unus terminus comparatur uni termino.*

Vt cum dicitur A æquari B, ſeu AA ęquari C, ſeu AAA æquari CC, ſeu DD æquari 25. Vt:

$$A = B \qquad AA = C \qquad AAA = CC \qquad DD = 25.$$

8 *Compoſita eſt, quando plures poteſtates ſeu dignitates certæ magnitudini comparantur.*

Ex. gr. AA + AB ęquatur BB. Vel BB + BC æquatur CC. Vt:

$$AA + AB = BB. \qquad BB + BC = CC.$$

9 *Homogeneum comparationis dicetur magnitudo certa numeruſve, cui reliqua comparantur.*

Ex. gr. in hac æquatione AA + AB = BB, magnitudo BB eſt homogeneum comparationis, idemque eſt CC in æquatione BB + BC = CC. Vt:

$$AA + AB = BB \qquad BB + BC = CC.$$

10 *Gradus parodici ad poteſtatem dicuntur dignitates infra poteſtatem exiſtentes in æquatione.*

Ita ad cubum AAA ſunt gradus parodici quadratum AA & latus A. Sic ad biquadratum BBBB gradus parodici ſunt cubus BBB, quadratum BB & latus B. Vt:

$$AAA - AA. \quad A. \qquad BBBB - BBB. \quad BB. \quad B.$$

11 *Aequatio ſimplex eſt vel ſimplex abſolute, vel climatica.*

12 *Simplex abſolute eſt, quando latus, de quo eſt quæſtio, in ſua baſe conſiſtens datæ magnitudini homogeneæ comparatur.*

13 *Aequatio Polinomia eſt, cùm poteſtas quæſiti lateris affecta ſub deſignato gradu,*

dataque coefficiente data magnitudini homogeneę comparatur.

14 *Aequatio Compoſita eſt vel affirmata vel negata.*

15 *Affirmata eſt, quæ copulatur per ſignum affirmatum.*

Ex. gr. hæc æquatio $CC + CD = DD$. eſt æquatio affirmata, cùm CC copuletur cum CD per ſignum affirmatum; + ſic $DD + DE = EE$ eſt ęquatio affirmata, quia DD copulatur cũ DE per ſignum affirmatum +. Vt:

$$CC + CD = DD. \qquad DD + DE = EE.$$

Hæc poteſtas dicitur affici adjunctione plani ſub latere, & data coefficiente longitudine.

16 *Negata eſt, quæ diſiungitur per ſignum negatum.*

Ex. gr. hæc æquatio $CC - CD = DD$ eſt æquatio negata, cum CC diſiungatur à CD per ſignum negatum —. Sic æquatio $DD - DE = EE$ eſt negata, quia DD diſiungitur à DE per ſignum negatum —. Vt:

$$CC - CD = DD. \qquad DD - DE = EE.$$

Hæc poteſtas affici dicitur multa plani ſub latere, dataque coefficiente longitudine.

17 *Hæc Aequatio Negata eſt vel directa, vel inverſa, vel indirecta.*

18 *Directa eſt, quando minor dignitas gerit ſignum negatum*, ſeu quando afficiens homogeneum de poteſtate negatur.

Ex. gr. ſit data æquatio $AA - BA = BB$, dico hanc ęquationem negatam eſſe directam, quia minor dignitas BA gerit ſignum negatum —. Sic $BB - CD = DD$ eſt æquatio negata directa, quia minor dignitas CD gerit ſignum negatum — Vel quia afficiens homogeneũ CD de poteſtate BB negatur. Vt:

$$AA - BA = BB. \qquad BB - CD = DD.$$

19 *Inverſa ſeu ambigua eſt, cùm dignitati majori præfigitur ſignum negatum*, ſeu quã do planum ſub latere & data coefficiente longitudine afficitur multa quadrati.

Ex. gr. $AB - AA = BB$ eſt ęquatio inverſa ſeu ambigua, quia dignitati maiori AA pręfigitur ſignum negatum —. Sic $CD - BB = DD$ erit æquatio inverſa, quia dignitati maiori BB pręponitur ſignum negatum — ſeu quia planum AA vel BB ſub latere A & C & data coefficiente B & D longitudine afficitur multa quadrati. Vt:

$$AB - AA = BB. \qquad CD - BB = DD.$$

Dicitur autem hæc ęquatio ambigua, quoniam duplex habet latus.

20 *Indirecta eſt, quando poteſtas negatur de afficiente homogeneo ſub gradu.*

21 *Aequatio dicitur æquationi ſimilis, regulariter, cùm par eſt utrobique poteſtas, ſeu æque alta, & ipſa affecta vel afficiẽs ſub pari gradu, vel eadẽ nota affectionis.*

22 *Notandum hic eſt, nondum excogitatam eſſe artem explicandi ęquationes omnes compoſitas, ſed tantum illas, quarum tres termini ſervant Arithmeticam proportionalitatem.*

Quales ſunt hę ſubſequentes æquationes.

$Q - L = N$	2. 1. 0.
$Q + L = N$	2. 1. 0.
$L - Q = N$	1. 2. 0.
$QQ - Q = N$	4. 2. 6.
$QQ + Q = N$	4. 2. 0.
$Q - QQ = N$	2. 4. 0.
$CC - C = N$	6. 3. 0.
$CC + C = N$	6. 3. 0.
$C - CC = N$	3. 6. 0.

23 Si exponentes Arithmeticé proportionales omnes ſint maiores quam o, abbreviandi ſunt per ſubductionem minimi numeri exponentis.

24 Quando autem exponentes non gaudent proportionalitate Arithmetica, ut ſi ęquatio foret inter $C - L$ & N, cuius exponentes ſunt: 3, 1. 0. & $C - Q$ & N, cujus exponentes ſunt: 3. 2. 0, nondum inventa eſt methodus, cuius beneficio ex hiſce ęquationibus latera erui poſſint, ac propterea eiuſmodi æquationes explicari nequeunt. Conſule Chriſt. Clavium Algeb. cap. 12. pag. mihi 48. & 49.

CA-

CAPVT III.

De *Æquationis Inventione*.

1 I*TA fuit Regulæ Algebricæ obiectum; ſequuntur eius partes, quarum duę sũt neceſſariæ, & duæ non neceſſarię.*

Partes Neceßariæ ſunt Aequationis Inventio, & Diviſio.

2 In omni namque propoſito problemate invenienda neceſſario eſt æquatio inter duas magnitudines tam datas, quàm quæſitas, & rum diviſio Inſtituenda.

Partes non neceſſarię ſunt totidem: Aequationis Reductio & Analyſis.

3 Dicuntur non neceſſarię, quoniam non in omni æquatione inventa inſtituenda eſt eius reductio, neq; ſemper ex invento quoto latus extrahendum eſt, quod ubertim ex ſequentibus cuivis patebit.

4 *Inuentio Aequationis eſt pro magnitudine inuenienda unius A, id eſt, unius lateris poſitio, atque cum illo ſecundum problematis tenorem proceſſus.*

Eſtque quatuor harum partium omnium difficillima,

5 Cum non mediocrem tum Arithmeticæ, tum Geometriæ, reliquarumque diſciplinarum inprimis Mathematicarum cognitionem præſupponat: Omnis namq; ęquatio, quo altiorem in ordine ſcalę tenet locum, eo difficiliorem habet explicationem. Nec ullo præcepto particulari, preter Euclidis elementa, opus eſt, ad indagandum lateris in ſua baſe exiſtentis valorem. Ad æquationes vero altiorum graduum commode explicandas, indigemus propriis cuiuſq; gradus effectionibus Geometricis. Ad ęquationes autem Cubicas, aliorumq; altiorum graduum explicandas non ſe extendit Geometria, ſed ibi alia adhibẽda ſunt principia, ſicuti de hiſce infra prolixius differemus.

6 Hic notandum quod cap. preced. 1. huius libri diximus, videlicet, ut pro quęſita magnitudine ponatur A. ſeu unum latus; & ſi magnitudo quæſita ſimplicem inrendat longitudinem, pro ea ponatur *A* latus; ſi ſit ſuperficies ſeu planum, *AA*, ſeu quadratum; ſi ſit ſolida, *AAA* cubus. Tunc pergatur iuxta Regulę præſcriptum, notando quod repertis tribus magnitudinibus proportionalibus, fiat æquatio inter quadratum mediæ, & factum ſub extremis; ſi quatuor, inter factum ab extremis & factum à mediis. Præterea ſi eidem vel iiſdem magnitudinibus inquirãtur ignotæ magnitudines æquales, fiant æquales inter ſe.

Exemplum 1.

7 *Sunt duæ magnitudines datę, quarum ſumma eſt 5, & maior ex ipſis ponitur A: quænam eſt altera? quæ ipſarum differentia? quod ſub ipſis rectangulum? quæ quadratorum ſumma? & differentia.*

Reſpondeo, ſi tota magnitudo ponatur eſſe s, & major A; erit minor per ſubductionem maioris à ſumma, s — *A*; magnitudinum differentia itidem per ſubductionem minoris à maiori colligitur 2. A — s; Rectangulum à maiori per minorem productum eſt s*A* — *AA*; quadratum maioris eſt *AA*, quadratum minoris ss — 2. s A + AA, cui adde quadratum maioris *AA*, ut habeas quadratorum ſummam ss — 2. s *A* + 2.*AA*; & à quadrato maioris AA ſubtrahe quadratum minus ss — 2. s. A + AA, ut habeas quadratorum differentiam ss — 2. s A. hoc modo:

s
A —
s — *A* s — *A*
A A

2. *A* — s s. *A* — *AA*

A s — A
A s — *A*

AA ss — s A
s A + *AA*

ss — 2. s A + *AA* ss — 2. s A + *AA*
AA + AA —

ss — 2. s A + 2. AA. ss — 2. s A.

In

In Numeris. Sit data tota magnitudo 5, partium 6; & maius eius ſegmentum A. 4; erit minus 2, differentia ſegmentorum itidem 2; rectangulum ſub ipſis 8, quadratum majoris 16; minoris 4; quadratorum ſumma 20, eorundem differentia 12. *Vt*:

6
4—
6—4 = 2.
4—
8—6 = 2.

6—4
4 *
24—16 = 8.

4
4 *
16

6—4
6—4 *
36—24
24 + 16
36—48 + 16
16 +
36—48 + 32
32
68
48—
20.

36 = 48 + 16
16—
36—48
36—
12.

8 *Si verò minus ſegmentum ſit B, & ſumma laterum (ut ante) 5;*

Erit ſegmentum maius 5—B, differentia ſegmentorum 2. B—5, rectangulum 5 B—BB, quadratum majoris ſegmenti 55—5 B + 2. BB, quadratum minoris BB, quadratorum ſumma 55—2. 5 B + 2. BB, eorundem differentia 55—2. 5 B. Vt

5
B—
5—B
B—
2. B—5.

5—B
B *
5 B—BB

B
B *
BB

5—B
5—B *
55—56
56 + BB
55—2. 5 B + BB
BB +
55—2. 5 B + 2. BB.

55—2. 5 B + BB
BB—
55—2. 5 B.

In Numeris. Sit data (ut ſuperius) ſumma laterum A + B ſeu 5. 6, & B minus ſegmentum 2; erit maius 4, ſegmentorum differentia 2, eorum rectangulum 8, quadratum maioris 16, minoris 4, quadratorũ ſumma, eorundem differentia 12. Vt:

6
2—
6—2 = 4.
2—
6—4 = 2.

6—2
2 *
12—4 = 8.

2
2 *
4

6—2
6—2
36—12
12 + 4
36—24 + 4
4 +
36—24 + 8
8 +
44
24—
20.

26—24 + 4
4—
36—24
24—
12.

9 *Ex hiſce veluti conſectarium fluit æquatio.* Exemplum

1. Si detur differentia D, ſeu $2A - s$

erit hæc $2.A - s = D.$

& $A = \frac{s + D}{2}$

Eodem modo $s - 2.B = D,$

erit $B = \frac{s - D}{2}$

2. Si detur rectangulum R, ſeu $sA - AA$ vel $sB - BB$, erit

$$sA - AA = R$$

Vel $$sB - BB = R$$

3. Si detur ſumma quadratorum s. ſeu $ss - 2.sA + 2.AA.$ vel $ss - 2.sB + BB$, erit

$$sA - AA = \frac{ss - s}{2}$$

vel

$$sB - BB = \frac{ss - s}{2}$$

4. Si detur quadratorum differentia D, ſeu $2.sA - ss$, vel $ss - sB.$ erit

$$A = \frac{ss + D}{2.s}$$

& $$B = \frac{ss - D}{2.s}$$

Exemplum 2.

10 *Sunt duæ magnitudines, quarum differentia eſt D, & maior ex ipſis ſtatuitur A: quænam eſt altera? quænam ipſarum ſumma? quod ſub ipſis rectangulum? quæ quadratorum ſumma? & eorundem differentia?*

Reſpondeo, minor erit $A - D$, ipſarum ſumma $2.A - D$, rectangulum $AA - DA$, quadratorum ſumma $2.AA - 2.DA + DD$, quadratorum differentia $2.DA - DD$, hoc modo:

$$\begin{array}{l} A \\ D - \\ \hline A - D \\ A + \\ \hline 2.A - D \end{array} \qquad \begin{array}{l} A - D \\ A * \\ \hline AA - DA. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A \\ A * \\ \hline AA. \end{array} \qquad \begin{array}{l} A - D \\ A - D * \\ \hline AA - AD \\ \quad\; AD + DD \\ \hline AA - 2.AD + DD \\ AA + \\ \hline 2.AA - 2.AD + DD \end{array} \qquad \begin{array}{l} AA - 2.AD + DD \\ AA - \\ \hline 2.AD + DD \end{array}$$

In Numeris. Sit A (ut ſupra) 4. partium, qualium D 2; erit minor magnitudo $4 - 2$, id eſt, 2, ipſarum ſumma $8 - 2$, ideſt, 6, ſub ipſis rectangulum $16 - 8$, ideſt 8, ſumma quadratorum $32 - 16 + 4$ id eſt, 20, quadratorum differentia $16 - 4$, id eſt, 12. Vt:

$$\begin{array}{l} 4 \\ 2 - \\ \hline 4 - 2 = 2. \\ 4 + \\ \hline 8 - 2 = 6. \end{array} \qquad \begin{array}{l} 4 - 2 \\ 4 * \\ \hline 16 - 8 = 8. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 \\ 4 * \\ \hline 16 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 4 - 2 \\ 4 - 2 * \\ \hline 16 - 8 \\ \quad\; 8 + 4 \\ \hline 16 - 16 + 4 = 4. \\ 16 + \\ \hline 32 - 16 + 4 = 20 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 16 - 16 + 4 = 4. \\ 16 - \\ \hline 16 - 4 = 12 \end{array}$$

11 *Si verò minus ſegmentum ſit B, & laterum differentia D;*

Erit ſegmentum maius B —— D, ſegmentorum ſumma 2. B —— D, rectangulum ſub ipſis BB —— BD, quadratorum ſumma 2. BB —— 2, BD + DD, & eorundem differentia 2. BD —— DD. Vt:

B
D ——
2.B —— D

B —— D
B +
BB —— BD.

B
B *
BB.

B —— D
B —— D *
BB —— BD
BD —— DD
BB —— 2. BD + DD
BB +
2. BB —— 2, BD + DD

BB —— 2. BD + DD
BB ——
2. BD —— DD.

In Numeris. Si B. eſt 6, & D 4; erit ſectio maior 6 —— 4, id eſt, 2, ſectionum ſumma 12 —— 4, id eſt 8, ſub ſectionibus factum rectangulum 36 —— 24, id eſt, 12, quadratum maioris 36, minoris 36 —— 48 + 16, id eſt, 4, quadratorum ſumma 72 —— 48 + 16, id eſt, 40, eorum differentia 48 —— 16, id eſt, 32. Vt:

6
4 ——
6 —— 4 == 2.
6 +
12 —— 4 == 8

6 —— 4
6 *
36 —— 24 == 12

6
6 *
36.

6 —— 4
6 —— 4 *
36 —— 24
24 + ₂5
36 —— ₁8 + 16 == 4.
3ˢ +
72 —— 48 + 16 == 40.

36 —— 48 + 16
36 ——
48 —— 16 == 32

12 *Succedunt harum magnitudinum æquationes.*

Exemplum 1. ſi detur later m ſumma S, ſeu 2. A —— D, vel 2. B + D. erit

2. A —— D == S

quare A == $\frac{S + D}{2}$

Sic ſi 2. B + D == S.

erit B == S —— D

2. Si detur rectangulum R, ſeu AA —— DA, vel BB + BD. erit

AA —— AD == R, vel

BB —— BD == R.

3. Si detur quadratorum ſumma S, ſeu 2. AA —— 2. DA + DD, vel 2. BB + 2. BD + DD, erit

AA —— DA == $\frac{S —— DD}{2}$

& BB + BD == $\frac{S + DD}{2}$

4. Si detur quadratorum differentia D, ſeu 2. DA —— DD, vel 2, BD + DD. erit

A == $\frac{D —— DD}{2.D}$

& B == $\frac{D —— DD}{2.D}$

Exemplum 3.

13 *Sunt duæ magnitudines, quarum major ad minorem eſt in ratione C. ad D, & major ex ipſis ponitur A, quænam eſt magnitudo altera, quæ ipſarum ſumma, & differentia, quod ſub ipſis rectangulum, quæ quadratorum ſumma & eorundem differentia?*

Reſpon-

Reſpondeo, minor erit $\frac{DA}{C}$, multiplica enim majorem A per D, & factam DA divide per C, tum pro magnitudinum ſumma, duc majorem A in C & D, & factas CA & DA adde per ſignum affirmatum, ſummamq; CA + DA divide per C, & habebis magnitudinum ſummam quæſitam $\frac{CA + DA}{C}$; magnitudinum ergo differentia erit $\frac{CA — DA}{C}$. Vt habeas ſub ipſis rectangulum, multiplica majorem A per minorem $\frac{DA}{C}$ & rectangulum emerget $\frac{DAA}{C}$. Quadratorum ſummā indagabis ita: multiplica in ſe tam maiorem $\frac{CA}{C}$, quàm minorem $\frac{DA}{C}$, factaſque $\frac{CCAA}{CC}$ & $\frac{DDAA}{CC}$ per ſignum additionis in unam ſummam collige, eritq; $\frac{CCAA + DDAA}{CC}$, ergo quadratorum differentia erit $\frac{CCAA — DDAA}{CC}$. Vt:

$$\frac{A}{D} * \qquad \frac{C}{A} * \qquad \frac{D}{A} *$$

$$\frac{DA}{C} \div \qquad \frac{CA}{DA} + \qquad \frac{CA}{DA} —$$

$$\frac{DA}{C} \qquad \frac{CA + DA}{C} \div \quad \frac{CA + DA}{C} \qquad \frac{CA — DA}{C} \div \quad \frac{CA — DA}{C} \qquad \frac{DA — A}{C} \;\Big|\; \frac{DAA}{C}$$

$$\frac{CA — CA}{C — C} \;\Big|\; \frac{CCAA}{CC} \qquad \frac{DA — DA}{C — C} \;\Big|\; \frac{DDAA}{CC}$$

$$\frac{DDAA}{CC} + \qquad \frac{CCAA + DDAA}{CC} \qquad \frac{CCAA — DDAA}{CC}$$

34 *In Numeris*. Sit data magnitudo A 8, & ratio C ad D, 2 ad 1. Erit ergo. C, 2, & D. 1. quæruntur, ut ſuperius, ſingula? Reſp. Multiplica maiorem 8 per 1, factumq; 8 divide per 2, numerum videlicet ſecundo datum, & quotus $\frac{8}{2}$, id eſt, 4 eſt minor. Secundò, ut habeas magnitudinum ſummam, duc maiorem 8, in 2 & 1, factaſque 16 & 8 adde, & aggregatum 16 + 8, hoc eſt 24 divide per 2, & magnitudinum ſumma quæſita erit $\frac{16 + 8}{2}$, hoc eſt, 12, & earundem differentia $\frac{16 — 8}{2}$, hoc eſt. 4. Ad obtinendum ſub ipſis rectangulum, multiplica numerum minorem, $\frac{8}{2}$, hoc eſt, 4, per maiorem 8, factumque eſt rectangulum $\frac{64}{2}$, hoc eſt: 32. Vltimo pro quadratorum ſumma duc tam maiorem $\frac{16}{2}$, hoc eſt, 8; quam minorem $\frac{8}{2}$, id eſt, 4 in ſe, factoſque $\frac{256}{4}$, hoc eſt, 64, & $\frac{64}{4}$ id eſt, 16 adde, & quadratorū ſumma quæſita erit $\frac{256 + 64}{4}$, id eſt, 80. Ergo differentia quadratorum erit $\frac{256 — 64}{4}$, hoc eſt, 48. Vt:

$$\frac{8}{1} * \qquad \frac{8}{2} * \qquad \frac{8}{1} *$$

$$\frac{8}{2} \div \qquad \frac{16}{8} + \qquad \frac{16}{8} —$$

$$\frac{8}{2} \text{ id eſt } 4 \qquad \frac{16 + 8 = 24}{2} \div \quad \frac{16 + 8}{2} = 12 \qquad \frac{16 — 8 = 8}{2} \div \quad \frac{16 — 8}{2} = 4$$

$$\frac{8 — 8}{2} \;\Big|\; \frac{64}{2} =$$

$$\frac{16}{2} — \frac{16}{2} \;\Big|\; \frac{256}{4} = 64. \qquad \frac{8}{2} — \frac{8}{2} \;\Big|\; \frac{64}{4} = 16$$

$$\frac{64}{4} = 16 + \cdot —$$

$$\frac{256}{4} + \frac{64}{4} = 80 \qquad \frac{256}{4} — \frac{64}{4} = 48$$

11 *Si vero magnitudo minor ex ipſis data ſit B, & ratio minoris ad majorem D ad C,*

Erit maior $\frac{BC}{D}$ multiplicetur enim magnitudo minor B per C, & facta BC dividatur per D. Ita ſumma magnitudinum erit $\frac{BC + BD}{D}$, nam multiplicetur B per C & D, & factæ BC & BD dividantur per D, & magnitudinum erit differentia $\frac{BC — BD}{D}$; ſubtrahatur enim BD à BC, & reliqua BC — BD dividatur per D. Vt habeas ſub ipſis rectangulum $\frac{BBC}{D}$, multiplicabis maiorem $\frac{BC}{D}$ per minorem B. Quadratorum ſumma $\frac{BBDD + BBCC}{DD}$ invenitur hoc modo: duc majorem inventam $\frac{BC}{D}$ & minorem $\frac{BD}{D}$ in ſe, & factas $\frac{BBDD}{DD}$ & $\frac{BBCC}{DD}$ adde per ſignum affirmatum; per negatum verò, ut habeas quadratorum differentiam, $\frac{BBDD — BBCC}{DD}$. Vt:

$$\begin{array}{ccc} B & C & D \\ C\;* & B\;* & B\;* \end{array}$$

$$\frac{BC}{D} \div \qquad \frac{BC}{BD} + \qquad BD \qquad \frac{BC}{BD} —$$

$$\frac{BC}{D} \qquad \frac{\frac{BC + BD}{D} \div}{\frac{BC + BD}{D}} \qquad \frac{\frac{BC — BD}{D} \div}{\frac{BC — BD}{D}} \qquad \frac{BC — B}{D} \;\Big|\; \frac{BBC}{D}$$

$$\frac{BD — BD}{D — D} \;\Big|\; \frac{BBDD}{DD} \qquad \frac{BC — BC}{D — D} \;\Big|\; \frac{BBCC}{DD} \; .8$$

$$\frac{BBCC}{DD} + .$$

$$\frac{BBDD + BBCC}{DD} \qquad \frac{BBDD — BBCC}{DD}$$

12 *In Numeris. Sit data magnitudo minor B, 4, ratioque minoris D ad majorem C, ut 1 ad 2. ut D ſit 1, & C 2.*

Dico magnitudinem maiorem fore 8. ut ex multiplicatione 4 per 2, factique 8 per 1. diviſione conſtat. Magnitudinum ſumma erit $\frac{4 + 8}{1}$, hoc eſt, 12: Multiplica enim 4 per 1 & 2, productaſq; 4 & 8 divide per 1; eodem modo differentia magnitudinum erit $\frac{8 — 4}{1}$, hoc eſt, 4. Rectangulum $\frac{32}{1}$, hoc eſt, 32 invenietur, ſi minorem 4 per maiorem $\frac{8}{1}$ multiplicaveris. Denique ſumma quadratorum ſc. $\frac{64}{4} + \frac{256}{4}$, hoc eſt, 80 innoteſcit ſi maiorem $\frac{16}{2}$ & minorem $\frac{8}{2}$ in ſe duxeris, factaſq; $\frac{256}{4}$, hoc eſt, 64, & $\frac{64}{4}$, hoc eſt, 16 addideris. Ita quadratorum differentia erit $\frac{64}{4} — \frac{256}{4}$, id eſt, 48, per ſubductionem quadrati $\frac{64}{4}$ à $\frac{256}{4}$. Ut:

$$\begin{array}{ccc} 4 & 4 & 4 \\ 2\;* & 1\;* & 2\;* \end{array}$$

$$\frac{8}{1} \div \qquad \frac{4}{8} + \qquad 8 \qquad \frac{8}{4} — \qquad 8$$

$$\frac{8}{1} = 8. \qquad 4 + 8 = 12 \quad 1 \div \qquad 8 - 4 = 4 \quad 1 \div$$

$$\frac{4+8}{1} = 12. \qquad \frac{8-4}{1} = 4.$$

$$\frac{8-4}{1} \;\Big|\; \frac{32}{1} = 32.$$

$$\frac{8 - 8}{2 - 2} \;\Big|\; \frac{64}{4} = 16. \qquad \frac{16 - 16}{2 - 2} \;\Big|\; \frac{256}{4} = 64.$$

$$\frac{256}{4} = 64 + \text{——}.$$

$$\frac{256}{4} + \frac{64}{4} = 80. \qquad \frac{256}{4} - \frac{64}{4} = 48$$

13 *Harum magnitudinum numerationem excipit earundem Aequatio.*

Ergo 1. Si detur ſumma *S*, vel $\frac{CA + DA}{C}$ vel $\frac{BC + BD}{D}$.

Erit $\frac{CA + DA}{C} = S$

Et $\frac{BC + BD}{D} = S$.

Quare $A = \frac{SC}{C + D}$

Et $B = \frac{SD}{C + D}$

2. Si detur differentia *D*, vel $\frac{CA - dA}{C}$ vel $\frac{BC - Bd}{d}$ (*D* notat differentiam, & d rationis terminum.)

Erit $A = \frac{DC}{C - d}$,

Et $B = \frac{Dd}{C - d}$

3. Si detur rectangulum R, vel $\frac{dAA}{C}$, ſeu $\frac{BBC}{d}$,

Erit $A = \sqrt{Q}\,\frac{RC}{d}$

Et $B = \sqrt{Q}\,\frac{Rd}{C}$

4. Si detur quadratorum ſumma S, vel $\frac{CCAA + ddAA}{CC}$, ſeu $\frac{BBdd + BBCC}{dd}$.

Erit $AA = \frac{SCC}{CC + dd}$

Et $BB = \frac{Sdd}{CC + dd}$

5. Si detur quadratorum differentia *D*, vel $\frac{CCAA - ddAA}{CC}$, ſeu $\frac{BBdd - BBCC}{dd}$;

Erit $AA = \frac{DCC}{CC - dd}$

Et $BB = \frac{Ddd}{CC - dd}$

14 Exemplum 4. *Sunt duæ Magnitudines, quarum rectangulum eſt R: & major magnitudo ex ipſis datis eſt A, quænam eſt altera, quæ illarum ſumma, quæ differentia, quæ quadratorum ſumma, & eorundem differentia?* Re-

Reſpondeo; magnitudo minor erit $\frac{R}{A}$, diuide enim aream rectanguli ſc. R. per longitudinem eius A, eritq; latitudo ejus quaſi ta $\frac{R}{A}$, quam adde ad longitudinem A, vel ad fractionem huic integro æquivalentem, videlicet $\frac{AA}{A}$, & habebis magnitudinũ ſummã $\frac{AA+R}{A}$, erit ergo earũdem differentia $\frac{AA-R}{A}$. Iam multiplica magnitudinem majorem $\frac{AA}{A}$ & minorem $\frac{R}{A}$ in ſe, factaſq; magnitudines $\frac{AAAA}{AA}$ & $\frac{RR}{AA}$ Collige in vnam ſummam, eritq; quadratorum ſumma: $\frac{AAAA+RR}{AA}$, & conſequenter eorundẽ differentia: $\frac{AAAA-RR}{AA}$ Vt:

$$A = \frac{AA}{A} \qquad \frac{AA}{A} - \frac{AA}{A} \;\Big|\; \frac{AAAA}{AA} \qquad \frac{R}{A} - \frac{R}{A} \;\Big|\; \frac{RR}{AA}$$

$$\frac{R}{A} + \qquad \frac{R}{A} - \qquad \frac{RR}{AA} + -$$

$$\frac{R}{A}. \quad \frac{AA+R}{A}. \quad \frac{AA-R}{A}. \qquad \frac{AAAA+RR}{AA} \quad \frac{AAAA-RR}{AA}$$

15 *In Numeris. Sit datum retangulum 32. & major numerus 8., quærenda ſunt ſingula, vt ſupra?*

Dico numerum minorem eſſe $\frac{32}{8}$, hoc eſt, 4. ut patet ex diuiſione 32. per 8. deinde addantur $\frac{64}{8}$, hoc eſt, 8 & $\frac{32}{8}$, hoc eſt, 4. eritq; numerorum ſumma quæſita $\frac{64+32}{8}$, id eſt, 12. & eorundem differentia $\frac{64-32}{8}$, id eſt, 4. Tertio multiplicentur & major $\frac{64}{8}$ & minor $\frac{32}{8}$ in ſe, factique $\frac{4096}{64}$, hoc eſt, 64. & $\frac{1024}{64}$ id eſt, 16. addantur, & ſumma quadratorum emerget $\frac{4096+1024}{64}$ hoc eſt, 80. & per conſequens eorundem differentia $\frac{4096-1024}{64}$, id eſt, 48. Vt;

$$\frac{32}{8} + \qquad \frac{64}{8} \qquad \frac{32}{8} -$$

$$\frac{32}{8} = 4. \qquad \frac{64+32}{8} = 12. \qquad \frac{64-32}{8} = 4.$$

$$\frac{64}{8} - \frac{64}{8} \;\Big|\; \frac{4096}{64} = 64 \qquad \frac{32}{8} - \frac{32}{8} \;\Big|\; \frac{1024}{64} = 16$$

$$\frac{1024}{64} = 16 +$$

$$\frac{4096+1024}{64} = 80. \qquad \frac{4096-1024}{64} = 48.$$

16 *Si verò rectangulum, ut ante, ſit R, & magnitudo minor B,*

Erit major $\frac{R}{B}$, ut ex diviſione R per B conſtat. Vt habeas magnitudinum ſummam $\frac{BB+R}{B}$, adde majorem $\frac{R}{B}$ minori B, ſeu in fractione $\frac{BB}{B}$, eritq; earundem differentia $\frac{BB-R}{B}$. prætere a duc majorem $\frac{R}{B}$ & minorẽ $\frac{BB}{B}$ in ſe, factaſq; $\frac{RR}{BB}$ & $\frac{BBBB}{BB}$ adde, ut ſumma quadratorũ ſit $\frac{BBBB+RR}{BB}$ & eorundẽ differentia $\frac{BBBB-RR}{BB}$. Vt:

$$B = \frac{BB}{B}$$

$$\frac{R}{B} + \qquad \frac{R}{B} -$$

$$\frac{R}{B} \qquad \frac{BB+R}{B} \qquad \frac{BB-R}{B}$$

$$\frac{BB}{B} - \frac{BB}{B} \;\Big|\; \frac{BBBB}{BB} \qquad \frac{R}{B} - \frac{R}{B} \;\Big|\; \frac{RR}{BB}$$

$$\frac{RR}{BB} + -$$

$$\frac{BBBB+RR}{BB} \qquad \frac{BBBB-RR}{BB}$$

In Numeris. Sit datum (vt ſupra) rectangulum 32, & numerus minor 4.

17 Erit major $\frac{32}{4}$, hoc eſt, 8., ut liquet ex diviſione rectanguli per minimum latus. Deinde adde majorẽ $\frac{32}{4}$ hoc eſt, 8 minori $\frac{16}{4}$, id eſt, 4. & habebis numerorum ſummam $\frac{32+16}{4}$ hoc eſt, 12. erit idcirco eorũdẽ differentia $\frac{32-16}{4}$, id eſt, 4. Ceterum multiplica quadratè tam majorem $\frac{32}{4}$ quam minorem $\frac{16}{4}$ & factos $\frac{1024}{16}$ & $\frac{256}{16}$, hoc eſt, 64. & 16. adde,

adde, ut ſumma quadratorum ſit $\frac{1024 + 256}{16}$ hoc eſt, 80., & eorundem differentia $\frac{1024 - 256}{16}$ id eſt, 48. ut ex hoc calculo liquet.

$$\frac{32}{4} = 8$$

$$\frac{32}{4} \div \qquad \frac{16}{4} = 4 + -$$

$$\frac{32}{4} = 8. \qquad \frac{32 + 16}{4} = 12. \qquad \frac{32 - 16}{4} = 4.$$

$$\frac{32}{4} - \frac{32}{4} \;\Big|\; \frac{1024}{16} = 64. \qquad \frac{16 - 16}{4} \;\Big|\; \frac{256}{16} = 16$$

$$\frac{256}{16} = 16 + -$$

$$\frac{1024 + 256}{16} = 80 \qquad \frac{1024 - 256}{16} = 48.$$

18 *Sequuntur Aequationes horum problematum.*

Si detur ſumma S, ſeu $\frac{AA + R}{A}$ vel $\frac{R + BB}{B}$,

Erit $\frac{AA + R}{A} = S.$ | Vel $\frac{R + BB}{B} = S.$

Quare $SA - AA = R$ Et $SB - BB = R.$

2. Si detur differentia D, ſeu $\frac{AA - R}{A}$ vel $\frac{R - BB}{B}$,

Erit $AA - DA = R.$ Et $BB + DB = R.$

3. Si detur quadratorum ſumma S, vel $\frac{AAAA + RR}{AA}$ vel $\frac{RR + BBBB}{BB}$.

Erit $SAA - AAAA = RR.$ Et $SBB - BBBB = RR.$

4. Si detur Differentia quadratorum D, ſeu $\frac{AAAA - RR}{AA}$ vel $\frac{RR - BBBB}{BB}$

Erit $AAAA - DAA = RR.$ Et $BBBB - DBB = RR.$

19 Exemp 5. *Data media trium rectarum linearum proportionalium, & extremarum differentia, inquirere extremam minorem. Ut ſit data media C., ſitq; D. data.* Extremarum differentia, eſto minor extrema B. propterea major erit $B + D$, & rectangulum, ſub his $BB + BD$, & quoniam per propoſ. 17. lib. 5. Euclidis, in datis tribus proportionalibus factum ſub extremis ęquatur quadrato mediæ, erit $BB + BD$ rectangulum factum ab extremis B & $B + D$ ęquale CC quadrato mediæ, quod erat propoſitum. Vt:

$$B - C - B + D$$
$$C* \quad B*$$
$$CC = BB + BD.$$

20 Exemplum 6.

Data media trium proportionalium, & differentia inter extremas, inquirere extremam majorem.

Ex gr. ſit major extrema C eritq; minor $C - A$, (vt ex ſub ductione liquet) rectangulum ſub C & $C - A$ eſt $CC - CA$, eritq; ob ſuperius citatā rationē æquatio inter $CC - CA$ & BB; Vt:

21 Exemplum 7.

Data media trium proportionalium, & earūdem ſumma, inquirere alterutrā extremarū.

$$C$$
$$A -$$
$$C - A \qquad B$$
$$C* \qquad B*$$
$$CC - CA = BB$$

Ex. gr. ſit data media B, & extremarum ſumma ſit C, indaganda eſt alterutra extremarum? Extrema minor eſto A, eritq; extrema major $C - A$, idpropter erit æquatio inter $CA - AA$ & BB. Viciſſim, ſit major extrema A, erit minor extrema $C - A$, & æquatio, ut modo dictū, erit inter $CA - AA$ & BB. Quapropter A enuntiari poteſt tàm de minori quàm de majori extremarum: Duplex enim hęc æquatio habet latus, cùm ambigua ſit. Vt:

$$C$$
$$A -$$
$$C - A \qquad B$$
$$A* \qquad B*$$
$$CC - AA = BB.$$

Da-

22 **Ex. 8.** *Data prima & ſumma ex ſec. & quarta ex quatuor cõtinue proportionalibus, indagare ſecundam.*

Ex gr. ſit ſecunda data B, eritq; propterea quarta D — B, at verò cubus è ſecunda æquatur ſolido ſub quadrato primæ, & quartæ: ſunt enim hi termini ita proportionales, vt ſit quadratum primæ ad quadratum ſecundæ, ita ſecunda ad quartam: quapropter multiplicetur AA videlicet quadratũ primę in D — B quartam, & fiet ſolidum AAD — AAB atq; ita cubus BBB ex ſecunda B æquabit ſolidum AAD — AAB, & per antitheſin fiet æquatio inter BBB + AAB & AA D quæ deſiderabatur. Vt:

A B D — B
A * B * AA *
AA BB AAD — AAB
B *
BBB ═ AAD — AAB
AAB + AAB +
BBB + AAB ═ AAD.

23 **Ex 9.** *Data prima inter extremas minore, & differentia inter ſecundam & quartã e quatuor continue proportionalibus, indagare ſecundam.*

Sit data A prima minor inter extremas, & differentia inter ſecundam & quartam ſit D, inquirenda eſt ſecunda? ſecunda ſit B, erit quarta B + D & quia ſolido facto ſub quadrato primæ, & quarta æquat cubum ex ſecunda, multiplicabimus AA nempe quadratum primę in B + D, videlicet quartã, fiet ſolidum AAB + AAD, quod æquat cubus BBB ex ſecunda B, & per antitheſin fiet ęquatio inter BBB — AA B & AAD. Vt:

A — B — — B + D
A * B * AA *
AA BB AAB + AAD
B *
BBB — AAB + AAD
AAB — AAB —
BBB — AAB ═ AAD

24 **Ex. 10.** *Data prima inter extremas majore, & differẽtia inter ſecundã & quartam è quatuor continuè proportionalibus, indagare ſecundam.*

Sit data prima major A inter extremas, differẽtia verò inter ſecundam & quartã ſit D, inquirenda eſt ſecunda? Sit autem ipſa ſecunda B, ergo quarta erit B — D, & quia cubus ſecundæ ſc. BBB æquat ſolidum AAB — AAD factum ſub quadrato AA primę A & quarta B — D, multiplicabimus AA in B — D, & ſolidum AAB — AAD æquabitur Cubo BBB è ſecunda B. & per antitheſin erit æquatio inter AAB — BBB & AAD Vt:

A — B — — B — D
A * B * AA *
AA BB AAB — AAD
B *
BBB ═ AAB — AAD
AAB — AAB —
AAB — BBB ═ AAD.

25 **Ex. 11.** *Data prima minore inter extremas, & differentia inter ſecundã & quartã è quatuor continuè proportionalibus, indagare differentiam inter primã, & quartã.*

Data ſitè ſerie quatuor continuè proportionalium prima A illaq; ſit inter extremas minor. Differentia vero ſecundæ, & quartæ ſit C, inquirenda ſit differentia inter primam, & tertiam? Quęſita differentia ponatur B, ergo tertia erit B + A, eſt autem ut B ad C, ita A ad $\frac{AC}{B}$ ergo $\frac{AC}{B}$ erit ipſa ſecunda, cum ſit, ut differentia inter primam, & tertiam, ad differentiam inter ſecundam, & quartam, ita prima ad ſecundam. Atq; parallelogrammum ſub prima & tertia ęquatur quadrato è ſecunda; ſequitur AB + AA parallelogrammum ſub prima, & tertia æquale eſſe $\frac{AACC}{BB}$, puta quadrato ſecundæ: omnia autem multiplicanda ſunt per BB & in A dividenda. Vt exiſtat ęquatio inter BBB + ABB & ACC, hoc autem eſt, quod imperabatur. Vt:

B — C — A
C *
AC
B ÷
$\frac{AC}{B}$ — $\frac{AC}{B}$

B + A
A *
$\frac{AACC}{BB}$ ═ AB + AA
BBB + ABB ═ ACC

26 **Exemp. 12** *Data prima & ſumma ex ſecunda & quarta in ſerie quatuor continuè proportionalium, indagare ſummam ex prima & tertia.*

Data ſit prima D major, ſeu minor inter extremas, ſitq; ſumma ex ſecunda & quarta C in ſerie quatuor continuè proportionalium, inquirenda eſt ſumma ex prima & tertia? ſit ſumma quæſita B, ergo tertia erit B — D, eſt vero ut B ad C, ita D ad $\frac{CD}{B}$ quartam proportionalem, quæ eſt ſecunda, quia eſt, ut ſumma ex prima & tertia ad ſummam ex ſecunda & quarta, ita prima ad ſecundam: parallelogrammum autem ſub prima & tertia æquat quadratum ex ſecunda, ut propterea futura ſit æquatio inter, BD — DD & $\frac{CCDD}{BB}$, parallelogrammum, videlicet ſub prima D & tertia B — D, id eſt, BD — DD æquale erit quadrato ex ſecunda $\frac{CD}{B}$, hoc eſt, $\frac{CCDD}{BB}$. Hæc omnia multiplicentur per BB & diuidantur per D, & fiet æquatio quæſita inter BBB — DBB & DCC. Vt

B — C — D

$\frac{DC*}{CD}$

27 **Exemp. 13** *Data prima inter extremas majore, & differentia ſecundæ & quartæ in ſerie quatuor continuè proportionalium, indagare differentiam ſecundæ, & quartæ.*

$\frac{B\,\div}{4\,D.\text{-}CD}$ B — B | $\frac{CCDD}{BB}$ = BD — DD (B — D, D *)

BBB — DDD = DCC

Data ſit C prima in ſerie quatuor continuè proportionaliū, eademq; major inter extremas, differentia ſecundæ, & quartæ ſit B, invenienda eſt differentia ſecundæ & quartæ? Quæſita differentia, ſit A, erit id propter tertia C — A. Vt autem eſt A ad B, ſic eſt C ad $\frac{BC}{A}$ ſecundum, cùm ſit ut differentia primæ & tertiæ ad differentiam ſecundæ & quartæ, ita prima ad ſecundam; at vero parallelogrammum ſub prima & tertia æquatur quadrato ſecundæ, ergo erit æquatio inter $\frac{BBCC}{AA}$ & CC — CA, omnia multiplicentur per AA & dividantur per C, ut ſit æquatio inter CAA — AAA & CBB. Vt

A — B — C

28 **Exemplum 14** *Datum numerum diuidere in duas partes, quæ datam habeant differentiam.*

$\frac{B*}{BC}$, $\frac{A\,\div}{}$, $\frac{BC}{A}$ — $\frac{BC}{A}$ | $\frac{BBCC}{AA}$ = CC — CA (C — A, C *)

CAA — AAA = CBB

Ex gr. ſit numerus dividendus 24., & differentia diuiſarum partium ſit etiam data 7. Eſto numeri minor pars 1. A, erit major 1. A + 7. ratio eſt, quia una pars alteram debet ſuperare intervallo 7., vtiq; requiritur, ut ſi una pars ſit 1. A, altera ſit 1. A + 7 nunc deſpiciendum, qua ratione cum hiſce numeris inventis ſit procedendum iuxta quæſtionis propoſitæ legem; conſtat autem ex axiomate Euclideo, omnes partes ſimul acceptas æquales eſſe toti, cum itaq; totum ſit 24, neceſſe eſt harum partium aggregatum 2. A + 7. æquari 24. & ita æqualitatem invenimus, ſc. 2. A + 7 = 24. Vt

24 — 7

1. A minor.
7 +
1. A + 7 major
1. A +

2. A + 7 = 24.

29 **Exemplum 15.** *Datum latus ita ſecare, vt rectangulum ſub ſegmentis ad quadratum vnius ſegmenti, datam habeat rationem.*

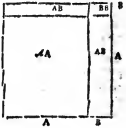
Ex. gr. Sit datum latus A + B ſecandum ita, ut rectangulum A B ſub ſegmentis A & B ad quadratum AA vnius ſegmenti A datam habeat rationem, qua ex. gr. eſt R ad P. Cùm ſegmentū, ad cujus quadratum debet rectangulum habere datam rationem eſt A B, ergo ſegmentum alterum neceſſario concludetur eſſe A + B — A, id eſt B 4, quoniam autem rectangulum AB 24 ſub his ſegmentis A 6 & B. 4. debet habere rationem, ut R. 2. ad P. 3., ad quadratum unius ſegmenti, propterea debet fieri illud rectangulum, quod erit A B 24. et quadratum unius ſegmenti eſt AA, 36., alterutrum enim ſegmentorum aſſumi poteſt, ac proinde erit, ut R 2. ad P. 3, ita AB 24 ad AA 36. Cùm autem ſint quatuor magnitudines proportionales, et facta à medijs æquetur factæ ab extremis, erit quæſita æquatio inter R 2 in AA 36 hoc eſt, R AA 72 & P. 3 in AB 24, hoc eſt P A B 72. Vt:

A A 6 6
B * A * 4* 6 *

R — P — AB — AA 2 — 3 — 24 — 36
AB * R * 24 * 2 *

PAB ═══ RAA ═══ 72 ═══ 72

30 Exemplum 16. *Dato extremo ex tribus lateribus continuè proportionalibus, & ſumma ex ſecundo, et tertio, diſcernere latera ſingula.*



Ex. gr. ſit datum extremum primum latus A 2 ſumma vero reliquorum ſit B. 12. ſecundum latus eſto C 4, erit propterea tertium B — C 8. Conſtat autē rectangulū ſub extremis A 2 & B — C 8, quod eſt AB — AC 16, æquale eſſe quadrato CC 16 medij C. 4., proinde æquatio erit inter CC 16 & AB — AC 16., quæ quærebantur. Vt

A. C. B — C
2. 4. 8
B
12

A — B — C 2 — 12 — 4
C — 4 —

A — C — B — C 2 — 4 — 8
C * A * 4* 2 *

CC ═ AB — AC ═══ 16 ═ 16.

31 Exemplum 17 *Sint duæ magnitudines datæ, quarum prima eſt 3. A + 6. B. — — 2. C + 8 D — 7 E, altera 1. A — 3 B + 7 C — 9 D + 6 E, quæritur, cui magnitudini hæ duæ æquentur?*

Reſpondeo per additionem, 4. A + 3 B + 5 C — 1 D — 2. E, hoc modo:

3. A + 6. B — 2. C + 8 D — 7 E
1. A — 3 B + 7 C — 9. D + 5. E +

4. A + 3. B + 5. C — 1. D — 2. E ═══ 3. A + 6 B — 2. C + 8. D — 7. E + 1. A — 3. B + 7. C — 9. D + 5. E

In numeris. Sit et valeat A 10., B 8., C 6., D 4., et E 2., quæritur, cui magnitudini æquentur ſingulæ datæ, & cui datarum ſumma? R 3. A + 6. B — 2. C + 8. D — 7. E æquabitur 30 + 48 — 12 + 32 — 14; ſic 1. A — 3 B + 7. C — 9. D + 5. E hiſce 10 — 24 + 42 — 36 + 10, ut ſex multiplicatione ſingularum datarum per quemlibet valorem ſatis ſuperq; manifeſtum eſt. Ex. gr.

3. A + 6. B — 2. C + 8. D — 7 E 1. A — 3. B + 7. C — 9. D + 5. E
30 8 6 4 2 * 10 8 6 4 2 *

30 + 48 — 12 + 32 — 14 10 — 24 + 42 — 36 + 10.

Datarum autem magnitudinum aggregato ſc. 4. A + 3. B + 5. C — 1. D — 2. E reſpondebit 40. + 24 + 30 — 4 — 4, id eſt, per redutionem cap. 4. lib. 1. traditam 94 + 8, id eſt, 86. Vt

30 + 48 — 12 + 32 — 14
10 — 24 + 42 — 36 + 10 +

40 + 24 + 30 — 4 — ═══ 94 + 8 ═══ 86.

24 4 +
30 + 8
94
8 —
86

Vel

Vel etiam hoc modo: Dicendo 30 → 48 — 12 → 32 — 14 æquantur 110 — 26, id eſt, 84. & 10 — 24 → 42 — 36 → 10 æquantur 62 — 6, hoc eſt, 2. Addita ergo 84 & 2, conſtituunt, ut ante 86. Vt:

30 → 48 — 12 → 32 — 14 | 10 — 24 → 42 — 36 → 10
48 | 14 → | 42 | 24 →
— 32 → | 26 | 10 → | 60
110 | 62
26 — | 60 —
84. | 2.

Itaq; 3. A → 6. B — 2. C → 8. D — 7. E æquantur 84, & 1. A — 3. B → 7. C — 9. D → 5. E æqualia ſunt 2. ſic deniq. 4. A → 3. B → 5. C — 1. D — 2. E æquantur 86 duarum ſc. propoſitarum magnitudinum ſumma prout voluit quæſtio. Vt:

3. A → 6. B — 2. C → 8. D — 7. E ≡ 30 → 48 — 12 → 32 — 14 ≡ 110 — 26 ≡ 84.
1. A — 3. B → 7. C — 9. D → 5. E ≡ 10 — 24 → 42 — 36 → 10 ≡ 62 — 6 ≡ 2.

4. A → 3. B → 5. C — 1. D — 2. E ≡ 40 → 24 → 30 — 4 — 4 ≡ 94 — 8 ≡ 86.

32 Exemplum 18 *Linea, ſi utcunq; in duas partes diviſa, in alterutrum ſuum ſegmentum ducatur: parallelogrammum illud duplicatum cum quadrato alterius ſegmenti æquabitur quadratis lineæ totius & ſegmenti multiplicantis.*

Hoc eſt, ſi tota linea (S) æquatur ejus partibus (A → B) tum duplex parallelogrammum ex tota & majori parte (2. SA) cum quadrato minoris partis (BB) æquale erit quadrato totius (SS) & quadrato majoris partis (AA). Item duplex rectangulum ex tota & parte minori (2. SB) cum quadrato majoris partis (AA) æquabitur quadrato totius (SS) & quadrato minoris partis (BB). Vt:

33 *In Numeris.* Sit tota linea A → B 6 & ſegmentũ majus A 4; minus B ergo erit 2. dico, ſi tota linea 6. æquatur ſuis partibus 4 & 2: æquabitur etiam duplex rectangulum ex tota & ſegmento majori factum, cum quadrato minoris (48 → 4) quadrato totius cum quadrato majoris (36 → 16) ſicuti & duplex rectangulum ex tota & ſegmento minori cum quadrato majoris (24 → 16) ipſi quadrato totius cum quadrato minoris (36 → 4) Vt.

S | B | S | A
A | B | S | A
SA | BB | SS | AA

2
2. SA → BB ≡ SS → AA.

Item

S A | S B
B A | S B
SB → AA ≡ SS → BB

Ergo

S ≡ A → B.
2. SA → BB ≡ SS → AA
2. SB → AA ≡ SS → BB.

6. ≡ 4 → 2
48 → 4 ≡ 36 → 16 hoc eſt.
4 → | 16 →
52 ≡ 52. Et
24 → 16 ≡ 36. → 4. hoc eſt
16 → | 4 →
40 ≡ 40

Hoc ipſum paulo aliter hoc modo demonſtrabitur:

6 | 6
2 | 4
SB 12 6 | SA. 24 | 6
2 | 2 | 6
24 SS. 36 | 48 | SS. 36
AA. 16 BB 4 | BB 4 | AA. 16
40 ≡ 40. | 52 ≡ 52.

34 Exemplum 19 *Si linea in duas partes dividatur, & ſecus; quadratum biſectionis minus parallelogrammo ſub ſegmentis inæqualibus deſcripto, æquale eſt quadrato inter ſegmenti, ſive ſemi differentiæ ſegmentorum.*

Hoc eſt, ſi tota linea (S) ſit æqualis ejus ſegmentis ($A + B$) erit quarta pars quadrati ſummæ laterum ($\frac{1}{4} SS$) minus parallelogrammo ſub lateris ſegmentis (AB) æqualis dimidiæ lineę ($\frac{1}{2} S$) minus dimidio ſegmenti minoris (B) ſive quartæ parti quadrati differentiæ ($\frac{1}{4} DD$) Vt:

$S \quad A + B \quad A$
$S * \quad B$
$SS \quad A \quad A - B \quad D$
$4 \div \quad B * \quad D *$
$\frac{SS}{4} \quad AB. \quad DD$
$\frac{S}{2} \quad \frac{B}{2} \div \quad 4 \div$
$\frac{SS}{4} - AB \quad \frac{S}{2} \quad \frac{B}{2} \quad \frac{DD}{4}$

35 *In Numeris*. Sit data ſumma laterum $A + B$ ſeu S partium 12, quarum A ſit 8 & B 4; erit 12 æquale $8 + 4$, dico $\frac{1}{4}$ quadrati ſummæ laterum (36) minus rectangulo AB 32; æquari 6, id eſt, $\frac{1}{2}$ totius lineę S, minus, hoc eſt, $\frac{1}{2}$ ſegmenti minoris B, & hęc æqualia eſſe ipſis 4, id eſt $\frac{1}{4}$ quadrati differentiæ laterum (DD) Vt

Ergo.

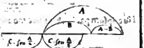
$S = A + B.$
$\frac{1}{4} SS - AB = \frac{1}{2} S - B = \frac{1}{4} DD$

$12 = 8 + 4 \qquad 8$
$12 * \qquad 4 -$
$24 \qquad D. \ 4$
$24 \qquad 4 *$
$SS \ 144 \quad 8 \quad 12 \quad 4 \quad DD. \ 16$
$4 \div \quad 4 * \quad 2 \div \quad 2 \div \quad 4 \div$
$36 - 32 = 6 - 2 = 4$
$\frac{1}{4} SS \quad AB \quad \frac{1}{2} S \quad \frac{1}{2} B \quad \frac{1}{4} DD$

36 ***Exemplum 20 Si recta linea extrema ac media ratione ſecetur, quadratum ſegmenti majoris aſſumentes dimidium totius, determinare quanto ſit majus quadrato totius dimidij.***

Sit data recta linea A, quæ ſecta ſit extrema ac media ratione, ſitq; in ea ſegmentũ majus B, minus verò $A - B$. Cum autem tota linea ſit A, dimidia erit $\frac{A}{2}$ ſeu C, & quoniam ſegmentum majus erat B, propterea ſegmentum majus B aſſumens dimidium totius erit $B + C$, quod ergo inquirendum, eſt quantitas exceſſus quadrati ex $B + C$ ſupra quadratum ex C. Quoniam ergo A ſecta ſtatuitur extrema ac media ratione, erit rectangulum ſub tota A & ſegmento minori $A - B$ æquale quadrato majoris ſegmenti; ſed rectangulum ſub tota & ſegmento minori eſt $AA - AB$, & quadratum majoris ſegmenti B eſt BB. Ergo $AA - AB$ æquabitur BB; at vero quadratum ex $B + C$ eſt $BB + 2BC + CC$, huic demătur $AA - AB$ et loco ipſius BB ſubſtituatur id, quod ipſum ęquat, nimirum $AA - AB$, & fiet aggregatum 5. BB. Itaq; $BB + 2.BC + CC$ nempe quadratum ex $B + C$ æquabit 5. BB. Itaq; quadratum ex $B + C$ quintuplum eſt quadrati, quod inquirendum. Vt:

$B + C \qquad A$
$B + C * \qquad B -$
$BB + BC \qquad A - B$
$BC + CC \qquad A *$
$BB + 2.BC + CC \qquad AA - AB$
$AA - AB$
$5.CC \qquad BB + 2.BC + CC$
$CC.$ quintuplum $BB + 2.BC + CB$ ergo



37 Exemplum 21. *Si recta linea partis ipſius quintuplum, poſſit, duplex dictæ partis extrema ac media ratione ſecta, quæritur an majus ſegmentum ſectę ſit reliqua pars eius, quæ à principio recta linea.*

Sit recta quædam linea conſtans ex ſegmentis C & B, quod poſsit quintuplum ſegmenti C, cujus de-

duplum præſupponatur eſſe A, quæ ſecta ſit extrema ac media ratione: inquirendum eſt, verum ſegmentum maius ſit B, videlicet reliquum ſegmentum, quod à principio rectæ lineæ: Quoniã ergo ipſius A ſegmentum unum eſt B, erit reliquum A — B, ſed A eſſe lineam majorem ipſa B ex ſequentibus planum erit. Cùm vero ex C + B quadratum ponatur quintuplum quadrati ex C, proinde BB + 2. BC + CC æquabitur 5. CC, utrinque ablato CC, & ita BB + 2 BC æquabitur 4. CC, utrinq; tollatur 2. BC, & remanebit æquatio inter BB & 4 CC — 2. BC, quæ æquatio revocetur ad analogiſmum, ut ſit proportio talis: A — B. B & 2. C. Proinde 2. C ſecta eſt extrema ac media ratione, & majus ſegmentum eſt B, cum ſit medium proportionale inter totam A, & ſegmentum minus A — B, quod inquirebatur. Vt:

a   b + c
b —   b + c *

a — b   bb + bc —
a *   bc + cc

aa — ab   bb + 2. bc + cc   quintuplum ipſius cc.
                                  5 *

bb + 2. bc + cc ——— 5. cc.
         cc ———   cc —

bb + 2. bc ——— 4. cc.
     2. bc —   2. bc —

bb ——— 4. cc — 2. bc

38 Cum hæc æquationis inventio ſit omnium partium Algebræ difficillima ex ſupra allatis cauſis, nõ inutile exiſtimavi, ſi eam theoremaribus *Euclidæis* illuſtrem: tum ut dicta pars cuivis minus obſcurior fiat; tum etiam, ut nova plane & facillima in declarandis & demonſtrandis theorematibus & propoſitionibus *Euclidæis* via & methodus aperiatur, qua, tanquam ianua *Euclidis* reſerata uſus, facillimè & vix ſine ullo labore quodvis etiam ejus problema à te explicari & ſolvi poſſe credas. Aggrediemur autem librum 2 *Elem* & nonnullas propoſitiones, quæ illuſtriores videbuntur in *Elem*, lib. 1. 3. & 6. *Agit autem Euclides*, hoc citato libro ſecundo *Elem. de potentijs linearum rectarum*, ubi explicat & inquirit, quanta ſint & quadrata ſegmentorũ cujusvis lineæ rectæ in aliquot ſegmenta ſectæ, inſuper etiam parallelogramma rectangula ſub ejuſdem lineæ ſectæ ſegmentis comprehenſa, tam inter ſe, quam comparata cum quadrato totius lineæ, &c. Ad quæ demonſtanda præmittit illis theorematibus duas definitiones, quarum prima eſt hæc:

39 *Omne parallelogrammum rectangulum contineri dicitur ſub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum.*

In hac definitione explicat hæc tria:

40 1. Quid ſit parallelogrammum rectangulum, ſc. cujus omnes anguli ſunt recti. 2. ſub quibus rectis lineis contineatur illud parallelogrammum rectangulũ, & 3. quid ſit, parallelogrammum ſub duabus illis rectis lineis contineri. De quibus egi lib. 1. huius, qui plura volet, conſulat Ioh. *Regiomontanum* de triangulis lib. 1. prop. 16. Sequitur definitio altera.

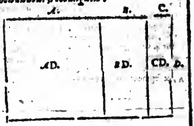
41 2. *In omni parallelogrammo ſpatio, unum quodlibet eorum, quæ circa diametrum illius ſunt, parallelogrammorum, cum duobus complementis, Gnomon vocetur.*

42 *In hac exponit gnomonem*, quid ſit, de quo ſupra lib. 1. hujus aliquid diximus, ut huic explicationi hic ſuperſedere poſsimus; ſuccedunt nunc theoremata 12. verè nobiliſsima: Ex hiſce enim petuntur demonſtrationes Regularum *Algebræ* mirabiles, item quo modo inter ſe addantur, ſubducantur, multiplicentur & dividantur latera ſurda, item qua ratione magnitudinũ quadratarum latera inveſtigentur, deniq; qua via ſuperficies ſeu areæ triangulorum cognoſcantur, & ex qua cognitione rurſus omnium magnitudinum dimenſio originem ſuam trahat. Quæ omnia qualia & quanta ſint, partim in precedentibus vidimus, partim in ſequentibus videbimus. Eſt autem tale theorema 1.

43 *Si duæ fuerint rectæ lineæ, ſeceturq; ipſarum altera in quotcunq; ſegmenta: Rectangulum comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis, æquale eſt eis, quæ ſub*

inſecta

inſecta, & quolibet ſegmentorum comprehenduntur, rectangulis.



Sint duæ rectæ D & A + B + C ſecta vtcumque in partes A, B & C, dico rectangulum ſub A + B + C & D comprehenſum æquari omnibus rectangulis ſimul ſumptis, quæ ſub linea indiviſa D, & quolibet ſegmento comprehenduntur, ſc. rectangulo ſub A et D; item ſub B & D; & ſub C & D, comprehenſo. Vt ex multiplicatione ſegmentorum conſtat.

A + B + C   A   B   C
D *   D   D   D *

AD + BD + CD = AD + BD + CD.

In numeris. Sit A 6, B 4 et C 2, erit A + B + C 6 + 4 + 2, id eſt, 12. Sit etiam linea
44 indiviſa D 8. multiplica hoſce numeros in ſe invicem, prout ſuperius ſpecies, & invenies 48 + 32 + 16. æqualia hiſce 48 + 32 + 16. hoc eſt, per reductionem, 96 æquabuntur 96. Vt:

6 + 4 + 2   8   8   8
8 *   6   4   2 *

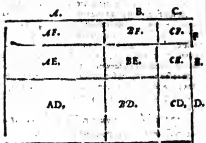
48 + 32 + 16 = 48 + 32 + 16 id eſt,
48   48
16 +   16 +

96 = 16

Proponit hic *Federicus Commandinus* duo alia theoremata, quorũ primũ eſt:

45 *Si fuerint duæ rectæ lineæ, ſecenturq; ambæ in quotcunq; ſegmenta: Rectangulum comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis, æquale eſt eis, quæ ſub ſingulis ſegmentis unius, & quolibet ſegmentorum alterius continentur rectangulis.*

Sint duæ rectæ A + B + C & D + E + F rectũ angulũ AD continentes, quæ ſecentur in partes A, B, C, D, E, F, dico rectangulum ſub rectis A + B + C & D + E + F comprehenſum æquale eſſe rectãgulis, quæ ſub A & D, A, & E, A, & F, B & D, B & E, B & F, C & D, C & E, C & F, continentur. Vt ex multiplicatione ſegmentorum, liquet. Vt



A + B + C
D + E + F *

AD + BD + CD
AE + BE + CE
AF + BF + CF.

A   B   A   C   B   A   C   B   C
D   D   E   D   E   F   E   F   F *

AD + BD + AE + CD + BE + AF + CE + BF + CF = AD + BD + AE + CD + BE + AF + CE + BF + CF.

46 *In numeris.* Sit A 2, B 4, C 6, D 4, E 2, & F 1. Erit rectangulum ſub ipſis duabus lineis 8 + 20 + 34 + 16 + 6 æquale omnibus rectangulis ſub laterum ſegmentis deſcriptis, videlicet 8 + 4 + 2 + 16 + 8 + 4 + 24 + 12 + 6, quæ æquantur 84. Vt:

2 + 4 + 6 = 12
4 + 2 + 1 * = 7 *

8 + 16 + 24   84.
4 + 8 + 12
2 + 4 + 6

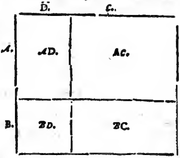
4   2   2   4   4   4   6   6   6
2   2   1   4   2   1   4   2   1 *

8 + 20 + 34 + 10 + 6 = 84 = 8 + 4 + 2 + 16 + 8 + 4 + 24 + 16 + 6 = 84.

Theorema *Commandini* ſecundum eſt hujuſmodi:

Si

47 *Si ſint duæ rectæ lineæ, ſecenturq; ambæ utcunq; Rectangulum comprehenſum ſub illis duabus rectis lineis, una cum rectangulo ſub una parte unius, & una parte alterius comprehenſo, æquale eſt eis, quæ ſub totis lineis & dictis partibus mutuo continentur, rectangulis, una cum rectangulo ſub reliquis partibus comprehenſo.*



Sint duæ rectæ D + C & A + B, quæ habent angulum rectum A D, & ſectæ ſunt utcunq;. Dico rectangulum comprehenſum ſub D + C & A + B, una cum rectangulo comprehenſo ſub partibus A + D, æquari rectangulis contentis ſub D + C & A, ſicuti & A + B & D; una cum rectangulo ſub C & B comprehenſo. Vt:

A + B
C + D *

AC + BC   A   C + D   A + B   B
AD + BD   D *   A *   D *   C *

AC + BC + AD + BD + AD = AC + AD + AD + BD + BC:

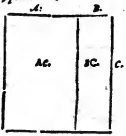
48 *In numeris.* Sit A 6, B 4, ſicuti & C 9, & D 3, erit A + B 6 + 4, id eſt, 10; & C + D 9 + 3, id eſt, 12. Eritq; rectangulum comprehenſum ſub 9 + 3 & 6 + 4, una cum rectangulo comprehenſo ſub partibus 6 & 3 æquale rectangulis contentis ſub 9 + 3 & 6, ſicuti etiam 6 + 4 & 3; una cum rectangulo ſub 9 & 4 comprehenſo. Vt:

6 + 4
9 + 3 *

54 + 36   6   9 + 3   6 + 4   9
18 → 12   3 *   6   3   4 *

54 → 54 + 12 + 18 = 138 = 54 + 18 + 18 + 12 + 36 = 138

49 *Si recta linea ſecta ſit utcunq;: Rectangula, quæ ſub tota, & quolibet ſegmentorum comprehenduntur, æqualia ſunt ei, quod à tota fit, quadrato.*



Sit data recta linea A + B, quæ dividatur utcunq; in duas partes. Dico duo rectangula comprehenſa ſub tota A + B, & ejus partibus A & B, ſimul ſumpta, æquari quadrato totius lineæ A + B. Vt.

A   B   A + B
C *   C *   C *

AC   BC   AC + BC.
BC +

AC + BC =

50 *In numeris*, Sit A 4, B 2, & C 6. Erit rectangulum 24 conjunctum cum rectangulo 12, id eſt, 36, æquale quadrato totius lineæ 4 + 2. Vt:

6   6   4 + 2 = 6
4 *   2 *   4 + 2 = 6 *

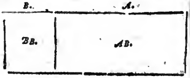
24   12   16 + 8   36.
12 +   8 + 4

36 = 16 + 16 + 4, id eſt 36

Huius theorematis veritas non ſolum patet in linea in duas partes utcũq; diviſa prout hoc *Euclides* demonſtrat, verùm etiam in linea in quotcũq; partes ſecta.

Si

51 *Si recta linea ſecta ſit vt cunq; ; Rectangulum ſub tota, & vno ſegmentorum comprehenſum, æquale eſt illi, quod ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo, & illi, quod à prædicto ſegmento deſcribitur, quadrato.*



Sit linea recta A + B, quæ diviſa vtcunque. Dico rectangulum comprehenſum ſub tota A + B, & utrovis ſegmento, ut B (ſive hoc ſegmentum majus ſit, ſive minus) æquale eſt rectangulo ſub ſegmentis A & B comprehenſo, & quadrato prioris ſegmenti aſſumpti B.

A B
B * B *

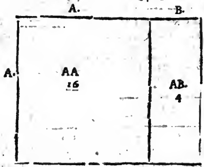
AB BB A + B
BB + B *

AB + BB = AB + BB.

4 2
2 * 2 *

8 4 4 + 2
4 * 2

8 + 4 = 12 = 8 + 4 = 12.



52 *In numeris*. Sit A 4, et B 2, erit rectangulum ex 4 et 2. ſc. 8 additum quadrato 2. videl. 4 æquale rectangulo ex 4 + 2 et 2. videli. 8 + 4 ideſt 12.

Sumamus etiam alterum ſegmentum majus A, quod quadrandum, vt ſit AA, quod additum AB rectangulo, erit ſumma AA + AB æquale rectangulo facto ex A + B et A. Quod etiam in numeris videre licet. Vt:

A A
B * A *

AB AA A + B
AA + A

AA + AB = AA + AB

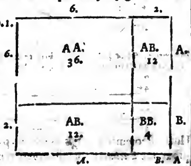
4 4 2.
2 * 4 *

8 16 4 + 2
16 + 4 *

16 + 8 = 24 = 16 + 8 = 24.

53 *Si recta linea ſecta ſit vtcumq; : Quadratum, quod à tota deſcribitur, æquale eſt illis, quæ à ſegmentis deſcribuntur quadratis, & ei, quod bis ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo.*

Quod Theorema explicavimus ſupra lib. 1.



Et demonſtravimus etiam lib. 1.
Quam explicationem et demonſtrationem hic aliquo modo aliter proponemus. Sit itaq; data linea recta a diviſa vtcunq; in duas partes inæquales. Dico quadratum totius rectæ A + B æquale eſſe quadratis ſegmentorum A et B, et rectangulo inſuper comprehenſo bis, ſub ſegmentis A et B. Quod ex multiplicationibus perſpicuum. Vt:

A → B
A → B *

AA + AB   AA   AB   BB.
AB → BB   2 *

54 AA + 2. AB → BB ══ AA + 2. AB + BB.

In Numeris. Sit A 6, B 2, erit quadratum 36 + 24 + 4, id eſt, 64 à latere 6 → 2 deſcriptū æquale 36., id eſt, quadrato lineæ 6. & 4., id eſt, quadrato lineæ 2., ſicuti et duplici rectangulo 24, ſuper 6 & 2. deſcripto. Vt:

6 + 2   6   2   6
6 + 2   6 *   2 *   2 *

36 → 12   36   4   12
12 → 4   4   2 *

36 + 24 → 4 ══ 36 → 4 → 24. id eſt
24   24
4 +   4 +

64 ══ 64.

Conſectarium.

55 *Si linea recta fuerit dupla lineæ rectæ, quadratum ex illa deſcriptum eſt quadruplum quadrati ex hac deſcripti. Et ſi quadratum fuerit duplũ quadrati, latus illius duplum eſt lateris huius.*

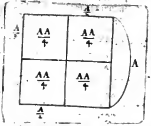
Sit A + A, id eſt 2. A dupla lineæ A dico, recta

56 A → A quadratum eſſe quadruplum quadrati rectæ A. *Sic etiam in numeris*: ſit A 2, erit 2. A vel A + A 4, cujus quadratum ſc. 16. eſt quadruplum 4, ſc. quadrati ſuper 2. deſcripti. Vt:

A + A   2 → 2
A → A *   2 → 2 *

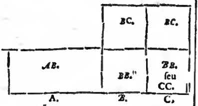
AA → AA   A   4 → 4   2
AA + AA   A *   4 + 4   2

AA + 2. AA + AA ══ AA.   4 ϰ 8 ϰ 4 ══ 4.



57 *Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia: Rectangulum ſub inæqualibus ſegmentis totius comprehenſum, una cum quadrato, quod ab intermedia ſectionũ, æquale eſt ei, quod à dimidia deſcribitur, quadrato.*

Dividatur recta A + B + C in duas partes æquales, ut A æquale ſit B → C: dividatur etiam eadem linea A ϰ B ϰ C in partes duas inæqualea, vt hic major pars eſt A ϰ B & minor C. Sectio media ergo eſt B, quâ nimirum dimidia B ϰ C, minus ſegmentum C ſuperat, vel qua majus ſegmentum A ϰ B, dimidium A excedit. Dico rectangulum ſub ſegmentis inæqualibus A ϰ B & C comprehenſum, una cum quadrato rectæ B, quæ inter duas eſt ſectiones, æquari quadrato dimidiæ B ϰ C: ſic rectangulum A B ϰ 2. BB æquabitur BB ϰ 2. BC → CC; ratio eſt, tum quia A B eſt duplum BB vel CC vel etiam BC, vti ex theſi & conſtructione liquet; tum etiam, quia BC BB & CC ſunt magnitudines æquales, vt patet.



A ϰ B   B   B ϰ C
B *   B *   B ϰ C *

AB ϰ BB   BB   BB ϰ BC
BB ϰ   BC ϰ CC

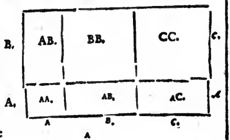
AB ϰ 2. BB ══ BB ϰ 2. BC ϰ CC

58 *In numeris*. Sit data A 6, & B ϰ C 6, erit ergo B 3, & C totidem, rectangulum 36 ex 9 ϰ 3 & quadrato 9 æquabitur quadrato 36, facto ex 2 ϰ 3, hoc eſt 6. Vt.

```
 9        3           3 + 3 = 6
 3 *      3 *         3 + 3 * = 6 *
------------------------------------
27        9           9 + 9     36.
 9 +                      9 + 9
------------------------------------
36 ================ 9 + 18 + 9 = 36.
```

59 *Si linea recta bifariam ſecetur, & illi recta quædam linea in rectum adiciatur: Rectangulum comprehenſum ſub tota cum ad, ecta, vna cum quadrato à dimidia, æquale eſt quadrato à linea, quæ tum ex dimidia, tum ex adiecta componitur, tanquam ab una, deſcripte.*

Sit data recta B + C ſecta in duas partes æquales, cui in rectum adiecta linea A, dico rectangulum comprehenſum ſub tota compoſita A + B + C, et adiecta A, vna cum quadrato dimidiæ B vel C, æquati quadrato lineæ A + B, quæ ex dimidia B & adiecta A componitur.



Sciendum autem rectangulo AB æquati rectangulum AC, vti ex figura & numeris patebit; erit ergo AA + BB + AB + AC æquale 2. AA + AB + BB. Vt;

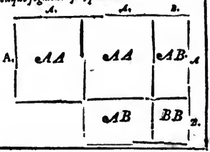
```
A + B + C        B        C              A
A *              B *      C *            B *
-------------------------------------------------
AA + AB + AC     BB vel CC               A + B
AA +                                     A + B *
-------------------------------------------------
AA + BB + AB + AC ================       AA + AB
                                            AB + BB
                                         ----------
                                         AA + 2, AB + BB,
```

60 *In numeris.* Sit A 5 & totidem B, C 4, vt tota linea A + B + C ſit 5 + 5 + 4, æquabitur ergo quadratum 25 + 40 + 16 ex 5 + 4 factum, rectangulo 20 + 20 + 16 facto ex 5 + 5 + 4 & quadrato 25. Vt

```
5 + 5 + 4           5          5 + 4
4 *                 5 *        5 + 4 *
-------------------------------------------
20 + 20 + 16        25         25 + 20
      25 +                          20 + 16
-------------------------------------------
20 + 20 + 41 ====== 81 ======= 25 + 40 + 16 = 81
```

61 *Si recta linea ſecetur utcunq; Quod à tota, quodq; ab vno ſegmentorum utraque ſimul quadrata, æqualia ſunt & illi, quod bis ſub tota, & dicto ſegmento comprehenditur, rectangulo, & illi, quod à reliquo ſegmento ſit, quadrato.*

Secantur recta A + B ut cumq; dico quadratum totius A + B, & quadratum ſegmenti, ſive majoris A, ſive minoris B, æqualia eſſe rectangulo bis comprehenſo ſub tota A + B & dicto ſegmento B, vna cum quadrato reliqui ſegmenti majoris A Vt.



A   A + B   A + B   B
A *   A + B *   2 *   B *

AA.   AA + AB   2. A + 2. B   BB
AB + BB   A *

AA + 2. AB + BB   2. AA + 2. AB
AA +   BB +

2. AA + 2. AB + BB = 2. AA + 2. AB + BB.

62 *In numeris.* Sit data A 6. B 4, erit A + B 10. Æquabitur autem quadratum 36. cum quadrato 100 ſc. 136., iſti rectangulo 120 ex 6 & duplo 10 facto. ideſt, 20. ſicuti & quadrato 16 ex 4 in ſe ipsū ducto. Vt:

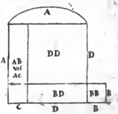
6   10   10   4
6 *   10 *   2 *   4 *

36   100.   20   16.
100 +   6 *

136   120
16 *

136.

63 *Si recta linea ſecetur in partes inæquales: earum partium quadrata æqualia ſūt rectangulo, quod bis dictis partibus continetur, vna cum quadrato ejus lineæ, qua major pars ſuperat minorem. Commandinus c. l.*



Secetur A + B in partes inæquales A & B; ponatur autem minori parti B æqualis linea C, ut D ſit exceſſus, quo pars A ſuperat partem B. Dico quadrata partium A & B æquari rectangulo, quod bis continetur ſub A & B, vna cum quadrato lineæ D. Cum autem quadrato AA æquetur AB + DD + BD, ut nos vel ipſa ſchematis *αὐτοψία* inſtruit, & alteri rectanguli AB æquale ſit BD + BB; ſequitur AA + BB æquari 2. AB + DD. quod erat demonſtrandum. Vt:

A   D
B *   D *

A   B   AB   DD
A *   B *   2 *

AA + BB.. BB = 2. AB + DD.

64 *In numeris.* Sit data A 6, & B 2, erunt hæc duo quadrata 36 + 4, id eſt, 40 æqualia ex 6 & 2 rectangulo duplicato ſc. 24. cum addito quadrato 16, facto ex 4. videlicet 24 + 16 = 40. Vt.

65 *Si recta linea ſecetur vtcumq;: Rectangulum quater comprehenſum ſub tota & uno ſegmentorum, cum eo, quod à reliquo ſegmento fit, quadrato, æquale eſt ei, quod à tota & dicto ſegmento, tāquā ab una linea deſcribitur, quadrato.*

6   4
2 *   4 *

12   16
2

6   2   24
6 *   2   16 +

36 + 4 = 40 = 24 + 16 = 40.

Sit recta data A + B, quæ ſecta in duas partes vtcunq; dico rectangulum quater comprehenſum ſua A + B, & ſegmento ſive majore A, ſive minore B, vna cum quadrato reliqui ſegmenti A, æquale eſſe quadrato lineæ, quæ ex recta A + B, & dicto ſegmēto B. cōponitur.

AA	AB	AB	A.
AB	BB	BB	B.
AB	BB	BB	B.
A	B	B	

vt   A + B   A   A + B + B
4. *   A *   A + B + B *

4. A + 4. B   AA.   AA + AB + AB
B *   AB + BB + BB
AB + BB + BB

4. AB + 4. BB
AA +   AA + 2. AB + 2. AB + 2. BB + BB. id eſt.

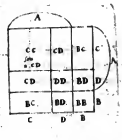
AA + 4. AB + 4. BB = AA + 4. AB + 4. BB

66 *In Numeris.* Sit data *A* 6, B 4 & A + B 10; erit quadratum 36 cum rectangulo 160 facta ex 4 & quadruplo 10, æquale quadrato 196, ex 4 & 10 conſtituto. Ex. gr.

10	6	10
4 *	6	4 *
40	36.	14
B. 4 *		14 *
160		56
36 *		14
196.		196.

67 *Si recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia: Quadrata, quę ab inæqualibus totius ſegmentis fiunt, ſimul duplicia ſunt & ejus, quod à dimidio, & ejus, quod ab intermedia ſectionum fit, quadrati.*

Secetur enim recta A + B bifariam, ut una ſemiſſis ſit C, altera D + *B*; & non bifariam, ut partes inæquales ſiant A & B. Dico, quadrata ſegmentorum inæqualiũ A & *B*, ſimul dupla eſſe quadratorum ſimul. quæ fiunt ex dimidia C, & ex inter media ſectionum D. Sic AA, id eſt, CC + 2. C D + DD & BB eſt duplum ipſorum CC + DD, probatur; quia 2. C D + BB æquatur CC + DD, ergo AA + *BB* ſunt dupla quadratorum *CC* + DD, cum hæc bis in illis contineantur. Quod autem 2. C D + BB æqualia ſint *C* + *D*D ſic probo: C *D* æquatur *DD* + BD. Si ergo BB + BD + *CD* æquentur *CC*, erunt neceſſario BB + 2. C*D* æqualia duobus quadratis C*C* + DD. Vt:



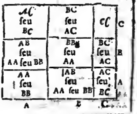
A	B	C	D
A *	B *	C	D
AA + BB		CC + DD	

68 *In numeris.* Sit *A* 10. & *B* 2, C 6, D 4, erit quadratum 100. + 4 duplum quadratorum 36 + 16, quæ ſi duplicentur, erunt 100 + 4 id eſt, 104 æqualia quadratis duplicatis ſc. 104. Vt.

10	2	6	4
10 *	2 *	6 *	4 *
100	4	36	16
4 +		16	
104		52	
		2 *	
104		104.	

69 *Si recta linea bifariam ſecetur, adjiciatur autem ei in rectum quapiam recta linea: Quod à tota cum adjuncta, & quod ab adjuncta, utraq; ſimul quadrata, duplicia ſunt & ejus, quod à dimidia, & ejus, quod à compoſita e dimidia & adjuncta, tanquam ab una, deſcriptum ſit, quadrati.*

Sit data recta A + B, ſecta in duas partes æquales. ut ſunt A & B, quibus in rectum addatur, C. dico duo quadrata rectarum linearum A + B + C & C, ſimul dupla eſſe quadratorum ſimul, quæ ex rectis A & B + C deſcribuntur. Demonſtratio hujus manifeſta eſt ex theoremate præcedenti. Vt.



A → B → C　　C　　B → C　　A
A → B → C *　　C *　　B ← C *　　A. *
AA → AB → AC　　CC.　　BB ← BC　　AA
AB ← BB → BC　　BC ← CC
AC → BC → CC
BB ✠ 2. BC ✠ CC
AA ← 2. AB → 2. AC → BB ← 2. BC → CC.　　AA ←
CC ←
AA → BB * 2. BC → CC
2

AA → 2. AB → 2. AC → BB → 2. BC → 2. CC ═══ 2. AA → 2. BB → 4. BC → CC.

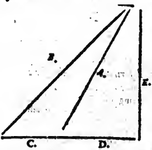
70 *In numeris*. Sit data Sectio A 4 & totidem B, C verò 2, erit quadratum totius lineæ 16 ← 32 → 32 ✠ 16 ✠ 4 vna cum ſectionis C quadrato, ſc. 4 æquale quadrato 32 ← 32 ← 40 ex B → C cum quadrato 16 ex A, duplicato, videlicet 32 ↑ 32 ↑ 40, quę æquantur 104. Vt:

4 ↑ 4 ↑ 2　　2　　4 ↑ 2　　4
4 ↑ 4 ↑ 2 *　　2 *　　4 ↑ 2 *　　4 *
16 ↑ 16 ↑ 8　　4　　16 ↑ 8　　16
16 ↑ 16 ↑ 8　　8 ↑ 4
8 ↑ 8 ✠ 4
16 ↑ 32 ↑ 32 ↑ 16 ↑ 4　　16 ↑ 16 ↑ 4
4 ↑　　16 ✠
16 ↑ 16 ✠ 20
2 *

16 ↑ 32 ↑ 32 16 ↑ 8 ═══ 104 ═══ 32 ↑ 32 ↑ 40 ═══ 104.

71 *In Amblygonijs triangulis, quadratum, quod fit à latere angulum obtuſum ſubtendente, majus eſt quadratis; quæ fiunt à lateribus obtuſum angulum comprehẽdentibus, rectangulo bis comprehenſo & ab vno laterum, quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod, cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab aſſumpta exterius linea ſub perpendiculari prope angulum obtuſum.*

Sit triangulum prædictum ABC, habens angulum AC, in quo ad latus D ad partes anguli obtuſi protractum cadat perpendicularis E. Dico, quadratum lateris B, quod obtuſo angulo opponitur, majus eſſe quadratis laterum A & C, rectangulo bis comprehenſo C & D, hoc eſt, quadratum lateris B æquale eſſe duobus quadratis laterum A & C, una cum rectangulo ſub C & D bis comprehenſo. Vt.



B　　A　　C　　C
B *　　A　　C　　D
BB.　　AA　　CC　　CD
CC ↑　　2

BB ── CC ↑ AA ═══ 2. CD

72 *In Numeris*. Sit B latus 40, A 32, C 16, & D 10; erit 1600 minus 1280 æquale 320, quod voluit theorema.

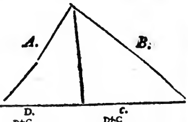
B. 40　　16　　C. 16　　A. 32
40 *　　10 *　　16 *　　32 *
1600　　160　　96　　64
1280　　2 *　　16　　96
320 ═══ 320　　256　　1024
256 ✠
1280.

73 *In Oxygonijs triangulis, quadratũ à latere angulũ acutũ ſubtendente minus eſt qua-*

dra-

dratis, quę fiunt à lateribus acutum angulum comprehendentibus, rectangulo bis compreheuſo, & ab uno laterum, quæ ſunt circa acutum angulum, in quod perpendicularis cadit, & ab aſſumpta interius linea ſub perpendiculari prope acutum angulum.

Sint omnes trianguli ABD†C anguli acuti, & ex vertice trianguli perpendicularis demiſſa cadat in latus D†C. Dico quadratum lateris A, quod acuto angulo B(opponitur, minus eſſe quadratis laterum B, & D†C, circa angulum acutum dictum, rectangulo bis comprehenſo ſub D†C & C, hoc eſt, quadrarum lateris A, vna cum rectangulo bis comprehenſo D†C & C, æquale eſſe duobus quadratis laterum B & D†C, Vt



A   B   D†C   D†C
A *   B *   D†C   C *
AA   BB   DD ✕ CD   CD ✕ CC
CD ✕ CC   2 *

DD ✕ 2.DC ✕ CC   2.DC † 2.CC
BB ←

BB ✕ DD ✕ 2. DC ✕ CC
AA —

BB ✕ DD † 2.DC ✕ CC — AA == 2.DC ✕ 2.CC.

74 *In numeris.* Si datum latus A 13, B 15 & D ✕ C 4, cuius pars D 5, & C 9. erit quadratum 169 vna cum rectangulo bis comprehenſo 252 ex latere 14 & 9 duplicato, æquale duobus quadratis laterum 225 & 196.

Vt:

A. 13   B. 15   D ✕ C 14   D ✕ C 14
13 *   15 *   14   C 9 *

39   75   56   126
13   15   14   2 *

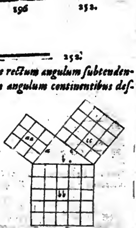
169   225   196   252.
196 +

421   421
169 —

252 ==== 252.

75 *In rectangulis triangulis, quadratum, quod à latere rectum angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt eis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus deſcribuntur quadratis.*

In triangulo *A* B C, angulus *A*C ſit rectus, deſcribantur ſuper lineas *A*, B & C quadrata AA, BB & CC. Dico quadratum BB, deſcriptum ſuper latus B, quod angulo recto opponitur, æquale eſſe duobus quadratis AA & CC, quę ſuper alia duo latera ſunt deſcripta. Sive hæc duo latera *A* ſc. & C æqualia ſint, ſive inæqualia. Vt:



A   C   B
A *   C *   B *

AA   CC   BB
CC *

AA ← CC ==== BB.

76 *In numeris.* Sit data *A* 3 & C 4, ſicuti & B 5. Dico 9 quadratum lineę 3, cum 16 quadrato lineæ 4 æquale eſſe 25, quadrato ſc. lineæ 5. Vt

3   4   5
3 *   4 *   5 *

9   16   25
16 *

25 ==== 25

Co-

77 *Cognitis ergo duobus quadratis, tertium non ignorabitur, & conſequenter cognitis in triangulo prædicto duabus lineis tertia non ignorabitur, ſi videlicet ex quadrato invento latus ejus extrahatur.*

Exemplum 1.

Dantur latus A 3 & C 4, quęritur B? R. 5. Vt:

A C B
A * C * B *
AA CC BB
CC +

In Numeris.

3 4 5
3 * 4 * 5 *
9 16 25
16 +

AA + CC = BB LQ
A + C = B.

25 = 25 LQ
5 = 5.

Exemplum 2.

Dantur latera A 3, & B 5, quæritur latus C? R. 4.

A B C
A * B * C *
AA BB CC
AA —
BB — AA = CC LQ
B — A = C.

In Numeris.

3 5 4
3 * 5 * 4 *
9 25 16
9 —
16 = 16 LQ
4 = 4.

Exemplum 3.

Eodem modo inveſtigatur latus A 3, ex datis B 5, & C 4.

B C A
B * C * A
BB CC AA
CC —
BB — CC = AA LQ.
B — C = A.

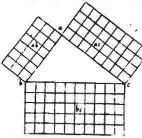
In Numeris.

5 4 3
5 * 4 * 3 *
25 16 9
16 —
9 = 9 LQ.
3 = 3.

78 *In triangulis rectangulis, figura quævis à latere rectum angulum ſubtendente deſcripta, æqualis eſt figuris, quæ priori illi ſimiles, & ſimiliter poſitæ à lateribus rectum angulum continentibus deſcribuntur.*

Sit triangulum rectangulum ABC, habens angulum A rectū, deſcribaturq; ſuper BC quęcunq; figura rectilinea BC; cui ſimiles ſimiliterq; poſitæ ſuper A & B, itē A & C conſtituantur ſc. AB & AC. Dico figuram BC æqualem eſſe duabus figuris AB & AC.

Ex. gr. detur rectanguli AB longitudo 6. latitudo 3. & AC longitudo 8, latitudo 4, ſimiliter BC longitudo 10, & latitudo ejus 5. quęrantur ex duobus datis quęſita. Vt



Exemplum 1.

Dantur latera rectanguli AB & AC, quæritur rectangulum BC? R. 50.

A A B
B * C * C *
AB + AC = BC

6 8
3 * 4 *
18 32 10
18 * 5 *
50 = 50.

Exemplum 2.

Dantur latera rectanguli AB & BC, quęritur AC? R. 32. Vt:

A B A — 6 10 8
B* C* C* — 3* 5* 4*
AB BC AC — 18 50 32
AB — — 18 —
BC — AB = AC. — 32 = 32.

Exemplum 3.

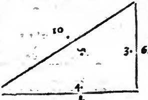
Dentur rectanguli AC & BC latera, quæritur AB ? R. 18. Vt

A B A — 8 10 6
C* C* B* — 4* 5* 3*
AC BC AB — 32 50 18
AC — — 32 —
Bc — AC = AB. — 18 = 18.

79 Aurea hæc ſunt theoremata, pro cujus prioris inventione *Pythagoras* hecatõbam, vt *Laertius*, vel vt *Proclus* tradit, bovem obtulit. *Solet autem hoc theorema duplici modo numeris explicari: altero Pythagoræ, altero Platonis.*

80 *Pythagore ratio eſt ex numero impari: Si quadratus imparis numeri pro crure primo & minimo dati anguli recti, minuatur unitate; dimidius reliqui erit crus alterum; auctus unitate erit ſubtenſa.*

Ex. gr. in hoc triangulo quadratum ſubtenſæ eſt 25, æqualis quadratis 16 & 9 è cruribus 4 & 3 angulum rectum comprehendentibus: itaq; ſi 3 imparis pro crure anguli recti primo dati, quadratus 9 minuatur vnitate, vt fiant 8, dimidius hujus reliqui ſc. 4. erit crus alterum: idemq; ille 4. dimidius vnitate auctus, dat ſubtenſam 5. Vt:



81 *Platonica ratio eſt è numero pari: Si dimidius paris numeri, pro crure primo et minimo dati, quadretur; quadratus minutus unitate, erit crus alterũ, auctus unitate, erit hypothenuſa.* Vt in hoc triangulo quadratus hypothenuſæ 100 æquatur quadratis 64 & 36 ex cruribus 6 & 8, itaq; ſi 3 dimidius paris numeri pro primo crure dati quadretur, ut fiant 9, hic vnitate minutus erit 8 crus alterum; auctus vnitate, erit hypothenuſa 10. Vt:

3 Datum
3*
9
1 —
8
2 ÷
4 quæſitum 1.
1 +
5. quæſitum 2:

6 datum
2 ÷
3
3*
9 — 9
1 + — 1 —
quæſitum 1. 10 — 8 quæſitum 2.

82 *Conſectarium.* *Cognito itaq; per geodæſiam duorum trianguli rectanguli laterũ quantitatibus, tertiũ ſeu reliquũ ope hujus theorematis facile inveſtigabitur.*

CAPVT IV.

DE

Reductione Æquationis.

1 *SEquitur Aequationis reductio, quę eſt magnitudinis ex una æquationis parte in alteram partem ſub contraria affectionis nota tranſpoſitio.*

Per

Per hanc reductionem debemus certam magnitudinem ex vna æquationis parte conſtituere, cui reliqua comparetur.

2 *Inſtituitur autem hæc Reductio æquationis tùm, quando in alicujus ænigmatis analyſi ad æqualitatem deventum fuerit, ita ut per magnitudinem majoris poteſtatis reliqua magnitudo inventa æqualitatis dividi nequeat, tum, quam, reducetur æqualitas inventa prius, quàm diviſio inſtituatur.*

3 *Ita vero Diviſio inſtitui nequit, quando poteſtas major, per cujus magnitudinem tentanda eſt diviſio, vel non ſola collocatur in altera parte æquationis, vel etiamſi ſola collocetur, tamen in parte etiam reliqua eadem poteſtas invenitur.*

Vt ex hiſce exemplis luce meridiana clarius. Ex. gr. Sit inventa æquatio inter 3. A — 21 & 16. Hic patebit, apparet, diviſionem non poſſe inſtitui per 3, numerum ſc. majoris poteſtatis A, quandoquidem non ſolum 3. A alteram æquationis partem formant, ſed 3. A — 21. Eadem ratione, ſi æquatio fuerit inter 6. A & 37 — 4. A, non poterit diviſio fieri per 6, numerum videlicet hujus poteſtatis A, quia licet hic ſolus numerus 6. A occupet alteram partem æquationis, eadem tamen poteſtas A etiam in altera æquationis parte invenitur.

4 Juxta Franciſci Vietæ conſilium per hanc reductionem omnes dignitates ex vna æquationis parte reponuntur, vt ex alia iis reſpondeat comparationis homogeneum. Quapropter illi, qui exiſtimant collocandam eſſe poteſtatem ſolam ex vna æquationis parte, cenſent diviſionem per magnitudinem majoris poteſtatis fieri non poſſe, niſi hoc modo inſtituatur reductio, ſicuti nec ipſam diviſionem fieri poſſe, quando in utraq; æquationis parte eadem invenitur poteſtas, vel numerus abſolutus utrobiq; invenitur, Ex. gr. Si eſſet æquatio 6. A † 10 æquari 70 † 2. B, in qua in utraq; æquationis parte eſt latus, ſeu A & B, & numerus abſolutus; idcirco prius hæc æquatio ſc. 4. A ═ 60 inquirenda eſt, quàm inſtituatur diviſio. Sed videtur cum Vieta inſtitui reductio, non quia ex una æquationis parte ſola debeat eſſe major poteſtas, ſed quia poteſtates omnes debeant ex una parte reponi, & inſuper, quia eadem poteſtas ex vtraq; parte eſſe non debet, ſicut nec numerus abſolutus.

5 *Sũt ergo omnes hæ æquationes reducendæ ad alias, in quibus major poteſtas in altera æquationis parte ſola ſtatuitur, & in altera parte amplius non repetitur, & in quibus nulla poteſtas bis ponitur.*

6 Totumq; reductionis artificium in duobus hiſce conſiſtet axiomatibus *Euclidæis*: Si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ reliqua, ſunt æqualia: & ſi æqualibus æqualia addantur, compoſita ſunt æqualia.

7 *Peragitur autem hæc reductio variatione ſeu permutatione illa particularum æquationis*, de qua in cap. 2. hujus egimus.

Vt æquatio inter 3. A — 21. & 26 reducitur per reſtaurationẽ hujus negati — 21, hoc eſt, per additionem hujus numeri 21, ad vtramq; partem, ad hanc, inter 3. A ═ 37. Vt:

3. A — 21 ═ 16
21 ✠ 21 ✠
3. A ═ 37.

Ita etiam æquatio inter 6. A & 37 — 4. A per reſtaurationem hujus negati — 4. A, hoc eſt, per additionem 4. A, ad vtramq; partem, revocatur ad æquationem inter 10. A & 37, hoc modo:

6. A ═ 37. — 4. A
4. A + 4. A +
10. A ═ 37

Similiter inter 4. AA — 6 A & 65 reducitur per reſtaurationem negati hujus — 6 A, ad æquationem inter 4. AA & 6. A † 65: vtriq; enim parti additæ ſunt 6. A, Vt:

4. AA — 6. A ═ 65
6. A + 6. A +
4. AA ═ 6. A + 65.

Sit data hæc æquatio inter 3. AA † 6 A † 24 & 3. AA † 15. A, quę reducitur ad 9. A & 24 hoc modo: tollo ab utraq; parte 3. AA, vt remaneant hęc æqualia: 6. A + 24 & 15. A. Rurſus auffero ab vtraq; parte 6. A, erunt hæc 9. A æqualia 24. Vt:

3. AA † 6. A † 24 ═══ 3. AA + 15. A
3. AA —— 3. AA ——

6. A + 24 ═══ 15. A
6. A —— 6. A ——

24 ═══ 9. A

8 *Omnis ergo æqualitatis reductio, vt accuratior exiſtat, exordietur à reſtauratione negati, ſi quod fuerit.*
Hoc eſt, magnitudo negata vtriq; æquationis parti addenda, ac tum reductio inſtituenda, id eſt, magnitudo affirmata ex vna parte in alteram tranſponenda, hoc eſt, ex vtraq; parte auffereuda.
9 *Hæc Reſtauratio ſeu additio, & Tranſpoſitio ſeu ſubductio,*
Quamvis rectiſsime fiant per regulam additionis & ſubductionis, vti ex exemplis videre licuit; *tota tamen reductionis methodus hiſce duabus gubernatur regulis, quarum prima eſt:*
10 *Omnis Tranſpoſitio fit mutato ſigno.*
Id eſt, particula æquationis negata, tranſpoſita in alteram partem, fit affirmata; & contra particula affirmata, traſpoſita, fit negata.
11 Secunda regula eſt: *Homogenea ſigna negant, Heterogenea affirmant.* Hæc locum habet, ſi particula illa tranſponenda in altera parte ſimili gavisa fuerit denominatione, in quam eſt traſponenda. Vult autem hæc ſecunda regula, ſi particula æquationis traſponenda habens ſignum quodcunq; ex illis duobus † vel ——, habuerit in altera parte æquationis magnitudinem majorem ejuſdem denominationis cum eodem ſigno, ſubtrahenda eſt magnitudo illius particulæ à magnitudine, & idem relinquēdum ſignum, quod habet magnitudo, à qua fit ſubductio. Ac propterea tranſpoſitio eſt incipienda à minori magnitudine. Si verò particula tranſponenda habuerit in altera parte magnitudinem ejuſdem denominationis cum oppoſito ſigno, addenda eſt magnitudo illius particulæ huic magnitudini, ac relinquendum idem ſignum, quod habet magnitudo, cui fit additio. *Atque, vt hæc abolitio, quæ tantum in æquemultiplicibus fit,* eo melius intelligatur, adhuc unam aut alteram æquationem reducendam ſubijciemus.
Exemplum 1. Sit æquatio inter 8. A —— 14 & 13. A —— 45, quoniam igitur numeri 14 & 45 habent idem ſignum ——, propterea ut minor 14 transferatur, ſubducendus eſt numerus 14 ex 45, ut æquatio reliqua ſit inter 8. A & 13. A —— 31. Rurſus quia poteſtates ipſæ 8. A & 13. A idem habent ſignum †, idcirco minor 8. A à majori 13. A ſubducitur, ut æquatio ſit inter o. A & 5. A —— 31. Vltimo tranſpone —— 31, eritq; 5 A æquale 31. Vt.

8. A —— 14 ═══ 13. A —— 45
14 —— 14 ——

8. A ═══ 13. A —— 31
8. A —— 8. A ——

o. A ═══ 5. A —— 31

31 ═══ 5. A

Sit etiam æquatio inventa inter 26 † 2. A & 1. AA —— 4. A † 20. Primo quia † 2. A & —— 4 A diverſa ſigna habent, idcirco conjungūtur 4. A & 2. A, ut æquatio ſit inter 26 & 1. AA —— 6. A † 20. Deinde quia 26 & 20 idem ſignum † habent, ideo ſubducuntur 20 à 26, ut æquatio ſuboriatur nova inter 6 & 1. AA —— 6. A. Tertiò tranſponitur —— 6. A, ut æquatio reducta ſit inter 1. AA & 6. A —— 6. Vt:

12 *Hoc eodem modo reducuntur omnes æquationes etiam in meris ſpeciebus inſtitutæ, tranſpoſitione videlicet magnitudinum ex vna parte in aliam mutato ſigno, ſi ſc. illæ magnitudines, quæ in vna parte inveniuntur, etiam reperiantur in altera.*

26 —— 2. A ═══ 1. AA —— 4. A † 20
2. A † 2. A †

26 ═══ 1. AA —— 6. A † 20
20 —— 20 ——

6 ═══ 1. AA —— 6. A

1. AA ═══ 6. A —— 6.

Vt detur æquatio inter AB —— BC & B † C † CD † BC, in qua primò tranſponetur BC à ſiniſtra parte in dextram, ut fiat 2. BC; deinde ipſum B à dextra in ſiniſtram, vt æquatio cernatur inter AB —— B & 2. BC † CD † C Vt:

AB —— BC ═══ B † C † CD † BC
C † C †

AB —— ═══ 2. BC + CD + C:

Exem-

Exemplum 2. Sit æquatio data $AB + AC = DB - DC$ reducenda, addatur vtrinq; DC, afficitur enim ſigno negato, à cujus reſtauratione debet huius operationis initium ſumi, & fiet $AB + AC + DC = DB$, vtrinq; auferatur AB, ut ſit æquatio reliqua, $AC + DC = DB - AB$. Vt.

$$\begin{array}{rcl} AB + AC & = & DB - DC \\ DC + & & DC + \\ \hline AB + AC + DC & = & DB \\ AB - & & AB - \\ \hline AC + DC & = & DB - AB. \end{array}$$

Exemplum 3. Sit data æquatio $AA - B = CC - BD$ reducenda, addatur utriq; parti BD, ut æquatio ſit $AA + BD - B = CC$, addatur vtriq; parti B, & erit æquatio $AA = B = CC - BD$ reducta ad hanc: $AA + CC = CC + B$. Vt.

$$\begin{array}{rcl} AA - B & = & CC - BD \\ BD + & & BD + \\ \hline AA + BD - B & = & CC \\ B + & & B + \\ \hline AA + BD & = & CC + B. \end{array}$$

Exemplum 4. Sit data æquatio $AA - B = DD - CA$ reducenda: vtrobiq; addatur $B + CA$, & fiet ex communi notione $AA - B + CA = DD - DA + B + CA$, ſed affectio negata in eadem æquationis parte allidit affirmatam, proinde illic evaneſcet affectio B, & hic affectio CA, & remandit æquatio inter $AA + CA$ & $DD + B$. Vt.

$$\begin{array}{rcl} AA - B & = & DD - CA \\ B + AC + & & B + CA + \\ \hline AA - B + CA & = & DD - CA + B + CA \\ B - & & CA - B - \\ \hline AA + CA & = & DD + B. \end{array}$$

13 *In æquationibus, ſi magnitudines quæſitæ annexam habeant fractionem, fiat omnium magnitudinum ad vnam denominationem reductio: ut communis tandẽ denominator omittatur, & in ſolis tantum numeratoribus æquatio appareat. Quod fiet, ſi multiplicentur fractiones in crucem ſc. numerator prioris fractionis in denominatorem poſterioris, & denominator prioris in numeratorem poſterioris.*

Ex. gr. detur æquatio $\frac{21}{A} + A$ & 10 reducenda, vt etiam hæc $\frac{21}{B} + B$ & 10 multiplicatis terminis fractionis per crucem, erit $21 + AA$ æquale $10.A$, ſic uti etiam $21 + BB$ hiſce $10.B$. Vt:

$$\frac{21}{A} + \frac{A}{*} = 10 \qquad \text{Item} \qquad \frac{21}{1} + \frac{B}{*} = 10$$
$$21 + AA = 10.A. \qquad\qquad 21 + BB = 10.B.$$

Exempl. 2. detur æquatio inter nudas fractiones, videlicet inter $\frac{6AA + 3.A + 14}{3.A}$ & $\frac{8.A - 32}{4}$ multiplicatis terminis fractionum per crucem, erit hæc $24.AA + 12.A + 56$ æqualis $24.AA - 95$. Vt:

$$\frac{6.AA + 3.A + 14}{3.A} = \frac{8.A - 32}{4}$$
$$24.AA + 12.A + 56 = 24.AA - 96.$$

Exemp. 3. Sit data æquatio inter $\frac{A - B}{C}$ & $\frac{A + B}{C} + B + D$ reducenda in aliam huic æquipollẽtem, quod fiet reductione hujus ad idem nomen ſc. $\frac{CA - CB}{C}$ & $\frac{A + B + CB + CD}{C}$ & abiectione communis nominis ſc. C, vt æquatio in ſolis numeratoribus cenſeatur. Vt

$$\frac{A - B}{C *} = \frac{A + B}{C} + \frac{B + D}{C *}$$
$$\frac{CA - CB}{C} = \frac{A + B + CB + CD}{C}$$
$$CA - CB = A + B + CB + CD.$$

14 *Demõſtrari reductiones æquationũ inter fractiones facillimè poſſunt hoc modo:* Quoniam ſi duæ fractiones ponantur eſſe æquales, erit proportio eadem numeratoris antecedentis ad denominatorẽ ejuſdẽ fractionis, quo eſt numeratoris fractionis conſequentis ad deno-

minatorem einſdem. Quocirca ſi fractiones per crucem multiplicentur, hoc eſt, numerator fractionis antecedentis per denominatorem conſequentis multiplicetur, & denominator antecedẽtis in numeratorem conſequentis, videlicet magnitudo prima in quartam & ſecunda in tertiam, factę erunt magnitudines ęquales, Atq; hac ratione æquatio inventa. Quod erat demonſtrãdũ.

15 Atq; hæc eſt *Iſomaria*, qua fractiones ad idem nomen reducimus, & homogeneum commune denominans, vel ortos ab eo gradus per coefficientes datas multiplicamus; datumq; comparationis homogeneum. Latera vero multiplicamus per coefficientes longitudines; quadrata, per coefficientes planas, per homogenea tamen datę menſurę plana; cubos in parabolas ſolidas, ſeu homogenea datę menſurę ſolida. Quod autem fit ex communi denominatore, & latere datę ęquationis, erit ęquationis ita præparatæ Latus. Vt:

Exemplum 1. Sit data ęquatio inter $1.AAA + \frac{2}{3}A$ & 25, per hanc Iſomæriam reducetur hęc ęquatio data ad hanc quęſitam, ſc. $1.AAA + 6.A = 575$, hoc modo: multiplica $1.AAA$ per 3. denominatorem fractionis $\frac{2}{3}$, vt fiat $3.AAA$, cujus cubus eſt $27.AAA$, qui ſi dividatur per 27 cubum videlicet ipſius 3 denominatoris, erit quotus $1.AAA$. Multiplicetur etiam $2.A$ numerus laterum in 3 denominatorem fractionis, & factus erit $6A$. Vltimo multiplicetur 25 comparationis homogeneum in 27 cubum denominatois, ut factus ſit 575. Erit itaq; ęquatio data $1.AAA + \frac{2}{3}A = 25$ per Iſomęriam reducta ad hanc: $1.AAA + 6.A = 575$. Vt:

$$1.AAA + \frac{2}{3}A = 25.$$

3 * | 2. A * | 27 *
3. AAA. | 6. A | 75
3 * | | 50
9 | | 575.
3 *
27
27 ÷

$$1.AAA + 6.A = 575.$$

Exemplum 2. Sit data itidem ęquatio inter $1.BBB + \frac{5}{6}B$ & 432, quæ per Iſomæriam reducta reſtituit hanc: $1.BBB + 30B = 93312$. Ducatur enim $1.BBB$ per denominatorem 6, & $6.BBB$ cubetur, cubuſq; 216 dividatur per 216 cubum denominatoris 6, ut quotus ſit $1.BBB$. Multiplicetur etiam numerator $5.B$ per denominatorem 6, ut factus ſit $30 B$. Tertio ducatur comparationis homogeneũ 432 in 216 cubum denominatoris, & productus numerus ſit 93312. Eſt itaq; æquatio propoſita $1.BBB + \frac{5}{6}B = 432$ reducta ad hanc in numeris integris conſiſtentem; ſc. $1.BBB + 30.B = 93312$. Vt:

$$1.BBB + \frac{5.B.}{6} = 432$$

6 * | 5 * | 216 *
6.BBB. | 30. B | 2592
6 * | | 432
36 | | 864
6 * | | 93312
216.
216 ÷

$$1.BBB + 30.B = 93312.$$

16 *Preterea, ſi de Rectangulo A B, latus B ſit reijciendũ, ita tamẽ vt reſervemus valorem τῦ AB, erit (ut ſuperius) A cũ valore τῦ A B multiplicandum, & hoc facto ſemper pro A B vtendum:*

Sic etenim aliquid reijciendum, ut unum ſimul & ſemel inveniamus, ex. gr. illud A, ut ſit B æquale 17, detur vero rectangulum AB, ad reijciendum B, dele vtrumq; B, & A multiplica per valorem τῦ B ſc. per 17; productumq; 17. A erit loco AB rectanguli ſtatuendum. Vt

$$\frac{B = 17}{A B}$$
$$A = 17.$$

17 *Si æquatio detur in majoribus terminis, deprimenda eſt, ſeu reducenda ad minores ſpecies, quod fiet, ſi datarum omnium magnitudinum fiat ad eundem gradum communis adplicatio.*

Cujus vſus in numeroſa adfectarũ æquationũ reductione non exiguus eſt; quãdoqnidẽ non ſecus ac fractionum, ſic magnitudinum quæſitarum valor facilius cognoſcitur in minoribus poteſtatibus, quàm in majoribus. Dicitur hæc depreſſio *Hypobibaſmus*, cùm nihil aliud ſit, quàm æqua poteſtatis & parodicorum graduum depreſsio, obſervato ſcalæ ordine, donec homogeneum ſub depreſsiori gradu in datum omnino homogeneum cadat, cui reliqua comparantur, quod (ut dixi) fit ſubtrahendo gradum depreſsiorẽ parodicũ tam à poteſtate, quàm ab alijs gradibus reduces parodicis. Ex. gr. detur æquatio $AAAA + BAAA = SAA$, quã ad minores ſpecies reduces ſubtrahendo à ſingulis ejus partibus quadratum AA, & invenies ęquationem in minoribus ſpeciebus conſtitutam, ſc. in hiſce: $AA + BA = S$. Vt.

A

$$\begin{array}{lll} AAAA + BAAA & = & S\,AA \\ AA - & AA - & AA - \\ \hline AA + BA & = & S. \end{array}$$

Exemplum 2. Sic hæc æquatio $AAA + DAA = BC$ reducetur per lateris A diviſionem ad hanc: $AA + DA = \frac{BC}{A}$ vel per quadrati AA diviſionem ad $A + D = \frac{BC}{AA}$. Vt:

$$\begin{array}{lll} AAA + DAA = BC & & AAA + DAA = BC \\ A \div \quad A \div \quad A \div & \text{Vel} & AA \div \quad AA \div \quad AA \div \\ \hline AA + DA = \frac{BC}{A} & & A + D = \frac{BC}{AA} \end{array}$$

Exemplum 3. Sit data æquatio deprimenda $AB + CAA = DA$, ſi fiat dicta poteſtatum depreſſio, æquatio reducetur ad hanc: $A + CA = D$ ſubducendo ab utraq; parte A. Vt:

$$\begin{array}{l} ab + caa = da \\ \quad a - \quad a - \\ \hline ab + ca = d. \end{array}$$

Illud eſt, dicente *Vieta*, omnia ſolida diviſiſſe per communem diviſorem, ſeu omnia ad communem adplicaſſe magnitudinem. *Ex. gr.* ſit data adhuc æquatio inter BAA & $CDA - CAA$, facta depreſſione emerget hac alia: $BA = CD - CA$ omnibus nimirum adplicatis ad A Vt:

$$\begin{array}{lll} baa & = & cda - caa \\ a - & & a - \\ \hline ba & = & cd - ca. \end{array}$$

17 *Hujus abbreviationis, ſeu reductionis ad minores ſpecies demonſtratio facilis eſt:*

Quia ſingulæ poteſtates ita deprimuntur, ut eadem prorſus ſit diſtantia, inter poteſtates, ad quas facta eſt reductio, quæ inter poteſtates primò datas; habebunt ergo poteſtates, ad quas facta eſt reductio, eandem proportionem, quam priores poteſtates datæ.

18 *Ex hiſce ſequitur Reductio æquationis per diviſionem, ut majoris poteſtatis magnitudo ſolitariè poſita ſit unitas.*

Si enim facta æquationis reductione, ut major poteſtas ex altera æquationis parte ſola collocetur, quæ major ſit quam latus, qualis eſt quadratum, cubus, quadrato-quadratum, cubo-cubus, &c. omnium magnitudinum æquationis ad magnitudinem illius poteſtatis majoris adplicatio inſtituenda eſt, ſi non eſt unitas: ita ut unitas ab illa poteſtate denominata æquetur alteri parti æquationis.

Vt ſi æquatio inventa ſit inter 3. AA & 6. A + 54, divides ſingula hæc æquationis membra per 3, ut facta æquatio ſit inter 1. AA & 2. A + 18. Vt:

$$\begin{array}{lll} 3.\,aa & = & 6.\,a + 54 \\ 3. \div & & 3. \div \quad 3. \div \\ \hline 1.\,aa & = & 2.\,a + 18 \end{array}$$

Aliud exemplum. Sit æquatio inventa inter 3. AAA + 12. A & 27. AA + 18. A 75, erit per diviſionem ternarij reducta æquatio inter 1. AA + 4. A & 9. AA + 6. A + 25. hoc modo:

$$\begin{array}{lll} 3.\,aaa + 12.\,a & = & 27.\,aa + 18.\,a + 75 \\ 3 \div & & 3 \div \\ \hline 1.\,aaa + 4.\,a & = & 9.\,aa + 6.\,a + 25. \end{array}$$

19 *Demonſtratur hæc Reductio æquationis ita:*

Cum omnes & ſinguli numeri per eundem numerum dividantur, puta per numerum majoris poteſtatis, obtinebunt eandem inter ſe proportionem quoti, quam numeri diviſi. Quapropter ut inter numeros diviſos, ita etiam inter quotos æqualitas exorietur.

20 *In omni porro æquatione, ſi reperiatur quadratum imperfectum, eſt illud perficiendum, & ex invento quadrato perfecto ejuſdem latus extrahendum.*

Ex. gr. datur hæc æquatio inter 864, & 12. B + BB. Hic 12. B + BB dicitur *quadratum imperfectum ſumma laterum*, uti conſtat ex lib. 1. hujus. Ad quod perficiendum, dicito: magnitudinem coefficientem ſeu affectam eſſe 12 = 2. A, ſi itaq; 12. æquantur 2. A, 6 æquabuntur 1 A, quæ eſt ſimpla radix, quæ in ſe multiplicata dat 36 pro quadrato AA, erit ergo, per

ad-

additionem hujus 36 ad 12. B + BB, quadratum perfectum ſuper ſummam laterum deſcriptū, 36 + 12 B + BB, ex quo quadrato eductum latus, erit 6 + B. Vt:

854 ——— 12. B + BB
2 ÷
6
6 *
36 — AA
12. B + BB +
36 + 12. B + BB
——— LQ.
6 + B.

Aliud ex. in quadrato imperfecto differentiæ laterum.

Sit ergo data æquatio inter 240. & 2. AB —— BB ideſt, 240 æquantur quadrato imperfecto differentiæ, quod reducetur hoc modo: magnitudo coefficiens eſt 2. A, quæ per 2. dividatur, vt fiat ſimpla radix, A quadratè in ſe multiplicata conſtituit AA quadratum, ab hoc ſubtrahe quadratum imperfectū differentiæ laterum 2. AB —— BB, erit quadratū perfectum differentiæ laterum AA —— 2. AB + BB, cujus latus eſt A —— B. Vt

240 ——— 2. ab —— bb
2. a
2 ÷
a
a *
aa
2. ab —— bb
aa —— 2. ab + bb
——— LQ.
a —— b.

22 *Si magnitudo fuerit latus ſurdum, in ipſis poteſtatibus inſtituetur æquatio.*

Ex. gr. datur æquatio √q. AB + C == CD, quæ per ſpecierum tráſpoſitionem reducetur adhãc: √q. AB == CD — C, & hęc per vtriuſq; membri quadraturam ad hanc ſequentem, ſc. AB == CC, DD —— 2. CDC + CC. Vt

√q. ab + c == cd
c — c —
√q. ab —— cd — c
cd — c *
cc. dd —— cdc
cdc + cc.
ab —— cc. dd —— 2. cdc + cc.

Hoc exemplum quadratum excipit exemplum Cubicum.

23 Ex. gr. data æquatio inter A + B + C & √c. DE + C + F + G, quæ reducenda eſt ita, ut evitetur vitium aſymmetriæ. Ad hoc faciendum, multiplica vtramq; partem in ſe cubice propter ſignum irrationale √C, quod fiet hoc modo: A + B + C multiplicetur per ſe quadrate, & quadratum AA + 2. AB + 2. AC + BB + 2. BC + CC ducatur in ejus latus A + B + C, vt cubus ſit AAA + 3. AAB + 3. AAC + 3. ABB + 6. ABC + BBB + 3 ACC + 3. BBC + 3. BCC + CCC Pręterea multiplicetur etiam cubicè altera æquationis pars, quæ eſt √C. DE + C + F —— G, quæ multiplicatio abſolvetur, decrpta ſolum poteſtate ſibi adjuncta, vt conſtat ex lib. 1. hujus, ſect. 2. tit. 1. memb. 1. cap. 3. §. 12. & ſic cubus quęſitus erit DE + C + F —— G, ut æqualitas maneat inter AAA + 3. AAB + 3 AAC + 3. ABB + 6. ABC + BBB + 3. ACC + 3. BBC + 3 BCC 3, + CCC & DE + C + F —— G. Vt:

a + b + c ——— VC. de + c + f —— g
a + b + c *
aa + ab + ac
ab + bb + bc
ac + bc + cc
aa + 2. ab + 2. ac + bb + 2. bc + cc.
a + b + c *
aaa + 2. aab + 2. aac + ab b + 2. abc + acc
aab + 2. abb + 2. abc + bbb + 2 bbc + bcc
aac + 2. abc + 2. acc + bcc + 2. bcc + ccc
aaa + 3. aab + 3. aac + 3. abb + 6. abc + bbb + 3. acc + 3. bbc + 3. bcc + ccc == de + c + f —— g.

Exemplum 3. *In Quadrato —— quadrato.*

Sit

Sit data æquatio inter √qq. ABC + E & D reducenda. Ad hoc præſtandum multiplica biquadrate vtramq; equationis partem, videlicet √qq. ABC + E & D, quod fiet, ſi √qq. ABC + E = D reduxeris prius ad hanc: √qq. ABC = D — E, ita quadrato — quadratum lateris √qq. ABC erit ABC, ſicuti & lateris D — E quadrato — quadratum eſt: DDDD — 4 DDDE + 6. DDEE — 4. DEEE — EEEE, vt equatio ſit inter ABC & DDDD — 4 DDDE + 6. DDEE — 4. DEEE — EEEE. Vt:

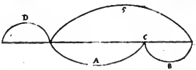
√qq. abc + e = d
e — = e —

√qq. abc = d — e
d — e
dd — de
dd — ee
dd — 2. de + ee
d — e
ddd — 2. dde + dee
dde + 2. dee — eee
ddd — 3. dde + 3. dee — eee
d — e
dddd — 3. ddde + 3. ddee — deee
ddde + 3. ddee — 3. deee + eeee

abc = dddd — 4 ddde + 6. ddee — 4. deee + eeee

Et hæc de regulis ſeu præceptis de reducendis æquationibus ſufficiunt; mantiſſæ loco aliquot exempla explicabimus, quæ penitius ponderata non mediocrem huic equationum reductioni lucem afferent. Sunt autem hæc:

22 *In omni magnitudine inaequaliter ſecta, majus ſegmentum duplicatum æquale eſt aggregato totius, & differentiæ ſegmentorum.*



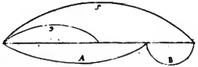
Ex. gr. Sit magnitudo data S, que ſecta in C, majus ſegmentum ſit A, minus B, & differentia ſegmentorum D, dico majus ſegmentum A duplicatum eſſe equale aggregato totius S, & differentie ſegmentorum D. Ergo 2. A equabuntur S + D, hoc modo: adde æquationem A + B = S equationi A — B = D. erit aggregatum A + B = S + A — B = D, id eſt per reductionem, 2. A = S + D. Vt:

A + B = S datum 1.
A — B = D + datum 2.

A + B = S + A — B = D. id eſt.
A — B + D + = D.

2. A = S + D. queſitum.

23 *In omni magnitudine inæqualiter ſecta, minus ſegmentum duplicatum æquatur reſiduo ex tota & differentia ſegmentorum.*



Sit

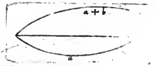
Sit ut ante ſegmentum majus A, minus B, tota linea S, differentia ſegmentorum D. dico minus ſegmentum B duplicatum ęquari reſiduo ex tota S & differentia ſegmentormu D. Subtrahatur enim $A - B = D$, ab $A + B = S$, erit magnitudo reſidua $A + B = S - A - B = - D$, id eſt, per reductionem $2.B = S - D$.

$A + B = S$ datum 1.
$A - B = D -$ datum 2.

$A + B = S - A - B = - D$. id eſt,
$- A - B - D -$

$2.B = S - D$. quæſitum.

24 *Data ſumma a ſegmentorum, vel dato ſegmento majore, & minore conjunctim, ipſa ſegmenta diſcernere.*

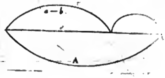


Sit ergo ſegmentũ majus A, minus B, ſit etiam $A + B$ ſegmentorum ſumma 8, quæritur, quantum ſit ſegmentum A, quantum etiam B? Reſpondeo, ſi $A + B$, id eſt, ſegmentorum ſumma æquatur 8, æquabitur A ſegmentum majus $8 - B$, & B ſegmentum minus $8 - A$. Vt:

$A + B = 8$ datum $A + B = 8$ datum.
B — B — A — A —

A. $= 8 - B$ Quæſitum 1 $B = 8 - A$ Quæſitum 2.

25 *Data differentia ſegmentorum, id eſt, dato ſegmento majore minus minore, ipſa lateris ſegmenta diſcernere.*



Sit ſegmentum maius A, minus B, differentia ſegmentorum $A - B$, quæ ponatur eſſe 4, quæritur ſegmentum maius A? quæritur itidem minus B? Reſpondeo, ſi ſegmentorum differentia $A - B$ ęquatur 4, ęquabitur ſegmentum maius A, $4 + B$, & B ſegmentum minus $A - 4$. Vt:

$A - B = 4$ datum.
B + B +

$A = 4 + B$ quæſitum 1.
$B = A - 4$. quæſitum 2.

26 Supereſt nunc vt huic capiti annectam, *qua ratione æqualitas in proportionem tranſmutari poſſit, & contra proportio in ęqualitatem;* maximi namq; in Algebra eſt momenti ſcire, quomodo ad analogiſmum reducenda ſit ęquatio. Ad hoc pręſtandum, notandum eſt, *magnitudinem factam ab extremis æquare quadratum mediæ, & contra, ſi fuerint tres magnitudines proportionales; vel factæ ſub mediis*, & contra, ſi fuerint quatuor proportionales datæ. *Ex.* gr. Sit data æquatio $A + B$ $C = BD$, quę reducenda venit ad analogiſmum, dic ergo, vt ſe habet $A + B$ ad B ſic ſe habebit D. ad C, in qua analogia æquatur magnitudo facta $A + B$ C ab extremis $A + B$ & C magnitudini BD factę a mediis B & D. Vt:

$A + BC = BD$

Vt $A + B$ ad B, ita D ad C
C * B *

$B + BC = BD$.

Exem-

Exemplum 2. Sit data æquatio AB ↑ CB — CD — AD, ſeu quod perinde eſt, A ↑ C B == C — AD revocanda ad proportionem quod fiet hoc modo: dic, ut A ↑ C ad C — A ita D ad B: multiplicetur enim A ↑ B magnitudo prima per B quartam, ſicuti etiam C — A ſecunda per D tertiam, & videbis factam A ↑ C B ab extremis A ↑ C & B æquari factæ C — A D à mediis C — A & D. Vt pote ubi ſupponitur terminus minor A, & major C. Vt:

A B ↑ C B == CD — AD

ſeu

A ↑ C B == C — AD

Vt A ↑ C ad B * C — A ita D ad B. D *

A ↑ C B == C — AD.

Notandum hic probe eſt, quod, cùm plana ſint proportionalia, etiam latera ſint
27 *proportionalia.*

Ex. gr. Si ſint plana hæc: AA — BB, CC 4 ↑ AA — BB, BB, DD proportionalia, erunt etiam proportionalia ipſa latera, ut ſunt: LQ. (AA — BB) LQ. ((C 4 ↑ AA — BB), B, D. Vt:

AA — BB, CC 4 ↑ AA — BB, BB DD. Plana.

LQ. (AA — BB) LQ. (CC 4 ± AA — BB) B, D. Latera.

28 *Præterea, ut æqualitas tranſmutatur in proportionem, ita & proportio mutari poteſt in æqualitatem.*

Cũ autẽ fractio ſæpenumero æquet integrã magnitudinẽ, nõ omnis æquatio in ſua membra reſolubilis erit, niſi illa, cujus numerator in duas magnitudines reſolvi poteſt, quæ ſua multiplicatione ipſum generant numeratorem.

29 *Reſolutio autem hæc, cujus beneficio æquatio convertitur in proportionem, abſolvitur hoc modo: Denominator fractionis reſolvendæ, & integra magnitudo, quam æquat ipſa fractio, ſint extremi in proportione termini, at verò magnitudines, quæ ſua multiplicatione numeratorem producunt, medij termini.*

In quibus tamen obſervandum, ut primus, & ſecundus terminus ſint magnitudines homogeneæ, cum heterogeneæ ad ſe invicem comparari nequeant.

30 *Interdum accidit, ut tres duntaxat requirantur termini, cùm re vera quatuor ſint; nam unus ſi bis accipiatur, habebit rationem duorum.*

Ex. gr. Sit data æquatio $\frac{AA}{B}$ == C, quæ fractio $\frac{AA}{B}$ reſolvenda eſt in ſua membra, ut æquatio tranſmutetur, quandoquidem numerator in duas magnitudines reſolvi poteſt, quæ ſua multiplicatione ipſum numeratorem efficiunt. Vt ſint dati termini extremi B & C, & medius ſit A, erit itaq; proportio, ut B ad A, ſic A ad C. Vt: $\frac{AA}{B}$ == C. ut B ad A, ſic A ad C.

Quoniam eſt ut B ad A, ità A ad $\frac{AA}{B}$, ut manifeſtum eſt, factum enim ſub extremis æquatur facto ſub mediis, ergo erunt termini proportionales; ſed $\frac{AA}{B}$ æquatur ipſi C, ergo erunt proportionales.

31 Exemplum 2. Sit data æquatio $\frac{AC}{B}$ == D. Sunto extremi termini B & D, medii verò A & C, ut fiat proportio talis: ut B ad A, ſic C ad D. Vt: $\frac{AC}{B}$ == D. ut B ad A, ſic C ad D.

Quoniam eſt, ut B ad A, ita C ad $\frac{AC}{B}$ & hæc fractio æqualis eſt ipſi D, ergo ut B ad A, ita C ad D. poſſent etiam extremi termini fieri, A & C.

32 Exemplum 3. Sit data æquatio $\frac{AB}{C ↑ D}$ == E, ſunto extremi termini C ↑ D & E, medii verò A & B vel econtra, & fiet proportio; ut C ↑ D ad A ita B ad E. Vt:

$\frac{AB}{C ↑ D}$ == E. ut C ↑ D ad E, ſic B ad E.

Exemplum 4. Sit data æquatio $\frac{ABC}{D}$ == EE, in qua extremi termini ſunt D & EE, medii autem
33 A & BC, vel B & AC, vel etiam C & AB, eruntq; termini iſti (ut ſupra) proportionales, quare erit, ut D ad A ſic BC ad EE; ſecundò ut D ad B, ſic AC ad EE; tertiò, ut D ad C, ſic AB ad EE. Vt:

$\frac{ABC}{D}$ == EE. ut D ad {A, B, C} ita {BC, AC, AB} ad EE

Exemplum 5. Sit data æquatio $\frac{AB+CB}{E} = F$. in qua extremi ſunt termini *E* & F, & medij A+C & *B*, vel è contra; eritq; analogiſmus, ut *E* ad A + C, ita *B* ad F. Vt:

$$\frac{AB+CB}{E} = F. \qquad \text{vt } E \text{ ad } A + C, \text{ ſic } B \text{ ad } F.$$

Exemplum 6. Sit data æquatio $\frac{AA - BB}{C} = D$, ubi extremi termini ſunt C & D. & medii A + B & A — *B*, & contra, & erit proportio talis: vt C ad A + *B*, ita A — *B* ad D. Vt:

$$\frac{AA - BB}{C} = D \qquad \text{vt } C \text{ ad } A + B, \text{ ſic } A - B \text{ ad } D.$$

Exēpl. 7. Sit data æquatio $\frac{AA+BB+2AB}{D} = E$ in qua termini extremi ſunt D & E, & medius A+*B*, nā ex multiplicatione A + B in ſe fit ille fractionis numerator AA + 2. *AB* + B*B*, fiatq; analogiſmus ita: vt D ad A + *B* ita A + *B* ad *E*. Vt:

$$\frac{AA+BB+2AB}{D} = E \qquad \text{vt } D \text{ ad } A + B, \text{ ita } A + B \text{ ad } E.$$

Exemplum 8. Sit data æquatio $\frac{AABB}{CC} = DD$, vbi extremi termini ſunt CC & *D*D, & medius *AB*, erit proportio, vt *C*C ad *AB*, ita *AB* ad *D*D. Vel vt CC ad AA, ſic *B*B ad DD. Vt:

$$\frac{AABB}{CC} \quad DD. \qquad \text{vt } CC \text{ ad } \left\{ \begin{matrix} AB \\ AA \end{matrix} \right\} \text{ ſic } \left\{ \begin{matrix} AB \\ BB \end{matrix} \right\} \text{ ad } DD.$$

Exemplum 9. Sit data æquatio $\frac{AA+AB+AC+BC}{D} = E$, in qua extremi termini ſunt D & *E*, & medii ſunt A + *B* & A+C. Dico ergo, ut *D* ad A+*B* ſic A+C ad *E*. Vt:

$$\frac{AA+AB+AC+BC}{D} = E. \qquad \text{vt } D \text{ ad } A + B, \text{ ſic } A + C \text{ ad } E.$$

Et tantum de fractionibus, quę ęquant integras magnitudines, & quarum numeratores poſſunt reſolvi; ſequntur ejuſmodi fractiones, quarum numeratores non ſunt reſolubiles, & idpropter fractiones iſtæ in ſua membra reſolvi nequeunt.

31 *Reducuntur autem ejuſmodi æquationes ad analogiſmum hoc modo: pro extremis terminis trium proportionalium ſtatue fractionis denominatorem, ſicuti & magnitudinem integram, cui fractio data comparatur; pro medio autem termino latus, quod vocant ligatum, quod parentheſi includi ſolet.*

Ex. gr. Sit data æquatio $\frac{AB+CD}{E} = F$, in qua extremi termini ſunt *F* & *F*, & medius fractionis $\frac{AB+CD}{E}$ numerator *AB*+*C*D, ut fiat proportio, dicendum eſt, ut *E* ad L (*A*B +CD) ita L (*A*B+CD) ad $\frac{AB+CD}{E}$, ideſt ad F. Vt:

$$\frac{AB+CD}{E} = F. \qquad \text{vt } E \text{ ad } L\ (AB+CD) \text{ ita } L\ (AB+CD) \text{ ad } \frac{AB+CD}{E} \text{ ideſt, ad } F.$$

CAPVT V.

DE

Diviſione Æquationis.

1 ET tantum de inventione & reductione Aequationis; *ſequitur ejuſdem Reſolutio, quæ eſt ęquationis diviſio, & ex iſta lateris quadrati, cubici, quadrato-quadrati &c extractio,*

De hac agetur capite 6. ſequenti, de iſta ſc. diviſione hoc loco.

2 *Diviſio eſt homogeneorum, quibus conſtat æquatio, ad datam magnitudinem, quæ in altiorem quæſiti gradum ducitur, communis adplicatio.*

Diviſio autem iſta in hoc potiſſimum verſatur, ut ſi facta reductione, ab una parte ſit numerus abſolutus, ab altera poteſtas quædam Algebrica, iſte per hunc numerū, abiecta tamē poteſtate, dividatur: erit enim id quod provenit, magnitudo quęſita.

3 *Innititur autem hęc operatio communi illi axiomati Euclideo: Si æqualia per ęqualia dividantur, quæ fiunt, ſunt ęqualia.*

Eſtq; hęc diviſio aliquod compendium regulæ illius proportionum,

5 Nonnullis regulam trium, quaſi de tribus terminis, dicta. Nam ſi ex. gr. 2. A ęquantur huic nume-

numero 6, quæſtio erit, cui numero 1. A æquetur? Ad hoc inquirendum, juxta regulam proportionum tertius terminus, ut hic 1. A multiplicandus eſt per ſecundum puta 6, & factus 6. *A* dividendus per primum ſc. 2. *A*, ut quotus ſit 3. pro valore unius *A*: *Quando enim numerus Algebricus per Algebricum ejuſdem poteſtatis dividitur, quotiens ſemper eſt numerus abſolutus.* Hinc eſt, quod regula Algebræ præcipiat, ut per numerum majoris poteſtatis alter numerus æquationis dividatur. Hac enim ratione idem ille numerus creatur, qui per regulam trium alioquin crearetur. Uti ex appoſito exemplo conſtat. Idem enim numerus producitur ex diviſione 6. *A* per 2. *A*, qui ex diviſione 6. per 2. Ut:

2. *A* ═══ 6   2. A —— 6 —— 1
2 ÷   1 *
—————— Vel ——————
2. A ═══ 3.   6/2 { 3

Exemplum 2. Item detur æquatio inter 19. *A* & 228. quæritur valor unius A? R. 12, uti ex diviſione 228. per 19 conſtat. Ut:

19. A ═══ 228
19 ÷
——————
1 A ═══ 12,

Exemplum 3. Sic data æquatione inter 26. *A* & 598, erit per diviſionem 1. A 23. Ut:

26. A ═══ 598
26 ÷
——————
A ═══ 23.

Exemplum 4. Similiter ſi 12. AA æquentur 96. A † 60? quæritur, cui numero æqualis ſit 1. AA? multiplica ergo inter ſe 96 *A* † 60 & 1. AA, quæ multiplicatio producet 96. AAA † 60 AA: Hunc factum divide per 12. A*A*, ut vult regula proportionũ, quotus erit 8. *A* † 5, ſc. valor unius *A*A. Idem hic factus proveniet, ſi per 12. AA, dicta tamen ejus poteſtate *AA*, dividas 96, *A* † 60, uti videre eſt ex calculo, ac propterea recte docet Algebræ Regula, per numerum majoris poteſtatis dividendum eſſe ſimpliciter reliquum æquationis numerum, ne longior operatio per regulam proportionis inſtituatur. Ut

12. aa ═══ 96. a † 60
1. aa   1 aa *
——————
96. aaa † 60. aa
12. aa ÷   12. aa ÷
——————
1. aa ═══ 8. a † 5

Exemplum 5. *S*it etiam æquatio inventa inter 4, quadrato —— quadrata, & 256 cubos plus 223. inquirendum eſt pretium unius quadrato —— quadrati? quod aſſequeris per regulam triũ, ſi argumenteris ita: 4. aaaa dant 256. aaa, quid dabit 1. aaaa? multiplicabis igitur 256. aaa † 223 per 1. aaaa, et factum 256. aaaaaaa † 223. aaaa divides per 4. aaaa, & habebis 1. aaaa æquale 64. aaa † 58. Ut

4. aaaa ═══ 256. aaa † 223
1. aaaa *   1. aaaa *
——————
256. aa aaaa † 223. aaaa
4 aaaa ÷   4. aaaa ÷
——————

6 Ex. 1. in ſpeciebus. 1. aaaa ═══ 64. aaa † 58.

*S*it æquatio data ABB † PB ═ SA, quæ dividenda eſt, quod fiet dividendo PB per A, ſicuti & in altera parte A per *A*, ut quotiens ſit BB † PB/A ═ S. Ut:

ABB † PB ═ SA
A ÷   *A* ÷
——————
BB † PB/A ═ S

Exemplum 2. Sit æquatio data BCC —— BFC —— HFC ═ MMH, quæ dividenda eſt ita, ut omnia adplicentur ad B, & fiet æquatio CC —— FC HFC/B ═ MMH/B. Ut:

BCC —— BFC —— HFC ═ MMH
B ÷   B ÷
——————
CC —— FC HFC/B ═ MMH/B

7 *F*acilius inſtituetur calculus abjectis poteſtatibus, ut ſupra diximus. Ex. gr.

4. AAAA ═══ 256. AAA † 223
4 ÷   4 ÷
——————
1. AAAA ═══ 64. AAA † 58.

8 *Quod ſi accidat, ut in æquatione reducta diviſor fuerit vnitas à majore poteſtate denominata, non neceſſe eſt, hoc in caſu, inſtituere diviſionem, quandoquidem unitas dividens non variat operationem, ut* ex vulgari illo axiomate patet: vnitas non multiplicat, nec dividit. Vt ſi 1. AA $=$ 6. A + 14. Quare in omni æquationum reductione in hoc vnicè incumbendum, ut æquatio ita reducatur, ut numerus majoris poteſtatis fiat vnitas, ſic enim facit m, quod imperatur.

Sequuntur aliquot ænigmata, quæ per diviſionem hanc ſolvuntur. Quorum 1. eſt:

Exemp. 1. *Datis tribus numeris Geometricè proportionalibus, inquirere ijs quar-*
9 *tum proportionalem.*

Pone pro numero quarto proportionali magnitudinem *A*, iuxta regulam *Algebræ, & cùm in 4. numeris proportionalibus rectangulum mediorum æquale ſit rectangulo extremorum*, erit quoq; æqualis factus primi & quarti, ipſi facto ſecundi & tertij. Multiplicetur igitur A per 2, item 8, per 6, eritq; æqualitas inventa inter 2. A & 48. erit ergo 1. A, per diviſionem, 24. id eſt, quartus proportionalis,

Data, 2 — 6 — 8 — A ? $=$ 24.

A *   6 *

2. A $=$ 48

2 ÷

1. A $=$ 24. proportionalis quartus quæſitus.

10 Ex. 2. *Sic in ſpeciebus dantur tres magnitudines Geometricè proportionales, quærenda eſt ijs proportionalis quarta.*

Sint proportionales datæ A, B, C, erit per regulam trium quarta proportionalis quæſita BC diviſa per *A*. hoc modo:

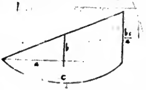
data, A — B — C — $\frac{BC}{A}$

B *

BC

A ÷

$\frac{BC}{A}$ quæſitū



11 Ex. 3. *Data duorum ſegmentorum differentia, & ratione, inquirere ipſa ſegmenta.*

Data ſit B datorum ſegmentorum differentia, & ratio eorundem, ut R. ad P, ſegmenti minoris ad majus: ſegmentum minus eſto A eritq; idcirco majus A + B; quapropter erit, ut R. ad P. ita A. ad $\frac{AP}{R}$, hoc eſt, *A* + B. Seu ut P. ad R, ita A + B ad $\frac{RA+RB}{P}$, hoc eſt, A. Vel etiam hoc modo per diviſionem rationis tribus datis quartum proportionalem indagare licet, dicendo. Vt p — r ad r: ſic b. ad $\frac{br}{p-r}$ id eſt, ad a. vt;

r — p — a   p — r — a + b   p — r — r — b

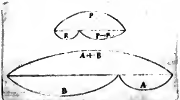
p *   r *   r *

a p   ra + rb   br

r ÷   p ÷   p — r ÷

$\frac{ap}{r} = a+b$ $\frac{ra+rb}{p} =$ A. $\frac{br}{p-r} =$ A.

12 *Ergo, vt differentia terminorum rationis datæ ad terminum minorem, ita data laterum differentia ad latus minus.*



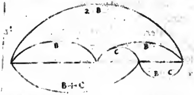
13 Ex. 4. *Datā lineā in duas partes ita diuidere, ut rectangulū ſub partibus* ad

ad quadratum differentiæ partium datam habeat rationem.

Data ſit linea dividenda 2 B & ratio data ſit, ut R ad P. pars vna eſto B + C, erit altera B — C, ita ut differentia partium ſit 2. C, rectangulum ſub partibus eſt BB — CC, & quadratum differentię partium eſt 4. CC. Dico ut ſe habet R. ad P, ita ſe habet BB — CC ad 4. CC. Vel ut 4. R. ad P, ita BB — CC ad $\frac{PBB - PCC}{4R}$ id eſt, ad CC. Et componendo erit, ut 4. R + P. ad P. ſic BB ad $\frac{PBB}{4.R+P}$ = CC. Vt;

$$\frac{B+C \quad B+C}{B-C \quad B-C}$$

$$B+C - B+C \quad BB+BC$$
$$-B+C+ \quad -BC - CC$$
$$2.C \qquad BB - CC$$
$$2.C$$
$$4.CC.$$



$$R - P - BB - CC \qquad 4.R - P - BB - CC \qquad 4.R+P - P - BB$$
$$P \qquad\qquad P \qquad\qquad P$$

$$\frac{PBB - PCC}{R} = 4.CC. \qquad \frac{PBB - PCC}{4.R} = CC. \qquad \frac{PBB}{4.R+P} = CC.$$

16 *Ergo vt eſt quadruplum primi termini plus termino ſecundo, ad ipſum terminum ſecundum, ita eſt quadratum dimidij lateris dividendi ad quadratum dimidię differentię partium.*

17 Exemp 5. *Datam rectam in duas diſpeſcere partes, ita, vt partium quadrata dato quadrato differant.*

Requiritur autem hic, ut latus dati quadrati minus ſit data linea dividenda. Sit data linea 18, quæ ita in duas partes eſt dividenda, ut quadratum majoris partis excedat quadratum partis minoris quadrato 36, puta ex 6. Ad hoc faciendum ponatur quæſita partium differentia 1. A, erit per additionem 18 ad 1. A dupla pars major 18 + A, & per ſubductionem 1. A ab 18 dupla pars minor 18 — 1. A, quę duplę partes bifariam dividantur, vt fiat ſimpla pars major $9+\frac{1}{2}A$ & ſimpla pars minor, $9-\frac{1}{2}A$; ducatur in ſe quadrate vtraq; pars ſimpla tam major $9+\frac{1}{2}A$, quam minor $9-\frac{1}{2}A$, & quadratum $81 - 9.A + \frac{1}{4}AA$ ſimplæ minoris $9-\frac{1}{2}A$ ſubtrahatur à quadrato $81 + 9A + \frac{1}{4}AA$ ſimplæ minoris $9+\frac{1}{2}A$, vt horum differentia ſit 18. A, quæ æqualis eſt 36, quadrato ex data differentia 6, hęc equalitas diviſa per 18, dat 2. pro valore vnius A. Vt:

$$\frac{18 + 1.A}{18 + 1.A} \qquad \frac{18 - 1.A}{18 - 1.A}$$
$$2 \qquad\qquad 2$$
$$9+\frac{1}{2}A \qquad 9-\frac{1}{2}A$$
$$9+\frac{1}{2}A \qquad 9-\frac{1}{2}A$$
$$81+4\frac{1}{2}A \qquad 81-4\frac{1}{2}A$$
$$4\frac{1}{2}A+\frac{1}{4}AA. \qquad 4\frac{1}{2}A+\frac{1}{4}AA$$
$$81+9.A+\frac{1}{4}AA. \qquad 81-9.A+\frac{1}{4}AA.$$
$$81-9A+\frac{1}{4}AA$$
$$18.A = 36$$
$$18.A \div \quad 18 \div$$
$$A = 2.$$

Hoc

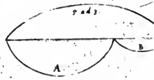
18 *Hoc Problema etiam ſic proferri poteſt :*
Data ſumma duorum laterum, & differentia quadratorum ex ipſis, diſcernere latera. Ergo

Quadratum datum pro differentia adplicetur ad latus dividendum, & quotus
19 *dabit differentiam partium, data autem differẽtia partium, & earumdem ſumma, dantur partes.*

20 Dato *lateri aliud latus adjũgere ea lege, ut datum cum adjuncto ad adjunctum datam habeat rationem.* *Exemplum 6.*

Requiritur autem ut ratio data ſit majoris ad minus. *Ex. gr.* Latus cui fieri debet additio ſit *A*. 16, & ſit ratio data majoris ad minus, ut 5 ad 3. *Latus*, ad quod addi debet, ſit 1. B, erit aggregatum ex dato A. 16 & addito 1. *B*, 16 A + 1. *B* Vt autem eſt 5 ad 3, ita debet eſſe 16 *A* + 1. *B* ad 1. B: Revocata igitur proportione ad æqualitatem, videlicet 48. *A* + 3. *B* ═ 5. B. utrinq; tollatur 3. *B*, reſidua erit æquatio talis 48. A ═ 2. B. quæ dividatur per 2 propter 2. B, & B æquabitur ipſis 24, quod eſt latus addendum quæſitum: Vt ſe enim habent 5 ad 3, ſic ſe habebit A + *B* 40 ad B 24. Vt:

B. 1.
A. 16 +
5 — 3 — 16. *A* + 1. *B*
3 *
48. *A* + 3. B ═ 5. B
3. B — 3 B —
48. A ═ 2. *B*
2 ÷ 2. B ÷
24 ═ B.
16. *A* +
5 — 3 — 40 A. + B — 24. B.
3 *
——— Examen.
120
5 ÷
24. B.



21 *Ergo, Latus, cui fieri debet additio, ducatur in terminum minorem datæ rationis, & productum adplicetur ad differentiam terminorum datæ rationis, ut quotus ſit latus addendũ.*

22 Exemplum 7. *Dato ſegmento majore diviſo per minus, ipſa ſegmenta ſeorſim cognoſcere.*

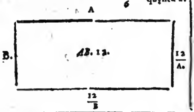
Sit datum ſegmentum majus A diviſum per minus B, æquale $\frac{6}{2}$, quæruntur ſegmenta ſingula? ℞. A erit $\frac{6.B}{2}$ *B*. erit $\frac{3.A}{6}$. Vt:

$\frac{A}{B}$ ═ $\frac{6}{2}$ datum.
A ═ $\frac{6.B}{2}$ quæſitum 1
B ═ $\frac{3.A}{6}$ quæſitũ 2.

23 Exemplum 8. *Dato plano alicujus Rectanguli, ſeu data ſuperficie parallelogrammi, ipſa latera, id eſt, ejus longitudinem & latitudinem invenire.*

Sit ergo rectanguli area data 12, erit per diviſionem longitudo A, 12 diviſa per B; & latitudo *B*, diviſa per *A*. Vt:

A *B* ═ 12 datum
B ÷ A ÷ B ÷ A ÷
A ═ $\frac{12}{B}$ quæſitum. 1.
B ═ $\frac{12}{A}$ quæſitum 2.



24 Exemplum 9. *Data ſumma ſegmentorum ipſa ſegmenta diſcernere.*

Sint ergo 2. A † 6. B ęqualia 24, & 6 A † 2. B ęqualia 48, quæritur, cui ſegmenta ſeorſim æqualia ſint, id eſt, cui ęquale ſit majus A, cui itidem B? ℞ A æquabitur $7\frac{1}{2}$, B verò $1\frac{1}{2}$ hoc modo: Adde ſegmenta laterum, ut ſumma ſit 8. A † 8. B = 72, hęc per 8. diviſa dant quotum A † B = 9, hunc duplica, eritq; 2. A † 2. B = 18. ab hoc ſubtrahe ſegmentum 2. A † 6. B = 24, reliquum erit 4. B = 6. quod per 4 diviſum, erit quotus quæſitus B = $1\frac{1}{2}$ ab hoc ſubtrahe A † B = 9, & invenies quęſitum A = $7\frac{1}{2}$. Vt:

25 Exemplum 10 *Data ſegmentorum ſumma, & eorundem differentia, ipſa latera diſcernere.*

26 *Id fieri poteſt dupliciter, puta per additionem, & ſubductionem.*

27 *1. Per additionem.*

Data ſit ſegmentorum ſumma A † 6, B, & ſegmentorum differentia A — B 4, erunt per additionem horum ſegmentorum A æquale 6; & B, 2. Addatur enim A ad A, ut ſumma ſit 2. A ? addatur etiam † B ad — B, ut ſumma ſit nulla, ut conſtat ex lib. 1. part. 1. ſect. 1. tit. 1. cap. 4 §. 14: addantur etiam numeri 8 & 4, ut 2. A, æquentur 12, hęc per 2. diviſa, erit quotus A ęqualis 6, hic ſubtrahatur ab A † B, & reſiduum erit B æquale 2. pro quæſito ſecundo. Vt

2. A † 6. B = 24 datum 1.
6. A † 2. B = 48 † datum 2.

8. A † 8 B = 72
8 ÷ 8 ÷

A † B = 9
2 * 2*

2. A † 2 B = 18
2. A † 6. B = 24 —

4 B = 6
4 ÷ 4 ÷

B = $1\frac{1}{2}$ quęſitum 1.
A † B = 9 —

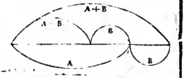
A = $7\frac{1}{2}$ quęſitũ 2.

A † = 8 datum 1.
A — B = 4 datum 2.

2. A = 12.
2 ÷ 2 ÷

A = 6. quæſitum 1.
A † B = 8 —

B = 2. quęſitum 2.



28 Per ſubductionem.

Sint ſegmenta data, ut prius, quærenda ſunt ſingula ſingulatim? ℞. per ſubductionem, A 6, B 2. ut ante Subtrahatur enim A — B 4 ab A † B 8 iuxta elementum 14. cap. 5. tit. 1. ſect. 1. part. 1. lib. 1. & reſiduum erit A † B — A † B ęquale 8 — 4, hoc eſt per reductionem, 2. B æquatur 4, cuius dimidium dat B quæſitum 2. ęquale 2, ab hoc ſubductum A † B 8, reliquum erit quæſitũ 2. videlicet A æquale 6.

A † B = 8 datum 1.
A — = 4 — datum 2.

A † B — A † B = 8 — 4

2. B = 8 — 4 = 4.
2 ÷ 2 ÷

B = 2 quęſitum. 1.
A † B = 8 —

A = 6 quęſitum 2.

Hujus generis exemplum 2.

29 Quæritur, ſi 3. A — 3. B æquentur 13, & 6. A † 9. B, 68; cui æquale ſit A, cui etiam B? ℞. A æquabitur $7\frac{2}{15}$ & B, $2\frac{4}{5}$. Addantur enim ſegmenta data, ut ſumma ſit 9. A † 6. B = 183. quam divide per 3, erit quotus 3. A † 2. B = 27, at quo ſubtrahe datum primum 3. A — 3. B = 13, erit reliquus 5. B = 14 quem divide per 5, & reperietur quæſitum 1. B, $2\frac{4}{5}$, quod duplicatum dat 2. B = $5\frac{3}{5}$, ab hoc ſubductum 3. A † 2. B = 27, & reliquus 3. A = $21\frac{2}{5}$ per 3. diviſus dabit quæſitum alterum A, $7\frac{2}{15}$. Vt:

3. A — 3. B = 13 datum 1.
6. A † 9. B = 68 † datum 2.

9. A † 6. B = 183
3 ÷ 3 ÷

3. A + 2. B ═══ 27
3. A — 3. 6 ═══ 13 —
5. B ═══ 14
4 ÷ 5 ÷
B ═══ 2 4/5 quæſitum 1.
2 * 2 *
2. B ═══ 5 3/5.
3. A + 2 B ═══ 27 —
3. A ═══ 21 2/5
3 ÷ 3 ÷
A ═══ 7 2/15 quæſitum 2.

30 *Eiuſdem generis aliud exemplum 3. in quo tria proponuntur data, & totidem inveniuntur quæſita.*

Dantur enim 3. A — 4. B + 5. C æqualia 2; dantur ſecundò 5. A + 3. B — 2. C æqualia 58; dantur tertiò 7. A — 5. B + 4. C æqualia 14. Quæritur A. B. C? R. A æquatur 7, B 11, C 5. Vti ex hoc appoſito ſequenti calculo liquet: in quo datum 1 ſc. 3. A — 4. B + 5. C æquale 2 eſt additum 2 dato 5. A + 3. B — 2. C æquale 58, & aggregatum 8. A — B + 3. C æquale 60 multiplicatum per 4, & ab hoc facto 32. A — 4. B + 12. C æquale 40 ſubtractũ datũ 1. ſc. 3. A — 4 6 + 5. C æquale 2, ut reſiduum ſit 29. A + 7. C æquale 239. Propterea datorum priorum ſumma 8 A — 6 + 3. C æquale 60 triplicata eſt 24. A — 3. B + 9. C æquale 180, huic additum datum 2. ſc. 5. A — 2. C æquale 58. ſumma erit 29. A + 7. C æquale 238. Cæterum datorum priorum ſumma, quæ eſt 8. A — B + 3 C æquale 60, quintuplicata eſt 40. A — 5. B + 15. C æquale 300, à quo ſubtractum datum tertium 7. A — 5. 6 + 4. C æquale 14, eſt reſiduum 33. A + 11. C æquale 285, ab hoc reſiduo ſubductum ſuperius inuentum 29. A + 7. C æquale 238, & reliquus 4. A + 4. D æqualis 48 diviſus per 4, exhibet quotum — A + C æqualem 12, qui ductus in 7, erit factus 7. A + 7. C æqualis 84, qui ſublatus ex 29. A + 7. C æquali 238. erunt reliqui 22. A æquales 154, qui diviſi per 22, dant quæſitum 1. quod eſt A æquale 7 ſubductum à ſuperiori invento — A + C 12, reliquum erit quæſitum 2, videlicet C æquale 5. Deniq; quæſitum 1. ſc. A æquale 7 quintuplicatum, eſt 5. A æquale 35, ſicuti quæſitum ſecundum C æquale 5 duplicatum, eſt 2. C æquale 10. Nunc ab 7 quintuplicato, nimirum 5. A 35 ſubducantur 2. C æqualia 10, & ex reſiduo 5. A — 2. C æquali 25 tollantur 5. A + 3. B — 2. C æqualia 58, & reliquo 3. B æquali 33 addantur 25, & ex ſumma 3. B + 25 æquali 58 ſubducā-
1 tur 25, reſiduumq; 3. B æquale 33 dividatur per 3, & quotis oſtendet quæſitum tertium, quod eſt, B æquale 11.

3. A — 4 B + 5. C ═══ 2 datum 1.
5. A + 3 B — 2. C ═══ 58 + datum 2.
8. A — B + 3. C ═══ 60
4 * 4 *
32. A — 4. 6 + 12. C ═══ 40
3. A — 4 B + 5. C ═══ 2 —
2 — 29. A + 7 C ═══ 238. —
8. A — B + 3. C ═══ 60
3 * 3 *
24. A — 3. B + 9. C ═══ 180
5. A + 3. — 2. C ═══ 58 +
3 — 29. A + 7. C ═══ 238. —
8. A — B + 3. C ═══ 60
5 * 5 *
40. A — 5. 6 + 15. C ═══ 200
7. A — 5. B + 4. C ═══ 14 — datum 3.

33. A. + 11. C = 286
29. A + 7 C = 238 —

4. A + 4. C = 48
4 ÷ 4 ÷

— A + C = 12
7 * 7 *

7. A + 7. C = 84
29. A + 7. C = 238 —

22. A = 154
22 ÷ 22 ÷

A = 7 quæſitum 1.
— A + C = 12 —

C = 5 quæſitum 2.
A = 7
5 * 5 *

— 5. A = 35. —
C = 5
2 * 2 *

— 2. C = 10 —
5. A = 35
2. C — 10 —

5. A — 2. C = 25.
5 A + 3. B — 2. C = 58. — +

3. B + 25. = 58
25 — 25 —

3. B = 33
3 ÷ 3 ÷

B = 11. quæſitum 3.

Dātur etiam nonnulla exempla: quæ nullam diviſionem requirunt, quorum duo tantum hic proferam.

Exemplum 1. *Datur numerus, cui ſi addantur* 22, *& ab eodem ſubtrahantur* 14, *prior ſit duplus poſterioris, quæritur quis ille?* ℞. 50.

Nam 50 ſi addantur 22, fit 72, & ſi ab eodē ſubducatur 14, ut fiat 36, erit prior 72 duplus hujus 36. Ponatur autem pro numero quæſito 1. A, cui addantur 22, ut ſumma ſit 1. A + 22, ſubtrahantur etiam ab eodem 1. A, 14, ut reſiduum ſit 1. A — 14, erit igitur ex natura ænigmatis 1. A + 22 = 2. A — 28. deme ab utraq; parte 1. A, ut æqualitas remaneat inter 22 & 1. A — 28, cui adde 28, & reperies 1. A valere 50. Et is eſt verus numerus, qui quæritur. Vt:

datum.

1. A	1. A
22 +	14 —
1. A + 22	1. A — 14
	2 *

1. A + 22 = 2. A — 28
1. A — 1 A —

22 = 1. A — 28
28 + 28 +

50 = A quæſitum.

Examen.

50	50
22 +	14 —
72	36
	2 *
72 =	72.

Pp De-

Exemplum 2.

Detur numerus, ex cujus $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ *&* $\frac{1}{6}$. *Si auferantur* 80, *reſtent* 100. *queritur, quis ille numerus ſit?*

℞ 180. Nam ſi ejus $\frac{1}{2}$, ideſt, 90, & $\frac{1}{3}$, id eſt, 60, & $\frac{1}{6}$, id eſt, 30, ſubducas 80, relinquentur 100. Ad inveniendum iſtum numerum, pone pro iſto quaſi invento 1. A, hujus $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{6}$ conſtituunt 1. A, auferantur ergo 80, eritq; æquatio inter 1. *A* — 80 & 100, quibus adde 80, ut æquatio ſuperſit inter 1. *A* & 180. *Ut:*

Examen.
180
90
60
30 +
180
80 —
100.

$\frac{1}{2}$ *A*
$\frac{1}{3}$ A
$\frac{1}{6}$ A
1. A
80 —

1. *A* — 80 ═ 100
80 ═ 80 —
1. A ═ 180.

Et tantum etiam in univerſum de Æquationis diviſione; ſequitur Lateris eductio.

CAPUT VI.

DE

Eductionibus laterum ex reductis æquationibus.

1 Reſtat nunc ultima Regulæ *A*lgeb[illegible]icæ pars, quæ nos inſtruit, quando quotus ex diviſione ortus numerum quæſitum [illegible]; [illegible] quoti iſtius latus educendum, & quodnam illud ſit.

2 Primum ergo quod attinet, *quotus tum [illegible] numerum abſconditum indicat, ſi ſc. peracta reductione, maior poteſtas fuerit latus, ut A. T.D.C.* Ex. gr., ſi 6. *A.* æqualia fuerint 42, inſtituta diviſione 42 per 6, erit quotus 7, valor unius lateris *A*.

6. *A* ═ 42.
6 ÷
7

3 Sic etiam, *Si poteſtas aliqua æquetur poteſtati proxime minori, dividitur numerus minoris poteſtatis per numerū maioris, & quotus aſcitur pretium unius lateris, etiamſi poteſtates non fuerint abbreviatæ.* Ut ſi 6. quadrato — quadrato — cubi ſint æquales 48 quadrato — cubo — cubis, erunt per diviſionem 48 per 6, 8 æqualia pretio unius lateris. Ut:

6. a a a a a a a ═ 48. a a a a a a a a
6 ÷
1. A ═ 8.

4 *Quale autem latus educendum ſit, docet ipſa poteſtas, quæ in una parte æquationis major eſt, quam latus. Extrahitur autem ex illo numero abſoluto, qui in altera æquationis parte reperitur.*

Ut ſi poteſtas fuerit *A A*, extrahatur latus quadratum; ſi A A *A*, cubicum; ſi *A A* A *A*, quadrato — quadratum. Ex. gr. ſit æquatio data inter 4 6560. *E* & 10. A *A A*, dividantur, ut quotus ſit 46[illegible]56, ex quo extrahatur latus cubi. Ut:

10. a a a ═ 466560
10 ÷
1. a a a ═ 4[illegible]656
— — — ℓC.
A ═ 36.

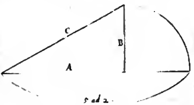
5 Præterea quomodo latera ex quolibet numero abſoluto, & Algebrico educantur, dictum eſt lib. 1. hujus, cap. 12, & 13, item cap. 16, ut merito illa hoc loco tranſilire poſſimus.

Se-

Sequuntur exemplorum duo genera : quorum prius requirit eductionem lateris quadrati, poſterius, Cubi.

Exemplum 1. *Dato, in triangulo rectangulo, latere rectum angulum ſubtendente, et proportione reliquorum laterum, invenire ipſa latera.*

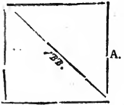
Sit triangulum datum A. B. C, cujus latus recto angulo oppoſitum eſt C, datumque partium 52 reliqua autem latera angulum rectum continentia ut A & B, proportionem habent duplam ſuperbi partientem quintas, ideſt, ut 5. ad 12. quæritur latus A & B? R. A erit 48; B verò. 20. Laterum enim A & B quadrata ſunt AA + BB = 144 + 25, id eſt, 169, æqualia quadrato CC, 2704, quod dividatur per 169, eritque AA = 16, cujus latus A = 4; minus ergo latus B. 5 multiplicatum per A ſc. 4, producit quæſitum latus B. 20. Idem A 4, multiplicatum per A majus latus 12, gignit quæſitum alterum latus A. 48. Vt:



5. B 12. A datum 2.
52. C.
5 * 12 * 52 *
25. BB 24 104
12 260
144. aa. 2704 (C.
25. B3 +
aa + BB. 169 = 2704. CC.
169 ÷ 169 ÷
aa = 16
a = 4 L. A.
B. 5 * a. 12 *
quæſitum 1 B = 20 48
quæſitum 2. A = 48.

Exemplum 2. *Dato latere quadrati, inquirere diametrum; & contra, data diametro inquirere latus.*

Sit datum latus A. 6, erit ejus quadratum AA 36, cujus duplum ſc. 2. AA 72. eſt æquale quadrato diametri BB; erit ergo ipſa diameter B, √BB. 72. Vt 6. a datum.



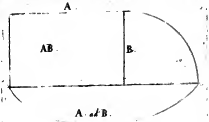
6 *
36. aa
2 *
72. 2. a a = BB
L B.
√bb. 72 = B. quæſitum.

Vel ſit datum quadratum, cujus diameter eſt √bb. 72, quæritur latus A? R. 6. Nam quadratum diametri 6, duplum eſt quadrati lateris A, vt §. 28. cap. 3. hujus demonſtravimus. Eſt autem quadratum diametri 72, erit ergo hujus dimidium 36 ſc. quadratum lateris A. & latus ipſum A. 6. Vt:

√bb. 72 datum.
√bb. 2 *
72. bb.
2 ÷
36. AA.
L. A.
A = 6. quæſitum.

Exemp. 3. *Data rectanguli are a, & proportione duorũ laterũ, indagare ipſa latera.*

Ponatur latitudo 1. *A*, erit ergo longitudo A 4, hæc inter ſe multiplicata faciunt AB 4, quæ æquantur 784, hæc diviſa per 4, eſt quotus 1. *AB* 196, cujus latus B 14 eſt quæſitum primum, hoc multiplicatum per 4, producit A 56. Vt:



1. *B* } datum 1.
4. A } * datum 2.

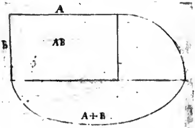
4. *AB* = 784
4 ÷

1. *A* B = 196
— LQ.
B = 14 — quæſitũ 1.
4*

A = 56. quæſitum 2.

Exemplum 4. *Data ſumma duorũ laterum & rectangulo, indagare ipſa latera.*

Sit data ſumma laterum A + B 8, ſit data etiam ſuperficies rectanguli AB 12, quærẽda ſunt ſingula latera A & B? Ad hoc faciendum, rectãgulum quadruplicatum ſubtrahe a quadrato ſummæ laterum, & ex reliquo ſc. quadrato differentiæ laterum extractum latus adde ſummæ laterum, inventaq: erit æquatio inter 2. A & 12, hinc elicitur A. eſſe 6 & *B* 2. Vt:



datum 1. a + b = 8 a + b = 8
datum 3. ab = 12 a + b * 8 *
4* aa + ab 64
ab + bb

4. ab = 48 aa + 2. ab + bb = 64
4. ab = 48
aa − 2 ab + bb = 16
Q.
a − b = 4
a + b = 8 +

2. a = 12
2 ÷ 2 ÷

quæſitum 1. A = 6
8. 8 −

quæſitum 2. A − 8. = *B* = 2.

Ex. 5. *Data differentia laterum & parallelogrammo, inquirere ipſa parallelogrammi latera.*

Sit data differentia laterum A − B 12. datũ etiã parallelogrammi planũ, A B 13653. quærenda ſunt ſingula, ideſt, ejus lõgitudo *A* & latitudo B? Datum *A B*, 13653 rectangulum quadruplicatum ſc. 4. A B, 54612 adde quadrato differentiæ laterum A A − 2. A B + BB, 144, vt aggregatum ſit quadratum ſummæ laterum *A* A + 2. A*B* + BB æquale 54756. ex hoc aggregato extrahe latus, A + *B*, 234, à quo ſubtrahe differentiæ laterum quadratum A − B 12, eritq; 2. *B* æquale 222. Hinc exorietur per



diviſio-

d vi ione.n binarii,ipſum quæſitum,primum *B* 11. cui additum quadratum differentiæ laterũ a — B 12,erit alterum quæſitum *A* 123. Vt.

a — b = 12 datum. 1.
a — b * 12 *

aa — ab 124.
ab † bb 12

aa — 2.ab † bb = 144.

datum. 2.
a b = 13653.
4 * 4 *

4. a b = 54612
aa — 2. ab + bb = 144 ✠

aa † 2. ab † bb = 54756.
— LQ.
a † b = 234
a — b = 12 —

2. b = 222
2 ÷ 2 ÷

quæſitum 1. *B* = 111.
A — b † = 12 †
quæſitum 2. *A* = 123

Exemplum 6.

Data ſumma quadratorum, & eorundem differentia quærere partes laterum.

Sit ſumma quadratorum data *AA* † *BB* æquari 16 † 9, hoc eſt, 25, data etiam quadratorum differentia *A* A — BB æquari 16 — 9, hoc eſt, 7. quæritur, quãrũ futurũ ſit latus *A*, quãtũ etiã *B* ? R. A erit 4; *B* vero 3. Sũma etenim quadratorum ſummæ & differentiæ per duo diviſa, & ex quotiente latus quadrati extractum, erit quæſitum 1. *A*. Deinde ex reſiduo quadrati *AA* & quadrati ſummæ laterum latus quadratum eductum, erit quæſitum alterum B. 3. Vt:

datum 1. aa † bb = 16 † 9 = 25.
datum 2. aa — bb = 16 — 9 = 7. id eſt.

aa † bb = 25
aa — bb = 7 ✠

2. aa = 32
2 ÷ 2 ÷

aa = 16
— L. *A*.
quæſitum 1. *A* = 4

aa † bb = 25
aa = 16 —
bb = 9
— LB.
quæſitum 2. *B* = 3.

13 *Succedit alterum genus exemplorum, quod eductionem lateris cubici requirit.*

Exemplum 1. *Data Cuborum ſumma & eorundem differentia, indagare partes laterum.*

Ex. gr. Sit ſumma cuborum data AAA † BBB æquari 27 † 8, hoc eſt, 35. Sit itidem data cuborum differentia AAA - BBB æquari 27 — 8, hoc eſt. 19, quæritur, quantum ſit latus cubi *A*, quantum etiam B ? R. *A*. erit 3, *B*. 2. Summa namq; cuborum aggregati, & differentiæ per duo diviſa, & ex quoto latus cubicum extractum erit quæſitum 1. *A*; tum ex reſiduo cubi *AAA* à cuborum ſumma AAA † BBB eductum latus cubi erit B, quæſitum alterum, ut voluit quæſtio.

aaa † bbb = 27 † 8 = 35. datum 1.
aaa — bbb = 27 — 8 = 19. datum 2.
— id eſt.

aaa † bbb = 35
aaa — bbb = 19 †

2. aaa = 54
2 ÷ 2 ÷

aaa = 27
— LA.
A = 3. quæſitum 1.

aaa † bbb = 35
aaa = 27 —
bbb = 8
— LB.
B = 2. quæſitum 2.

Exemplum 2. *Data parallelepipedi ſoliditate, unà cum proportione laterum indagare ipſa latera.*

Sit

Exemplum 5. Sit data æquatio $\frac{AB+CB}{E} = F$. in qua extremi ſunt termini *E* & F, & medij $A+C$ & *B*, vel è contra; eritq; analogiſmus, ut *E* ad $A+C$, ita *B* ad F. Vt:

$\frac{AB+CB}{E} = F$. vt E ad $A+C$, ſic *B* ad F.

*E*xemplum 6. Sit data æquatio $\frac{AA-BB}{C} = D$, ubi extremi termini ſunt C & D. & medii $A+B$ & $A-B$, & contra, & erit proportio talis: vt C ad $A+B$, ita $A-B$ ad D. Vt:

$\frac{AA-BB}{C} = D$ vt C ad $A+B$, ſic $A-B$ ad *D*.

Exēpl. 7. Sit data æquatio $\frac{AA+BB+2AB}{D} = E$ in qua termini extremi ſunt D & E, & medius $A+B$, nā ex multiplicatione $A+B$ in ſe fit ille fractionis numerator $AA+2.AB+BB$, fiatq; analogiſmus ita: vt D ad $A+B$ ita $A+B$ ad E. Vt:

$\frac{AA+BB+2AB}{D} = E$ vt D ad $A+B$, ita $A+B$ ad E.

Exemplum 8. Sit data æquatio $\frac{AABB}{CC} = DD$ vbi extremi termini ſunt CC & *D*D, & medius *AB*, erit proportio, vt *CC* ad *AB*, ita *AB* ad *D*D. Vel vt CC ad AA, ſic *B*B ad DD. Vt:

$\frac{AABB}{CC}$ DD. vt *C*C ad $\left\{ \begin{matrix} AB \\ AA \end{matrix} \right\}$ ſic $\left\{ \begin{matrix} AB \\ BB \end{matrix} \right\}$ ad *D*D.

*E*xemplum 9. Sit data æquatio $\frac{AA+AB+AC+BC}{D} = E$, in qua extremi termini ſunt D & *E*, & medii ſunt $A+B$ & $A+C$. Dico ergo, ut *D* ad $A+B$ ſic $A+C$ ad *E*. Vt:

$\frac{AA+AB+AC+BC}{D} = E$. vt *D* ad $A+B$, ſic $A+C$ ad *E*.

*E*t tantum de fractionibūs, quę ęquant integras magnitudines, & quarum numeratores poſſunt reſolvi; ſequuntur ejuſmodi fractiones, quarum numeratores non ſunt reſolubiles, & idpropter fractiones iſtæ in ſua membra reſolvi nequeunt.

31 *Reducuntur autem ejuſmodi æquationes ad analogiſmum hoc modo: pro extremis terminis trium proportionalium ſtatue fractionis denominatorem, ſicuti & magnitudinem integram, cui fractio data comparatur; pro medio autem termino latus, quod vocant ligatum, quod parentheſi includi ſolet.*

*E*x. gr. Sit data æquatio $\frac{AB+CD}{E} = F$, in qua extremi termini ſunt *F* & *F*, & medius fractionis $\frac{AB+CD}{E}$ numerator $AB+CD$, ut fiat proportio, dicendum eſt, ut *E* ad L ($AB+CD$) ita L ($AB+CD$) ad $\frac{AB+CD}{E}$, ideſt ad F. Vt:

$\frac{AB+CD}{E} = F$. vt *E* ad *L* ($AB+CD$) ita L ($AB+CD$) ad $\frac{AB+CD}{E}$ ideſt, ad *F*.

C A P V T V.

DE

Diviſione Æquationis.

1 ET tantum de inventione & reductione Aequationis; *ſequitur ejuſdem Reſolutio, quæ eſt ęquationis diviſio, & ex iſta lateris quadrati, cubici, quadrato-quadrati &c extractio,*

De hac agetur capite 6. ſequenti, de iſta ſc. diviſione hoc loco.

2 *Diviſio eſt homogeneorum, quibus conſtat æquatio, ad datam magnitudinem, quæ in altiorem quæſiti gradum ducitur, communis adplicatio.*

Diviſio autem iſta in hoc potiſsimum verſatur, vt ſi facta reductione, ab vna parte ſit numerus abſolutus, ab altera poteſtas quædam Algebrica, iſte per hunc numerũ, abiecta tamẽ poteſtate, dividatur: erit enim id quod provenit, magnitudo quęſita.

3 *Innititur autem hęc operatio communi illi axiomati Euclideo: Si æqualia per ęqualia dividantur, quæ fiunt, ſunt ęqualia.*

Eſtq; hęc diviſio aliquod compendium regulæ illius proportionum,

5 Nonnullis regulam trium, quaſi de tribus terminis, dicta. Nam ſi ex. gr. 2. A ęquantur huic nume-

numero 6, quæſtio erit, cui numero 1. A æquetur? Ad hoc inquirendum, iuxta regulam proportionum tertius terminus, ut hic 1. A multiplicandus eſt per ſecundum puta 6, & factus 6. *A* dividendus per primum ſc. 2. *A*, ut quotus ſit 3. pro valore vnius *A*: *Quando enim numerus Algebricus per Algebricum eiuſdem poteſtatis dividitur, quotiens ſemper eſt numerus abſolutus.* Hinc eſt, quod regula Algebræ præcipiat, ut per numerum majoris poteſtatis alter numerus æquationis dividatur. Hac enim ratione idem ille numerus creatur, qui per regulam trium alioquin crearetur. Vti ex appoſito exemplo conſtat. Idem enim numerus producitur ex diviſione 6. *A* per 2. *A*, qui ex diviſione 6. per 2. Vt:

2. *A* ═══ 6   2. A —— 6 —— 1
2 ÷   1 *
———————— Vel ————
2. A ═══ 3.   6/2 { 3

Exemplum 2. Item detur æquatio inter 19. *A* & 228. quæritur valor vnius A? R. 12, uti ex diviſione 228. per 19 conſtat. Vt:

19. A ═══ 228
19 ÷
————————
1 A ═══ 12,

Exemplum 3. Sic data æquatione inter 26. *A* & 598, erit per diviſionem 1. A 23. *Vt:*

26. A ═══ 598
26 ÷
————————
A ═══ 23.

Exemplum 4. Similiter ſi 12. AA æquentur 96. A + 60? quæritur, cui numero æqualis ſit 1. AA? multiplica ergo inter ſe 96 *A* + 60 & 1. AA, quæ multiplicatio producet 96. AAA + 60 AA: Hunc factum divide per 12. A*A*, ut vult regula proportionũ, quotus erit 8. *A* + 5, ſc. valor vnius *A*A. Idem hic factus proveniet, ſi per 12. AA, abiecta tamen eius poteſtate *AA*, dividas 96, *A* + 60, vti videre eſt ex calculo, ac propterea recte docet Algebræ Regula, per numerum majoris poteſtatis dividendum eſſe ſimpliciter reliquum æquationis numerum, ne longior operatio per regulam proportionis inſtituatur. Vt

12. aa ═══ 96. a + 60
1. aa   1 aa *
————————
96. aaa + 60. aa
12. aa ÷   12. aa ÷
————————
1. aa ═══ 8. a + 5

Exemplum 5. *Sit* etiam æquatio inventa inter 4, quadrato —— quadrata, & 256 cubos plus 223. inquirendum eſt pretium unius quadrato —— quadrati? quod aſſequeris per regulam triũ, ſi argumenteris ita: 4. aaaa dant 256. aaa, quid dabit 1. aaaa? multiplicabis igitur 256. aaa + 223 per 1. aaaa, et factum 256. aaaaaaa + 223. aaaa divides per 4. aaaa, & habebis 1. aaaa æquale 64. aaa + 58. Vt

4. aaaa ═══ 256. aaa + 223
1. aaaa *   1. aaaa *
————————
256. aaaaaaa + 223. aaaa
4 aaaa ÷   4. aaaa ÷
————————

6 Ex. 1. in ſpeciebus. 1. aaaa ═══ 64. aaa + 58.

Sit æquatio data ABB + PB ═══ SA, quæ dividenda eſt, quod fiet dividendo PB per A, ſicuti & in altera parte A per *A*, vt quotiens ſit BB + PB/A ═══ S. *Vt:*

ABB + PB ═══ SA
A ÷   *A* ÷
————————
BB + PB/A ═══ S

Exemplum 2. Sit æquatio data BCC —— BFC —— HFC ═══ MMH, quæ dividenda eſt ita, ut omnia adplicentur ad B, & fiet æquatio CC —— FC HFC/B ═══ MMH/B. *Vt:*

BCC —— BFC —— HFC ═══ MMH
B ÷   B ÷
————————
CC —— FC HFC/B ═══ MMH/B

7 Facilius inſtituetur calculus abiectis poteſtatibus, ut ſupra diximus. Ex. gr.

4. AAAA ═══ 256. AAA + 223
4 ÷   4 ÷
————————
1. AAAA ═══ 64. AAA + 58.

8 *Quod ſi accidat, ut in æquatione reducta diviſor fuerit vnitas à majore poteſtate denominata, non neceſſe eſt, hoc in caſu, inſtituere diviſionem, quandoquidem unitas dividens non variat operationem, ut* ex vulgari illo axiomate patet: vnitas non multiplicat, nec dividit. Vt ſi t. AA ═ 6. A ✠ 14. Quare in omni æquationum reductione in hoc vnicè incumbendum, ut æquatio ita reducatur, ut numerus majoris poteſtatis fiat vnitas, ſic enim factum, quod imperatur.

Sequuntur aliquot ænigmata, quæ per diviſionem hanc ſolvuntur. Quorum 1. eſt

Exemp. 1. *Datis tribus numeris Geometricè proportionalibus, inquirere ijs quar-*
9 *tum proportionalem.*

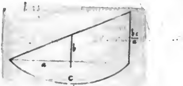
Pone pro numero quarto proportionali magnitudinem *A*, iuxta regulam *Algebræ, & cùm in 4. numeris proportionalibus rectangulum mediorum æquale ſit rectangulo extremorum*, erit quoq; æqualis factus primi & quarti, ipſi facto ſecundi & tertij. Multiplicetur igitur A per 2, item 8, per 6, eritq; æqualitas inventa inter 2. A & 48. erit ergo 1. A, per diviſionem, 24. id eſt, quartus proportionalis,

Data, 2 — 6 — 8 — A ? ═ 24.
A * 6 *
2. A ═ 48
2 ÷
1. A ═ 24, proportionalis quartus quæſitus.

10 Ex. 2. *Sic in ſpeciebus dantur tres magnitudines Geometricè proportionales, quærenda eſt ijs proportionalis quarta.*

Sint proportionales datæ A, B, C, erit per regulam trium quarta proportionalis quæſita BC diviſa per *A*. hoc modo:

data, A — B — C — $\frac{BC}{A}$
B *
BC
A ÷
$\frac{BC}{A}$ quæſitũ

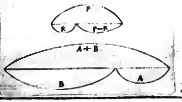


11 Ex. 3. *Data duorum ſegmentorum differentia, & ratione, inquirere ipſa ſegmenta.* Data ſit B datorum ſegmentorum differentia, & ratio eorundem, ut R. ad P, ſegmenti minoris ad majus: ſegmentum minus eſto A eritq; idcirco majus A ✝ B; quapropter erit, ut R. ad P. ita A. ad $\frac{AP}{R}$, hoc eſt, *A* ✝ B. Seu ut P. ad R, ita A ✝ B ad $\frac{RA ✝ RB}{P}$, hoc eſt, A. Vel etiam hoc modo per diviſionem rationis tribus datis quartum proportionalem indagare licet, dicendo. Vt p — r ad r: ſic b. ad $\frac{br}{p — r}$ id eſt, ad a. vt;

r — p — a p — r — a ✝ b p — r — r — b
p * r * r *
a p ra ✝ rb br
r ÷ p ÷ p — r ÷
$\frac{ap}{r}$ ═ a ✝ b $\frac{ra ✝ rb}{p}$ ═ A. $\frac{br}{p — r}$ ═ A.

12 *Ergo, vt differentia terminorum rationis datæ ad terminum minorem, ita data laterum differentia ad latus minus.*

Ex. 4. Datã lineã *in duas partes ita*
13 *diuidere, ut rectangulũ ſub partibus*

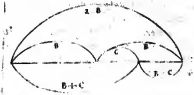


ad

ad quadratum differentiæ partium datam habeat rationem.

Data ſit linea dividenda 2 B & ratio data ſit, ut R ad P. pars vna eſto B + C, erit altera B — C, ita ut differentia partium ſit 2. C, rectangulum ſub partibus eſt BB — CC, & quadratum differentię partium eſt 4. CC. Dico ut ſe habet R. ad P, ita ſe habet BB — CC ad 4. CC. Vel ut 4. R. ad P, ita BB — CC ad $\frac{PBB - PCC}{R}$ id eſt, ad CC. Et componendo erit, ut 4. R + P. ad P. ſic BB ad $\frac{PBB}{4.R + P}$ = CC. Vt:

B + C	B + C
B — C —	B — C
BB + BC — BC	BB + BC
— BC — CC	— BC — CC
2. C	BB — CC
2. C	
4. CC.	



R — P — BB — CC   4. R — P — BB — CC   4. R + P — P — BB
P   P   P

PBB — PCC   PBB — PCC   PBB
R   4. R   4. R + P

$\frac{PBB - PCC}{R}$ = 4. CC. $\frac{PBB - PCC}{4.R}$ = CC. $\frac{PBB}{4.R+P}$ = CC.

16 *Ergo ut eſt quadruplum primi termini plus termino ſecundo, ad ipſum terminum ſecundum, ita eſt quadratum dimidij lateris dividendi ad quadratum dimidię differentię partium.*

17 Exemp 5. *Datam rectam in duas diſpeſcere partes, ita, ut partium quadrata dato quadrato differant.*

Requiritur autem hic, ut latus dati quadrati minus ſit data linea dividenda. Sit data linea 18, quæ ita in duas partes eſt dividenda, ut quadratum majoris partis excedat quadratum partis minoris quadrato 36, puta ex 6. Ad hoc faciendum ponatur quæſita partium differentia 1. A, erit per additionem 18 ad 1. A dupla pars major 18 + A, & per ſubductionem 1. A ab 18 dupla pars minor 18 — 1. A, quę duple partes bifariam dividantur, ut fiat ſimpla pars major 9 + $\frac{1}{2}$ A & ſimpla pars minor, 9 — $\frac{1}{2}$ A; ducatur in ſe quadrate vtraq; pars ſimpla tam major 9 + $\frac{1}{2}$ A, quam minor 9 — $\frac{1}{2}$ A, & quadratum 81 — 9. A + $\frac{1}{4}$ AA ſimplæ minoris 9 — $\frac{1}{2}$ A ſubtrahatur à quadrato 81 + 9 A + $\frac{1}{4}$ AA ſimplæ minoris 9 + $\frac{1}{2}$ A, ut horum differentia ſit 18. A, quæ æqualis eſt 36, quadrato ex data differentia 6, hęc ęqualitas diviſa per 18, dat 2. pro valore vnius A. Vt:

18	18
1. A +	1. A —
18 + 1. A	18 — 1. A
2	2
9 + $\frac{1}{2}$ A	9 — $\frac{1}{2}$ A.
9 + $\frac{1}{2}$ A	9 — $\frac{1}{2}$ A
81 + 4 $\frac{1}{2}$ A	81 — 4 $\frac{1}{2}$ A
4 $\frac{1}{2}$ A + $\frac{1}{4}$ AA.	4 $\frac{1}{2}$ A + $\frac{1}{4}$ AA
81 + 9. A + $\frac{1}{4}$ AA.	81 — 9. A + $\frac{1}{4}$ AA.
81 — 9 A + $\frac{1}{4}$ AA —	
18. A = 36	
18. A	18
A = 2.	

Hoc

18 *Hoc Problema etiam ſic proferri poteſt :*

Data ſumma duorum laterum, & differentia quadratorum ex ipſis, diſcernere latera. Ergo

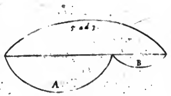
Quadratum datum pro differentia adplicetur ad latus dividendum, & quotus

19 *dabit differentiam partium, data autem differẽtia partium, & earumdem ſumma, dantur partes.*

20 D*ato lateri aliud latus adjũgere ea lege, ut datum cum adjuncto ad adjunctum datam habeat rationem.* *Exemplum 6.*

Requiritur autem ut ratio data ſit majoris ad minus. *Ex. gr.* Latus cui fieri debet additio ſit A. 16, & ſit ratio data majoris ad minus, ut 5 ad 3. *Latus*, ad quod addi debet, ſit 1. B, erit aggregatum ex dato A. 16 & addito 1. *B*, 16 A ↑ 1. *B* Vt autem eſt 5 ad 3, ita debet eſſe 16 *A* ↑ 1. *B* ad 1. B: Revocata igitur proportione ad æqualitatem, videlicet 48. *A* ↑ 3. *B* ═══ 5. B. utrinq; tollatur 3. *B*, reſidua erit æquatio talis 48. A ✢ 2. B. quę dividatur per 2 propter 2. B, & B ęquabitur ipſis 24, quod eſt latus addendum quæſitum: *Vt* ſe enim habent 5 ad 3, ſic ſe habebit A ✢ *B* 40 ad B 24. Vt:

B. 1.
A. 16 ✢
5 —— 3 —— 16. *A* ↑ 1. *B*
3 *
48. *A* ↑ 3. B ═══ 5. B
3. B —— 3 B ——
48. A. ═══ 2. *B*
2 ÷ 2. B ÷
24 ═══ B.
16. *A* ↑
5 —— 3 —— 40 A. ↑ B —— 24 B.
3 *
——— Examen.
120
5 ÷
24. B.



21 *Ergo, Latus, cui fieri debet additio, ducatur in terminum minorem datæ rationis, & productum adplicetur ad differentiam terminorum datæ rationis, ut quotus ſit latus addendũ.*

22 Exemplum 7. *Dato ſegmento majore diviſo per minus, ipſa ſegmenta ſeorſim cognoſcere.*

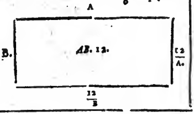
Sit datum ſegmentum majus A diviſum per minus B, æquale $\frac{6}{2}$, quæruntur ſegmenta ſingula? ℞. A erit $\frac{6.B}{2}$ *B*. erit $\frac{3.A}{6}$. Vt:

$\frac{A}{B}$ ═══ $\frac{6}{2}$ datum.
A ═══ $\frac{6.B}{2}$ quæſitum 1
B ═══ $\frac{3.A}{6}$ quęſitũ 2.

23 Exemplum 8. *Dato plano alicujus Rectanguli, ſeu data ſuperficie parallelogrammi, ipſa latera, id eſt, ejus longitudinem & latitudinem invenire.*

Sit ergo rectanguli area data 12, erit per diviſionem longitudo A, 12 diviſa per B; & latitudo *B*, diviſa per *A*. Vt:

A *B* ═══ 12 datum
B ÷ A ÷ B ÷ A ÷
A ═══ $\frac{12}{B}$ quæſitum. 1.
B ═══ $\frac{12}{A}$ quæſitum 2.



24 Exemplum 9. *Data ſumma ſegmentorum ipſa ſegmenta diſcernere.*

Sint ergo 2. A + 6. B equalia 24, & 6 *A* + 2. B equalia 48, quæritur, cui ſegmenta ſeorſim æqualia ſint, id eſt, cui equale ſit majus A, cui itidem B ? ℞ *A* æquabitur $7\frac{1}{2}$, B verò $1\frac{1}{2}$ hoc modo: Adde ſegmenta laterum, ut ſumma ſit 8. A + 8. B = 72, hęc per 8. diviſa dant quotum A + B = 9, hunc duplica, eritq; 2. *A* + 2. B = 18. ab hoc ſubtrahe ſegmentum 2. A + 6. B = 24, reliquum erit 4. B = 6. quod per 4 diviſum, erit quotus quæſitus B = $1\frac{1}{2}$ ab hoc ſubtrahe A + B = 9, & invenies quęſitum *A* = $7\frac{1}{2}$. Vt:

25 Exemplum 10 *Data ſegmentorum ſumma, & eorundem differentia, ipſa latera diſcernere.*

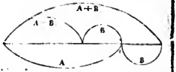
26 *Id fieri poteſt dupliciter, puta per additionem, & ſubductionem.*

27 1. *Per additionem.*

Data ſit ſegmentorum ſumma *A* + 6, B, & ſegmentorum differentia A — B 4, erunt per additionem horum ſegmentorum A æquale 6; & B, 2. Addatur enim *A* ad *A*, ut ſumma ſit 2. A ? addatur etiam + B ad — B, ut ſumma ſit nulla, ut conſtat ex lib. 1. part. 1. ſect. 1. tit. 1. cap. 4 §. 14: addantur etiam numeri 8 & 4, ut 2. *A*, æquentur 12, hęc per 2. diviſa, erit quotus *A* equalis 6, hic ſubtrahatur ab *A* + B, & reſiduum erit B æquale 2. pro quæſito ſecundo. *Vt*

2. A + 6. B = 24 datum 1.
6. A + 2. B = 48 + datum 2.
8. *A* + 8 B = 72
8 ÷ 8 ÷
A + B = 9!
2 * 2*
2. A + 2 B = 18
2. *A* + 6. B = 24 —
4 B = 6
4 ÷ 4 ÷
B = $1\frac{1}{2}$ quęſitum 1.
A + B = 9 —
A = $7\frac{1}{2}$. quęſitū 2.

A + = 8 datum 1.
A — B = 4 datum 2.
2. *A* = 12.
2 ÷ 2 ÷
A = 6. quæſitum 1.
A + B = 8 —
B = 2. quęſitum 2.



28 Per ſubductionem.

Sint ſegmenta data, ut prius, quærenda ſunt ſingula ſingulatim? ℞. per ſubductionem, A 6, B 2. ut ante Subtrahatur enim A — B 4 ab A + B 8 iuxta elementum 14. cap. 5. tit. 1. ſect. 1. part. 1. lib. 1. & reſiduum erit *A* + B — A + B equale 8 — 4, hoc eſt per reductionem, 2. B æquatur 4, cuius dimidium dat B quæſitum 2. equale 2, ab hoc ſubductum A + B 8, reliquum erit quæſitū 2, videlicet A æquale 6.

A + B = 8 datum 1.
A — = 4 — datum 2.
A + B — A + B = 8 — 4
2. B = 8 — 4 = 4.
2 ÷ 2 ÷
B = 2 quęſitum. 1.
A + B = 8 —
A = 6 quęſitum 2.

29 *Hujus generis exemplum 2.*

Quæritur, ſi 3. *A* — 3. B æquentur 13, & 6. *A* + 9. B, 68; cui æquale ſit *A*, cui etiam B? ℞. *A* æquabitur $7\frac{2}{5}$ & B, $2\frac{4}{5}$. Addantur enim ſegmenta data, ut ſumma ſit 9. A + 6. B = 183. quam divide per 3, erit quotus 3. *A* + 2. B = 27, at quo ſubtrahe datum primum 3. *A* — 3. B = 13, erit reliquus 5. B = 14 quem divide per 5, & reperitur quæſitum 1. B, $2\frac{4}{5}$, quod duplicatum dat 2. B = $5\frac{3}{5}$, ab hoc ſubductum 3. *A* + 2. B = 27, & reliquus $3.\frac{}{5}$ *A* = $21\frac{2}{5}$ per 3. diviſus dabit quæſitum alterum *A*, $7\frac{2}{15}$. Vt:

3. A — 3. B = 13 datum 1.
6. A + 9. B = 68 + datum 2.
9. *A* ✠ 6. B = 183
3 ÷ 3 ÷

3. A + 2. B == 27
3. A — 3. 6 == 13 —

5. B == 14
4 ÷ 5 ÷

B == 2 4/5 quæſitum 1.

2 * 2 *

2. B == 5 3/5.

3. A + 2 B == 27 —

3. A == 21 2/5

3 ÷ 3 ÷

A == 7 2/15 quęſitum 2.

Ejuſdem generis aliud exemplum 3. in quo tria proponuntur data, & totidem inveniuntur quęſita.

Dantur enim 3. A — 4. B + 5. C æqualia 2; dantur ſecundò 5. A + 3. B — 2. C æqualia 58; dantur tertiò 7. A — 5. B + 4. C ęqualia 14. Quęritur A. B. C? R. A æquatur 7 5 & 11, C 5. Vti ex hoc appoſito ſequenti calculo liquet: in quo datum 1 ſc. 3. A — 4. B + 5. C ęquale 2 eſt additum 2 dato 5. A + 3 B — 2. C æquale 58, & aggregatum 8. A — B + 3. C æquale 60 multiplicatum per 4, & ab hoc facto 32. A — 4. B + 12. C ęquale 40 ſubtractū datū 1. ſc. 3. A — 4 6 + 5. C æquale 2, ut reſiduum ſit 29. A + 7. C æquale 239. Propterea datorum priorum ſumma 8 A — 6 + 3. C æquale 60 triplicata eſt 24. A — 3. B + 9. C æquale 180, huic additum datum 2. ſc. 5. A — 2. C æquale 58. ſumma erit 29. A + 7. C æquale 238. Cæterum datorum priorum ſumma, quæ eſt 8. A — B + 3 C ęquale 60, quintuplicata eſt 40. A — 5. B + 15. C ęquale 300, à quo ſubtractum datum tertium 7. A — 5. 6 + 4. C æquale 14, eſt reſiduum 33. A + 11. C æquale 285, ab hoc reſiduo ſubductum ſuperius inuentum 29. A + 7. C æquale 238, & reliquus 4. A + 4. D ęqualis 48 diviſus per 4, exhibet quotum — A + C ęqualem 12, qui ductus in 7, erit factus 7. A + 7. C æqualis 84, qui ſublatus ex 29. A + 7. C ęquali 238. erunt reliqui 22. A ęquales 154, qui diviſi per 22, dant quæſitum 1. quod eſt A æquale 7 ſubductum à ſuperiori invento — A + C 12, reliquum erit quæſitum 2, videlicet C ęquale 5. Deniq; quæſitum 1. ſc. A æquale 7 quintuplicatum, eſt 5. A ęquale 25, ſicuti quæſitum ſecundum C æquale 5 duplicatum, eſt 2. C æquale 10. Nunc ab 7 quintuplicato, nimirum 5. A 35 ſubducantur 2. C æqualia 10, & ex reſiduo 5. A — 2. C æquali 25 tollantur 5. A + 3. B — 2. C æqualia 58, & reliquo 3. B ęquali 33 addantur 25, & ex ſumma 3. B + 25 æquali 58 ſubducātur 25, reſiduumq; 3. B æquale 33 dividatur per 3, & quotis oſtendet quæſitum tertium, quod eſt, B æquale 11.

3. A — 4 B + 5. C == 2 datum 1.
5. A + 3 B — 2. C == 58 + datum 2.

8. A — B + 3. C —— 60
4 * 4*

32. A — 4. 6 + 12. C == 40
3. A — 4 B + 5. C == 2 —

—— 29. A + 7 C == 238. ——
8. A — B + 3. C == 60
3 * 3 *

24. A — 3. B + 9. C == 180
5. A + 3. — 2. C == 58 +

—— 29. A + 7. C == 238. ——
8. A — B + 3. C == 60
5 * 5 *

40. A — 5. 6 + 15. C == 300
7. A — 5. B + 4. C == 14 — datum 3.

33. A. † 11. C ══ 286
29. A † 7 C ══ 238 ——

4. A † 4. C ══ 48
4 ÷ 4 ÷

—— A † C ══ 12
7 * 7 *

7. A † 7. C ══ 84
29. A † 7. C ══ 238 ——

22. A ══ 154
22 ÷ 22 ÷

A ══ 7 quæſitum 1.
—— A † C ══ 12 ——

C ══ 5 quæſitum 2.
A ══ 7
5 * 5 *

—— 5. A ══ 35 ——
C ══ 5
2 * 2 *

—— 2. C ══ 10 ——
5. A ══ 35
2. C —— 10 ——

5. A —— 2. C ══ 25.
5 A † 3. B —— 2. C ══ 58. —— †

3. B † 25 ══ 58
25 —— 25 ——

3. B ══ 33
3 ÷ 3 ÷

B ══ 11. quęſitum 3.

Dãtur etiam nonnulla exempla: quæ nullam diviſionem requirunt, quorum duo tantum hic proferam.

Exemplum 1. *Datur numerus, cui ſi addantur 22, & ab eodem ſubtrahantur 14, prior ſit duplus poſterioris, quæritur quis ille?* ℞. 50.

Nam 50 ſi addantur 22, fit 72, & ſi ab codẽ ſubducâtur 14, ut fiat 36, erit prior 72 duplus hujus 36. Ponatur autem pro numero quæſito 1. A, cui addantur 22, ut ſumma ſit 1. A † 22, ſubtrahantur etiam ab eodem 1. A, 14, ut reſiduum ſit 1. A —— 14, erit igitur ex natura ænigmatis 1. A † 22 ══ 2. A —— 28. deme ab utraq; parte 1. A, ut æqualitas remaneat inter 22 & 1. A —— 28, cui adde 28, & reperies 1. A valere 50. Et is eſt verus numerus, qui quæritur. Vt:

datum. 1. A 22 † 1. A 14 ——
1. A † 22 1. A —— 14
2 *
1. A † 22 ══ 2. A —— 28
1. A —— 1 A ——
22 ══ 1. A —— 28
28 † 28 †
50 ══ A quæſitum.

Examen.
50 50
22 † 14 ——
72 36
2 *
72 ══ 72.

Pp De-

Exemplum 2.

Detur numerus, ex cujus $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ *&* $\frac{1}{6}$. *Si auſferantur* 80, *reſtent* 100. *queritur, quis ille numerus ſit?*

℞ 180. Nam ſi ejus $\frac{1}{2}$, ideſt, 90, & $\frac{1}{3}$, id eſt, 60, & $\frac{1}{6}$, id eſt, 30, ſubducas 80, relinquentur 100. Ad inveniendum iſtum numerum, pone pro iſto quaſi invento 1. A, hujus $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{6}$ conſtituunt 1. A, auſferantur ergo 80, eritq; æquatio inter 1. *A* — 80 & 100, quibus adde 80, vt equatio ſuperſit inter 1. *A* & 180. *Vt:*

Examen.
180
90
60
30 +
180
80 —
100.

1. *A*
$\frac{1}{2}$ *A*
$\frac{1}{3}$ A
$\frac{1}{6}$ A
1. A
80 —

1. *A* — 80 ═══ 100
80 ═══ 80 —
1. A ═══ 180.

Et tantum etiam in vniverſum de Æquationis diviſione; ſequitur Laterum eductio.

CAPVT VI.

DE *Eductionibus laterum ex reductis æquationibus.*

1 Reſtat nunc vltima Regulæ Algebricæ pars, quæ nos inſtruit, quando quotus ex diviſione ortus numerum quæſitum aperiat; quando itidem quoti iſtius latus educendum, & quodnam illud ſit.

2 Primum ergo quod attinet, *quotus tum demum numerum abſconditum indicat, ſi ſc. peracta reductione, maior poteſtas fuerit latus, ut A. I. D. C.* Ex. gr., ſi 6. *A.* equalia fuerint 42, inſtituta diviſione 42 per 6, erit quotus 7, valor vnius lateris *A*.

6. *A* ═══ 42
6 ÷
7

3 Sic etiam, *Si poteſtas aliqua æquetur poteſtati proxime minori, dividitur numerus minoris poteſtatis per numerũ maioris, & quotus dicitur pretium vnius lateris, etiamſi poteſtates non fuerint abbreviata.* Vt ſi 6. quadrato — quadrato — cubi ſint equales 48 quadrato — cubo — cubis, erunt per diviſionem 48 per 6, 8 equalia precio vnius lateris. Vt

6. a a a a a a a a ═══ 48. a a a a a a a a
6 ÷
1. A ═══ 8.

4 *Quale autem latus educendum ſit, docet ipſa poteſtas, quæ in vna parte equationis major eſt, quam latus. Extrahitur autem ex illo numero abſoluto, qui in altera æquationis parte reperitur.*

Vt ſi poteſtas fuerit *A A*, extrahatur latus quadratum; ſi A A *A*, cubicum; ſi *A A* A *A*, quadrato — quadratum. Ex. gr. ſit æquatio data inter 466560. E & 10. A *A A*, dividantur, ut quotus ſit 46656, ex quo extrahatur latus cubi. Vt:

10. a a a ═══ 466560
10 ÷
1. a a a ═══ 46656 — IC.
A ═══ 36.

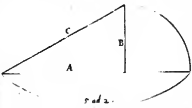
5 Preterea quomodo latera ex quolibet numero abſoluto, & Algebrico educantur, dictum eſt lib. 1. hujus, cap. 12, & 13, item cap. 16, ut merito illa hoc loco tranſilire poſſimus.

Se-

Sequuntur exemplorum duo genera : quorum prius requirit eductionem lateris quadrati, poſterius, Cubi.

Exemplum 1. *Dato, in triangulo rectangulo, latere rectum angulum ſubtendente, et proportione reliquorum laterum, invenire ipſa latera.*

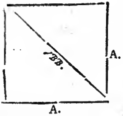
Sit triangulum datum *A*. B. *C*, cujus latus recto angulo oppoſitum eſt C, datumque partium 52 reliqua autem latera angulum rectum continentia ut *A* & B, proportionem habent duplam ſuperbi partientem quintas, ideſt, ut 5. ad 12. quæritur latus A & B? R. A erit 48; *B* verò. 20. Laterum enim *A* & *B* quadrata ſunt *A*A + BB = 144 + 25 id eſt, 169, æqualia quadrato *CC*, 2704, quod dividatur per 169, eritque AA = 16, cujus latus *A* = 4; minus ergo latus B. 5 multiplicatum per A ſc. 4, producit quæſitum latus *B*. 20. Idem A 4, multiplicatum per A majus latus 12, gignit quæſitum alterum latus A. 48. Vt:




```
                                   datum 2.
5. B      12. A                    52. C.
5 *       12 *                     52 *
--------------------------------------------------
25. BB    24                       104
          12                       260
          -----------------------------------
          144. aa.                 2704 (C.
          25. BB +
          -------
aa + BB.  169 ==================   2704. CC.
          159 ÷                    159 ÷
          -------------------------------
          aa ===================   16
        -----------------------------  L. A.
          a ====================   4                  4
                              B.   5 *          a. 12 *
                                               --------
quæſitum 1  B =================    20             48
quæſitum 2. A =================    48.
```

Exemplum 2. *Dato latere quadrati, inquirere diametrum; & contra, data diametro inquirere latus.*

Sit datum latus A. 6, erit ejus quadratum AA 36, cujus duplum ſc. 2. AA 72. eſt æquale quadrato diametri BB; erit ergo ipſa diameter B, √BB. 72. Vt 6. a datum.



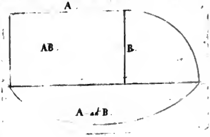

```
        6 *
   -----------
       36. aa
        2 *
   -----------
     72. 2. a a ====  PB
   ---------------------- L.B.
  √bb. 72 ==========  B. quæſitum.
```

Vel ſit datum quadratum, cujus diameter eſt √bb. 72, quæritur latus A ? R. 6. Nam quadratum diametri 6, duplum eſt quadrati lateris A, vt §. 28. cap. 3. hujus demonſtravimus. *E*ſt autem quadratum diametri 72, erit ergo hujus dimidium 36 ſc. quadratum lateris A. & latus ipſum A. 6. Vt:

```
√bb. 72 datum.
√bb. 2 *
   ----------
   72. bb.
     2 ÷
   ----------
   36. AA.
   ---------- L. A.
A ===  6. quæſitum.
```

Exemp. 3. *Data rectanguli are a, & proportione duorũ laterũ, indagare ipſa latera.*

Ponatur latitudo 1. *A*, erit ergo longitudo A 4, hæç inter ſe multiplicata faciunt AB 4, quæ æquantur 784, hæc diviſa per 4, eſt quotus 1. *AB* 196, cujus latus B 14 eſt quæſitum primum, hoc multiplicatum per 4, producit A 56. Vt:



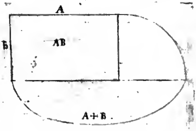
1. *B* } datum 1.
4. A } * datum 2.

4. *AB* ═══ 784
4   4 ÷

1. *A* B ═══ 196
—— LQ.
B ═══ 14 —— quæſitū 1.
4 *
A ═══ 56. quæſitum 2.

Exemplum 4. *Data ſumma duorū laterum & rectangulo, indagare ipſa latera.*

Sit data ſumma laterum A + B 8, ſit data etiam ſuperficies rectanguli AB 12, quærēda ſunt ſingula latera A & B? Ad hoc faciendum, rectāgulum quadruplicatum ſubtrahe a quadrato ſummæ laterum, & ex reliquo ſc. quadrato differentiæ laterum extractum latus adde ſummæ laterum, inventaq; erit æquatio inter 2. A & 12, hinc elicitur A. ſc. 6 & *B* 2. Vt:



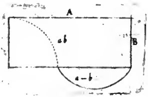
datum 1. a + b ═ 8   a + b ═ 8
datum 3. a b ═ 12   a + b * 8 *
4 *   aa + ab 64
ab + bb

4. ab ═ 48   aa + 2. ab + bb ═ 64
4. ab ═ 48 —
aa − 2 ab + bb ═ 16
Q.
a — b ═ 4
a + b ═ 8 +
2. a ═ 12
2 ÷   2 ÷

quæſitum 1. A ═ 6
8.   8 —
quæſitum 2. A — 8. ═ *B* ═ 2.

Ex. 5. *Data differentia laterum & parallelogrammo, inquirere ipſa parallelogrammi latera.*

Sit data differentia laterum A — B 12. datū etiā parallelogrammi planū, A B 13653. quærenda ſunt ſingula, ideſt, ejus lōgitudo *A* & latitudo B? Datum *A B*, 13653 rectangulum quadruplicatum ſc. 4. A B, 54612 adde quadrato differentiæ laterum A A — 2. A B + BB, 144, vt aggregatum ſit quadratum ſummæ laterum *A* A + 2. *AB* + BB æquale 54756. ex hoc aggregato extrahe latus, A + *B*, 234, a quo ſubtrahe differentiæ laterum quadratum A — B 12, eritq; 2. *B* æquale 222. Hinc exorietur per



[illegible] ipſum quæſitum, primum *B* 111. cui additum quadratum differentiæ laterũ a — B 12, erit alterum quæſitum *A* 123. Vt.

a — b = 12 datum. 1.
a — b * 12 *
aa — ab 124.
ab + bb 12
aa — 2.ab + bb = 144.

datum. 2.
ab = 13653.
4 * 4 *
4. ab = 54612
aa — 2. ab + bb = 144 ✠
aa + 2.ab + bb = 54756.
LQ.
a + b = 234
a — b = 12
2. b = 222
2 ÷ 2 ÷
quæſitum 1. *B* = 111.
A — b + = 12 +
quæſitum 2. *A* = 123

Exemplum 6.

Data ſumma quadratorum, & eorundem differentia quærere partes laterum.

Sit ſumma quadratorum data *AA* + *BB* æquari 16 + 9, hoc eſt, 25, data etiam quadratorum differentia *A* A — BB æquari 16 — 9, hoc eſt, 7. quæritur, quãtũ futurũ ſit latus *A*, quãtũ etiã *B*? Re. A erit 4; *B* vero 3. Sũma etenim quadratorum ſummæ & differentiæ per duo diviſa, & ex quotiente latus quadrati extractum, erit quæſitum 1. *A*. Deinde ex reſiduo quadrati *A*A & quadrati ſummæ laterum latus quadratum eductum, erit quæſitum alterum B. 3. Vt:

datum 1. aa + bb = 16 + 9 = 25.
datum 2. aa — bb = 16 — 9 = 7. ideſt.
aa + bb = 25
aa — bb = 7 ✠
2. aa = 32
2 ÷ 2 ÷
aa = 16
L. *A*.
quæſitum 1. *A* = 4

aa + bb = 25
aa = 16
bb = 9
LB.
quæſitum 2. *B* = 3.

33 *Succedit alterum genus exemplorum, quod eductionem lateris cubici requirit.*

Exemplum 1. *Data Cuborum ſumma & eorundem differentia, indagare partes laterum.*

Ex. gr. Sit ſumma cuborum data AAA + BBB æquari 27 + 8, hoc eſt, 35. Sit itidem data cuborum differentia AAA - BBB æquari 27 — 8, hoc eſt. 19, quæritur, quantum ſit latus cubi *A*, quantum etiam B? R. *A*. erit 3, *B*. 2. Summa namq; cuborum aggregati, & differentiæ per duo diviſa, & ex quoto latus cubicum extractum erit quæſitum 1. *A*; tum ex reſiduo cubi *AAA* à cuborum ſumma AAA + BBB eductum latus cubi erit B, quæſitum alterum, ut voluit quæſtio.

aaa + bbb = 27 + 8 = 35. datum 1.
aaa — bbb = 27 — 8 = 19. datum 2.
id eſt.
aaa + bbb = 35
aaa — bbb = 19 +
2. aaa = 54
2 ÷ 2 ÷
aaa = 27
LA.
A = 3. quæſitum 1.

aaa + bbb = 35
aaa = 27
bbb = 8
LB.
B = 2. quæſitum 2.

Exemplum 2. *Data parallelepipedi ſoliditate, unà cum proportione laterum indagare ipſa latera.*

Sit



Sit parallelepipedum datum *A* B C, id eſt, columna quadrilatera pedum 18432. altitudo C, ad longitudinem baſis B, & hæc longitudo ad latitudinem baſis *A* proportionem habet duplam, quæruntur ſingula latera? ℞. C erit *96* *B* 48. & *A* 24. Ponatur enim altitudo 8. A, erit latitudo 2. A & longitudo 4. *A*. in continua proportione dupla. Latitudo in longitudinem facit 8. *AA*, & hęc in altitudinem facit ſoliditatem parallelepipedi 64. AAA, æqualem 18432, hiſce diviſis per 64, erit A*AA*, id eſt, 1. cubus ęqualis 288, cujus latus A 12. Erunt ergo 8. A 96. 4. A 48. & 2. *A* 24. *Vt* voluit quæſtio. *Ex. gr.*

a. 8 — a. 4 — a. 2 datum 1.
a. 2 *
aa. 8
a. 8 *
aaa. 64 ——— 18432. datum 2.
64 ÷ 64 ÷
aaa ——— 288
——— 1A.
A ———

12	12	12
8 *	4 *	2 *
96.	48.	24.

Quęſita
III.

CAPVT VII.

De Algebra Ænigmatibus.

1 ET tantum etiam de ipſa Regula *Algebræ*, ejuſq; partibus; Sequuntur (ex §. 2. cap. 1. hujus *Ænigmata*.

2 *Sunt autem hæc ænigmata triplicis generis. Quędam enim ſunt, quæ commodè per hanc Regulam ſolvi poſſunt; quædam etiam ſunt, quæ, etiamſi ſolvi poſſint, tamen ut inepta ac nugatoria ſolvuntur; quædam deniq: ſunt, quę nulla ratione ſolvi poßunt.*

3 *Ad prius ænigmatũ genus referemus* (brevitatis habita ratione) *quatuor ænigmata Ptolomęi*, ex libro 1. Epigrammatũ Græcorum deſumpta, *ſicuti & quintum illud Euclidis*, quod ijſis Epigrammatibus Græcis adſcriptum eſt.

Ænigmata autem Ptolomæi ſunt hęc:

4 Primum eſt *de Palladis ſtatua, quot nam illa auri talenta appendat.*

Πρῶτον.

Παλλὰς ἐγὼ τελέθω σφυρήλατος· αὐτὰρ ὁ χρυσὸς
Αἰζηῶν πέλεται δῶρον ἀοιδοπόλων.
Ἥμισυ μὲν χρυσοῖο χαρίσιος, ὀγδοάτην δὲ
Θέσπις, καὶ δεκάτην μοῖραν ἔδωκε Σόλων.
Αὐτὰρ εἰκοστὴν Θεμίσων, τὰ δὲ λοιπὰ τάλαντα
Ἐννέα, καὶ τέχνη, δῶρον Ἀριστόδικος.

Pallas ego ſum, malleo hunc in modum fabrefacta: Sed aurum munus eſt iuvenum, qui in ſtudio verſantur Poetices. Dimidiam quidem auri partem contulit Chariſius. Octavam verò Theſpis: Decimam de hinc Solon: Et vigeſimam Themiſon: Reliqua autem novem talenta, & mercedem item, quæ artifici debebatur, contulit Ariſtodicus. Quæritur de toto pondere ſtatuæ, & quot quiſq; talenta adjunxerit?

Reſ-

Reſpondeo ſtatuam fuiſſe talentorum 40, & *Chariſium* dediſſe talenta 20, ſicuti & *Theſpidem* 5, *Solonem* 4, *Themiſonem* 2, & *Ariſtodicum* 9. Vti ex ænigmate conſtat.

Ponatur enim pondus totius ſtatuæ 1. A talentorum auri, dedit itaq; *Chariſius* $\frac{1}{2}$ *Theſpis* $\frac{1}{8}$ A. Themiſõ $\frac{1}{20}$ A Et *Ariſtodicus* 9. talẽta, quæ oẽs talẽtorũ partes gignũt $\frac{31}{40}$ A + 9 æqualẽ 1. A. ſubductis ergo $\frac{31}{40}$ A, vtrinque, erit æquatio inter 9, & $\frac{9}{40}$ A. Diviſis itaq; 9, per $\frac{9}{40}$ A, fiet 1. A æquale 40; ſc. talentorum ſtatuæ. Idcirco Chariſius contulit 20 talenta, videlicet ſemiſſem totius ponderis. *Theſpis* 5. talenta, octavam puta partem, *Solon* 4 talenta; vt partem decimam. *Themiſon* 2. talenta, partem nimirum vigeſimam. Quæ partes omnes & ſingulæ cum illis 9 talentis, quæ adjunxit *Ariſtodicus*, ſummatim procreant 40 talenta. Vt:

$$\frac{1.\,A}{2} \div \qquad \frac{1.\,A}{8} \div \qquad \frac{1.\,A}{10} \div \qquad \frac{1.\,A}{20} \div$$

$\frac{1}{2}$ A. Char. $\frac{1}{8}$ A. Theſ. $\frac{1}{10}$ A. Sol. $\frac{1}{20}$ A. Them.

$\frac{1}{8}$ A

$\frac{1}{10}$ A

$\frac{1}{20}$ A +

$\frac{31}{40}$ A + 9 $=$ 1. A

$\frac{31}{40}$ — $\frac{31}{40}$ —

9 $=$ $\frac{9}{40}$ A

$\frac{9}{40} \div$

A $=$ $\frac{40}{2} \div$ $\frac{40}{8} \div$ $\frac{40}{10} \div$ $\frac{40}{20} \div$

char. 20. 5. Theſ. 4. Sol. 2. Them.

Examen.
- 5
- 4
- 2 +
- 31
- 9 + Ariſt.
- 40. ſtatua.

Aenigma ſecundum eſt de Augeæ armentis, quotnam boves fuerint.

Διότιμον

Αὐγέιην ἐρέεινε μέγα σθένος Ἀλκείδαο.
Πληθὺν βουκολίων διζήμενος· ὃς δ' ἀπάμειπτο·
Ἀμφὶ μὲν Ἀλφειοῖο ῥοάς φίλος ἥμισυ τῶνδε,
Μοίρῃ δ' ὀγδοάτῃ ὄχθον Κρόνου ἀμφινέμονται.
Δωδεκάτῃ δ' ἀπάνευθε Ταραξίπποιο παρ' ὅρον.
Ἀμφὶ δ' ἄρ Ἤλιδα δῖαν ἐεικοστῇ νεμέθονται.
Αὐτὰρ ἐν Ἀρκαδίῃ τριηκοστὴν προλέλοιπα,
Λοιπὰς δ' αὖ λεύσσεις ἀγέλας τόδε πεντήκοντα.

Augeam interrogavit generoſus Hercules de multitudine armentorum, cui ille reſpondit. Media horum pars, amice, circa fluvium Alpheum paſcitur: octava autem circa Saturni collem: cæterum duodecima procul hinc iuxta loca Taraxippi extrema: at vigeſima eorum pars circa Elidem paſcitur: trigeſimam verò in Arcadia ego reliqui: Reliqua autem quinquaginta numero armenta videas ipſe. Quæſtio eſt de numero boum, & quotnam in ſingulis locis fuerint. Reſpondeo, boves adfuiſſe 240, quorum 120 fuerunt circa fluvium *Alpheum*, 30 circa *Saturni* collem, 20 juxta *Taraxippi* extrema, 12. Circa *Elidem* montem, & in *Arcadia* 8. Ponatur enim 1. A pro numero boum. Ergo juxta fluvium *Alpheum* fuerunt $\frac{1}{2}$ A boum, circa collem *Saturni* $\frac{1}{8}$ A, juxta *Taraxippi* extrema $\frac{1}{12}$ A, circa montem *Elidem* $\frac{1}{20}$ A in *Arcadia* $\frac{1}{30}$ A & apud *Augeam* 50 boves. Quæ partes omnes additæ faciunt $\frac{19}{24}$ A + 50, ſummam ſc. æqualem 1. A. Ablatis igitur ab utraq; parte $\frac{19}{24}$ A, exiſtet hæc æquatio inter 50 & $\frac{5}{24}$ A. Divide ergo 50 per $\frac{5}{24}$ A, ut habeas 240, ſcilicet valorem huius A. qui eſt numerus boum, Quorum dimidia

midia pars 120 fuit circa fluvium *Alpheum*, & $\frac{1}{8}$, hoc eſt, 30 circa collem *Saturni* & $\frac{1}{12}$, hoc eſt, 20 juxta *Taraxippi* extremã, & $\frac{1}{20}$, hoc eſt, 12 iuxta *Elidem*, & in *Arcadia* boves 8, pars videlicet $\frac{1}{30}$. Atq; omnes hi boves cum 50, qui prope *Augeam* fuerunt, ſummatim conſtituunt 240. Vt: $\frac{1.A}{2} \div$ $\frac{1.A}{8} \div$ $\frac{1.A}{12} \div$ $\frac{1.A}{20} \div$ $\frac{1.A}{30} \div$

$\frac{1}{2}$ A.	$\frac{1}{8}$ A.	$\frac{1}{12}$ A.	$\frac{1}{20}$ A.	$\frac{1}{30}$ A.
Alph.	Sat.	Tar.	El.	Arc.

$\frac{1}{2}$ A
$\frac{1}{8}$ A
$\frac{1}{12}$ A
$\frac{1}{20}$ A
$\frac{1}{30}$ A +

$\frac{19}{24}$ A + 50 = 1. A

$\frac{19}{24}$

50 = $\frac{5}{24}$ A

$\frac{5}{24}$ A ÷

A = 240

$\frac{240}{2}$ ÷	$\frac{240}{8}$ ÷	$\frac{240}{12}$ ÷	$\frac{240}{20}$ ÷	$\frac{240}{30}$ ÷
Alph. 120.	30.	20.	12.	8.
	Sat.	Tar.	El.	Arc.

Examen:
30
20
12
8 +
190
50 + Aug
240.

7 Aenigma tertium, *de Leonis enei canalibus*.

Τρίτος

Χάλκεός εἰμι λέων· κρουνοὶ δέ μοι ὄμματα δοιά,
Καὶ στόμα σὺν ἠ θέναρ δεξιτεροῖο ποδός.
Πλήθει δὲ κρατῆρα δύ᾽ ἤμασι δεξιὸν ὄμμα,
Καὶ λαιὸν τρισσοῖς, καὶ πισύρεσσι θέναρ.
Ἄρκιον ἓξ ὥραις πλῆσαι στόμα, ἐν δ᾽ ἅμα πάντα,
Καὶ στόμα, ἠ γλῆναι, καὶ θέναρ, εἰπὲ πόσον:

Aeneus ego ſum leo: canales verò mihi ſunt oculi duo: & os cum palma dextri pedis. Implent autem craterem eundem, dexter quidem oculus duobus diebus: ſiniſter verò tribus. Et palma quatuor diebus: porro ſex horis os implere eum poteſt. Hęc igitur ſimul omnia, & os, & oculi, & palma, dic quanto tempore eundem craterem impleant?

Reſpondeo, horis quatuor, cum $\frac{44}{61}$ vnius horæ. Ponatur enim pro tempore 1. A horarum, atq; dicatur: 48. 72. 96. 6. ſingulæ horæ ſigillatim ſumptę implent unum craterem, quid implebit 1. A horarum? R pro 48, $\frac{1}{48}$ crateris pro 72, $\frac{1}{72}$: pro 96 $\frac{1}{96}$: pro 6. $\frac{1}{6}$ crateris: Addantur iam omnes hæ fractiones, ut ſumma ſit $\frac{61}{288}$ A, unius crateris, æqualis vni crateri. Dividantur ergo 1. per $\frac{61}{288}$, erit 1. A æqualis, $\frac{288}{61}$ hoc eſt, horis 4 $\frac{44}{61}$, quibus crater implebitur. Si enim oculus dexter 48 horis, implet unum craterem, horis 4 $\frac{44}{61}$ implebunt $\frac{6}{61}$ unius crateris & ſic de reliquis. Iam omnes partes crateris componunt unum craterem. Ut:

48 $\frac{1}{48}$ A

72 $\frac{1}{72}$ A

6 1 ——— 1. A $\frac{1}{96}$ A

6 $\frac{1}{6}$ A ✠

1 ——— $\frac{61}{288}$ A

$\frac{61}{288}$ A ÷

1. A ——— $\frac{288}{61}$

idest.

A ——— $4\frac{44}{61}$ horæ.

Examen.

48 $\frac{6}{61}$

72 $\frac{3}{61}$

96 1 ——— $4\frac{44}{61}$ $\frac{4}{61}$

6 $\frac{48}{61}$

Aenigma quartum, *de ſtatuis Zethi, Amphionis, ac matris ipſorum Amphionis.*

Τεταρτον.
Αμφω μὲν ἡμεῖς εἴκοσι μνᾶς ἕλκομεν,
Ζῆθος τε χ' ὠ ξύναιμος, ἢν δέ μου λάβῃ
Τρίτον, τὸ τέτρατόν τε τοῦ δ' Αμφίονος
Ἓξ πάντ' ἂν εὑρὼν, μητρὸς εὑρήσεις σταθμόν.

Ambo quidem nos viginti minas appendimus. Zethus pariter, & meus conſanguineus. At ſi de meis minis tertiam partem minarum verò Amphionis quartam ſumpſeris, ſex in ſumma inventis, matris pondus reperies. Quæſtio eſt, quot minas tum Zethus, tum Amphion eius conſanguineus appenderit? Reſpondeo, ſtatuam Zethi extitiſſe minarum 12: *Amphionis* 8, & *Antiopis* 6, quæ omnes additæ dant minas 26. Pone igitur pro Zetho 1. A minarum: & pro *Amphione* minas 20 ——— 1. A, & conſtitues tertiam partem *Zethi* $\frac{1}{3}$ *A*, & quartam partem *Amphionis* 5 ——— $\frac{1}{4}$ A, quę conjuncta faciunt 5 ✠ $\frac{1}{12}$ A æqualem 6. Igitur ſubductis ab utraq; parte 5, erit æqualitas inter 1. & $\frac{1}{12}$ *A*, diviſo nunc 1 per $\frac{1}{12}$, erit 1. *A*, 12, atq; tot minarum fuit ſtatua *Zethi*, ergo *Amphionis* 8 & *Antiopis* 6, quæ additæ faciunt 26. *Ut:*

1. A Zeth. 20 ——— 1. A Amph.

3 ÷ 4

$\frac{1}{3}$ A 5 ——— ÷ $\frac{1}{4}$ A

$\frac{1}{3}$ ✠

6 ——— 5 ✠ $\frac{1}{12}$ A

5 ——— 5 ———

1 ——— $\frac{1}{12}$ A

$\frac{1}{12}$ A ÷

A ——— 12. Zeth. 20

12 ———

Examen. { 8. Amph. 6. Anti. 6 12 ✠ 26.

Aenigma quintum, *quod eſt Euclidis Geometricum.*

Εὐκλείδου Γεωμετρικόν.
Ἡμίονος καὶ ὄνος φορέουσαι οἶνον ἔβαινον,
Αὐτὰρ ὄνος στενάχιζεν ἐπ' ἄχθει φόρτου ἑοῖο.
Τὴν δὲ βαρὺ στενάχουσαν ἰδοῦσ' ἐρέεινεν . . .
Μῆτερ τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι ἠΰτε κούρη.
Εἰ μέτρον ἓν μοι δοίης: διπλάσιον σέθεν ἦρα.
Εἰ δ' ἓν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις.
Εἰπὲ τὸ μέτρον ἄριστε Γεωμετρίης ἐπίιστορ.

Ibant Mulus, & Aſina vinum portantes: Aſina autē ex dolore ponderis ſui ingemiſcebat. Quare viſa, Mulus graviter ingemiſcentem Aſinam ſic interrogavit. Mater cur ita lamentaris, cur puellæ inſtar lacrymas fundis? Menſuram mihi unam ſi dederis, duplo, quam tu, plus ſuſtulero: ſin verò tu à me unam acceperis, idē planè, quod ego, pondus feres. Menſuram itaq; peritiſſime Geometer dicas volo.

Alia verſio Melanthonis.

Mula, Aſinaq; duos imponit ſervulus utres
Impletos Vino ſegnemq; vt vidit *Aſellam*
Pondere defeſſam veſtigia figere tarda,
Mula rogat: Quid chara parens cunctare, gemiſq.[?
Vnam ex utre tuo menſuram ſi mihi reddas,
Duplum oneris tunc ipſa feram: ſed ſi tibi tradam
Vnam menſuram, fient æqualia vtriq;
Pondera. Menſuras dic docte *Geometer* iſtas.

Alia verſio.

Mulus portabat Vinum, comitatus *Aſella*.
Hac oneris quæritur pondera vaſta ſui.]
Ille graves matris gemitus miratur, & inquit,
Cur adeo lacrymis lumina mœſta fluvnt?
Mollities teneras mater decet illa puellas,
Quas premit inſuetus, debilitatq; labor.
Vnam menſuram, ſi noſtros fundis in vtres,
Ipſa tui vini pondera dupla feram.
Sin unam contra noſtro de faſce levabis
Partem, tunc æquum pondus vterq; feret.
Dic mihi menſuras, o docte *Geometer* iſtas,
Non aliter *Phœbi* nomine dignus eris.

Reſpondeo, *Mulum* portaſſe menſuras ſeptem & *Aſinam quinque*. Ponatur enim pro menſuris *Muli* 1 *A*, & ſic pro menſuris *Aſinæ* $\frac{1}{2}$ *A* † 1. $\frac{1}{2}$. Ita enim ſi *Aſina* hęc mulo obtulerit 1. menſuram, erunt *Mulo* menſuræ 1. *A* ✠ 1, quæ erunt duplo majores reliquis menſuris *Aſinæ*, quę ſunt $\frac{1}{2}$ A † $\frac{1}{2}$. Vt:

1. *A*. Mul.	$\frac{1}{2}$ A † 1 $\frac{1}{2}$. *Aſ.*
1	1 ——
1. A † 1 ——————	$\frac{1}{2}$ *A* † $\frac{1}{2}$

At verò, ſi *Mulus*. *Aſinæ* det 1. menſuram, erit reliquum pondus *Muli* 1. A —— 1 æquale ponderi *Aſinæ*, quod erit $\frac{1}{2}$ A ✠ 2 $\frac{1}{2}$, addita utriq; parti 1. erit æqualitas inter 1. A & $\frac{1}{2}$ A † 3 $\frac{1}{2}$. Subducta porro ab utraque parte $\frac{1}{2}$ *A*, erit ęqualitas inter $\frac{1}{2}$ A & 3 $\frac{1}{2}$. Diviſa jam 3 $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{2}$, erit quotus $\frac{14}{2}$, hoc eſt, 7 pro A. id eſt, menſuris Muli. *Aſinæ* ergo habens $\frac{1}{2}$ *A* † 1 $\frac{1}{2}$ portabit menſuras 3 $\frac{1}{2}$ & 1 $\frac{1}{2}$, videlicet 5: Si enim *Aſina Mulo* det 1. menſuram, habebit *Mulus* 8. quæ dupla ſunt 4, ut pote quæ *Aſino* reliquæ ſunt. Et ſi *Mulus Aſinæ* det 1. menſuram, portabit uterq; 6. menſuras.

1. *A*. Mul.	$\frac{1}{2}$ A ✠ 1 $\frac{1}{2}$ Aſin.
1 ——	1 ✠
1. *A* —— 1 ==========	$\frac{1}{2}$ A † 2 $\frac{1}{2}$
1 †	1 †
1. A ==========	$\frac{1}{2}$ A † 3 $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ A ——	$\frac{1}{2}$ A ——
$\frac{1}{2}$ A ==========	3 $\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{2}$ *A* ÷
A ==========	$\frac{14}{2}$ ========== 7. Mul.

$\frac{1}{2}$ A ✠ 1 $\frac{1}{2}$
3 †
$\frac{1}{2}$ *A* ✠ 4 $\frac{1}{2}$ == 5. Aſ.

CAPVT VIII.

De Ænigmatibus Nugatorijs.

AD ſecundum Ænigmatum genus pertinent illa,quæ,etiamſi ſolvi poſſint, tamē vana,inepta ac nugatoria ſunt. Quod tum accidit,quando æquatio inventa eſt inter duos numeros æquales,& ejuſdem denominationis, & tali in caſu problema propoſitum ſolvi poterit per quemvis numerum adhibitum.

Exemplum 1. Sit numerus 16 dividendus in tales duas partes,ut numerus factus ex una parte in totum numerum propoſitum,æqualis ſit quadrato ejuſdem partis,unà cum numero,qui ex eadem parte per alteram multiplicata gignitur.

Ponitur prima pars eſſe 1. A,ideoq; altera erit 16 — 1. A. Et quia ex priori parte,id eſt, ex 1. A multiplicatione per totum numerum 16,fiunt 16. A : Ex eadem autem parte in ſe fit. 1. AA & ex multiplicatione 1. A per 16 — 1. A, oriuntur 16. A — 1. AA,quæ addantur 1. AA fiunt 16 A, quia ut 1 AA addi poſſit ad — 1. AA,intermittenda eſt ſubductio, ut in prioribus dictum eſt. Inventa eſt ergo æqualitas inter 16. A & 16. A quod nugatorium eſt ac ridiculum. Vt:

16.	16 — 1. A	1. A
1 A *	1. A *	1. A *
16. A	16 — 1. AA 1. AA +	1. AA.

16. A ═══ 16 A.

Exemplum 2. Sit numerus quærendus,qui ductus in 3, & factus in 6. A, procreet numerum æqualem ei,qui ex multiplicatione in ſe ipſum & ex facto in 18. procreatur.

Ponatur numerus 1. A. Ex multiplicatione 1. A per 3,fiunt 3. A,& ex 3. A per 6. A,fiunt 18. AA Et quia 1. A per ſe ipſum multiplicatum dat 1. AA,& ex ductu 1. AA in 18. fit 18. AA. Erit æqualitas inventa inter 18. AA & 18. AA. quæ inventa æquatio inepta eſt ,ut

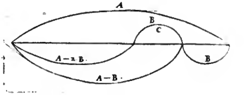
1. A	1. A
3 *	1. A *
3. A 6. A *	1. AA 18 *
18. AA ═══	18. AA.

Exemplum 3.

Datam lineam in duas partes ita dividere, ut rectangulum ſub tota & partium differentia una cum quadrato partis minoris,æquet quadratum partis majoris.

Quod ænigma ſimiliter vanum eſt ex eo,quod utcumq; data linea ſecetur,ſemper inveniatur ex iſta ſectione hoc proficiſci,id videlicet de quo eſt quæſtio,ut conſtat ex prop. 5. lib. 2. Euclidis,ſi ſc. illa dimidia ponatur pars major, & intermedia pars minor,ſicuti etiam reliqua partium differentia; ſi vero inſtituatur analyſis,hæc in æquationem incidet inutilem, cum in utraq; eius parte eædem reperiantur magnitudines: Nam ſi data linea ſit A,erit pars minor B,& maior A — B eritq; partium differentia A — 2. B, rectangulum ſub tota linea data A & partium differentia A — 2. B eſt AA — 2. AB,cui ſi adiiciatur quadratum BB partis minoris B, erit ſumma AA — 2. AB + BB, quæ æquat quadratum AA — 2. AB + BB partis maioris A — B,& hæc cenſetur eſſe æquatio inutilis,cum in utraq; eius parte contineantur eædem magnitudines, cujus demonſtratio hæc eſt Marini Ghetaldi lib. de compoſ: & reſolut. Mathematica: Recta A ſecetur ut cunq; in duas inæquales partes,quæ ſint A — B maior,& B minor, cui æqualis ſit C, & A — 2. B erit partium A — B & B differentia. Dico rectangulum AA — 2. AB factum ex differentia partium A — 2. B & linea tota A,una cum quadrato BB facto ex ſegmento minore B,æquari quadrato AA — 2. AB + BB facto ex ſegmento majore A — B; cum enim rectangulum AA — 2. AB, hoc eſt rectangulum ſub tota & partium differentia æquale ſit quadrato totius AA minus rectangulo BB + 2. BC + CC ,hoc eſt,minus duplo rectangulo AB (facto ex A & B,hoc eſt , tota & parte minore) quod illi eſt æquale,cùm B + C ſit dupla ipſius B, addatur utrobique quadratum ipſius B,hoc eſt, BB,& rectangulum AA — 2. AB, una cum quadrato BB , æquabitur quadrato AA ex tota A,una cum quadrato BB , facto ex B,parte minore , minus duplo rectangulo AB ; at verò quadratum AA — 2. AB + BB partis majoris A — B æquale eſt quadratis AA & BB minus rectangulo AB, bis ergo rectangulum AA — 2.

AB una cum quadrato BB æquabit quadratum AA — 2. AB + BB partis majoris A — B, quod demonſtrandum. Ut;



A
B —

A — B
A — B *

A — 2. B
A *

B + C
B + C *

AA — AB
AB + BB

AA — 2. AB
BB + A *

A BB + BC
BC + CC

AA — 2. AB + BB = AA 2. AB + BB = AA — BB + 2. BC + CC.

Exemplum. 4. *Datam lineam in duas partes ita dividere, ut quadruplum rectangulum ſub partibus, unà cum quadrato differentiæ partium æquale ſit quadrato totius.*

Utcunque etiam linea data ſecetur, id ſemper continget, ſi tota linea recta ponatur pars major, alterum ſegmentorum pars minor, reliquum verò differentia partium, ut nos inſtruit *Euclidis* propoſitio 8. lib. 2. Sit ergo data recta A, pars una eſto B, erit pars altera A — B, rectangulum ſub his erit AB — BB, cujus quadruplum eſt 4. AB — 4. BB additum quadrato AA — 4. BA + 4. BB differentiæ laterum A — 2. B, æquatur quadrato AA, lineæ totius A. Itaque AA æquabit AA, quæ æquatio eſt inutilis, cum eadem magnitudo æqualis ſit eidem magnitudini.

Ad hoc demonſtrandum ſit data recta A, quæ ſit ſecta utcunque in duas partes inæquales, ut ſunt B & A — B, ut ſupra. Cum autem quadratum AA lineæ totius A æquale ſit quadratis partium A — B & B & duplo rectangulo AB + BB facto ex partibus A — B & B, quadratum autem differentiæ AA — 4. BA + 4. BB æquale eſt iiſdem quadratis minus duplo rectangulo AB — BB, erit quadruplum rectangulum AB — BB, exceſſus, quo quadratum totius ſuperat quadratum differentiæ AA — 4. BA + 4. BB, quo addito ad quadratum differentiæ, fiet quadratum totius. Quod demonſtrandum. Ut:

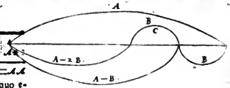
A — B
B *

A — 2. B
A — 2. B *

AB — BB
4 *

AA — 2. BA
2. BA + 4. BB A *

4. AB — 4. BB + AA — 4. BA + 4. BB = AA



Et hæc breviter ſufficiant de modo, quo ænigmata vana & nugatoria cognoſcere licet; ut nihil aliud reliquum videatur, quam tradere artem ænigmatum impoſſibilitatem deprehendendi. Sciendum itaq; ænigmata hæc impoſſibilia ænigmatibus prioribus vanis, & nugatoriis ex diametro opponi; cum illud ſit ænigma vanum, cùm id, quod fieri jubet, quocumque illud ipſum etiam modo fiat, ænigmati ſatis ſit, vel infinitis modis ipſum ænigma conſtrui poteſt; Ænigma porro impoſſibile dicitur, cùm id, quod ipſum ænigma jubet, nulla ratione fieri poteſt.

CA-

CAPVT IX.

De *Ænigmatibus* Impoſsibilibus.

AD tertium genus Aenigmatum numerantur illa, quę ulla ratione ſolvi nequeunt, ac perinde iſtæ quæſtiones impoſsibiles judicantur.

Et hoc accidit tum, cum in alicujus problematis analyſi incidimus in æquationem impoſsibilem, hoc autem niſi animadvertamus, fruſtra in explicatione oblati problematis impendemus tempus, ut propterea non negligenda ſit ratio illa problematum impoſſibilitatem cognoſcendi.

Aequatio impoſsibilis illa eſt, in qua totum proponitur æquari parti, major magnitudo minori & contra:

Quod eſt abſurdum. Hoc autem dupliciter cognoſcere poſſumus; tum quia videmus duas magnitudines inæquales, tanquam æquales inter ſe conferri, tum etiam, quia ęquatio redditur inexplicabilis.

Exemplum 1. *Quærendus eſt numerus, cujus quadratus cum numero 56. ęqualis ſit 14. lateribus ejuſdem quadrati.*

Ponatur ille numerus 1. A, erit ejus quadratus 1. AA. Idcirco 1. AA † 56 æqualia ſunt 14. A; hoc eſt, 1. AA ęquatur 14. A — 56. Sumatur jam ſemiſsis numeri laterum, ſc. 7. & quia ab hujus ſemiſsis quadrato, hoc eſt, ex 49, numerus 56 ſubduci nequit, erit quæſtio hæc impoſſibilis. Vt:

1. a
1. a *
1. aa † 56 ═══ 14. a
——————— id eſt.
1. aa ═══ 14. a —— 56
2 ÷
7. a
7. *
49. aa
56 ——
Impoſsibile.

Exemplum 2. *Quæratur numerus, qui per 8. multiplicatus, & factus hic in ſe, tantum faciat, quantum ex ipſo numero in ſe ducto, & ex hoc facto in 14?*

Ponatur quæſitus numerus 1. A. multiplicetur 1. A per 8, ut factus ſit 8. A, qui in ſe ductus gignit factum 64. AA; qui numerus debet eſſe æqualis ei, qui fit ex 1. A in ſe & ex producto in 14. fit autem ex 1. A in ſe, 1. AA, & hic in 14. ductus facit 14. AA, inventaque eſt æqualitas inter 64. AA & 14. AA, quæ eſt impoſſibilis. Vt:

1. a   1. a
8 *   1. a *
8. a   1. aa
8. a *   14. *
64. aa ═══ 14. aa
Impoſsibile.

Exemplum 3. *Inveniantur duo numeri, ut ex ductu unius in alterum fiat numerus quintuplus ſummę ipſorum.*

Ponatur unus, 1 A. & alter 2. unitates. Ex 1. A in 2, fit 2. A, qui quintuplus eſſe debet ſummæ ipſorum, quæ eſt 1. A † 2. ergo ſumma hæc quintuplicata, ſc. 5. A † 10 æqualis eſſe debet 2. A, quod falſum: impoſsibilis ergo eſt quæſtio data, ſi alter numerorum conſtituatur 2. Vt:

1. a   2
2 *   1. a †
2. a   1. a † 2
5 *
2. a ═══ 5. a † 10,
Impoſſibile.

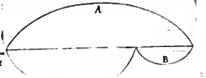
Exem-

Exemp. 4. *Datū latus ita dividere, ut ſi à rectangulo comprehenſo ſub tota et una ex partibus tollatur quadratum euſdem partis, relinquatur quadratum totius.*
Data ſit recta linea A, ſecanda ita, ut ſi &c. ſit pars ejus una B, erit altera A —— B, rectangulum ſub tota A & una ex partibus, ut B, erit A B, a quo ſi auferatur quadratum BB ejuſdem partis B, reliquum erit AB —— BB quod æquale eſſe dicitur AA quadrato totius lineæ A. Hoc problema eſt impoſsibile, cum in eius explicatione inveniatur æquatio inexplicabilis, cum AA comparationis homogeneum non poſſit ſubduci a quadrato dimidiæ coefficientis A, ut ab AA $\frac{1}{4}$, ſicuti idipſum hæc æquatio ambigua exigit. Et licet non tam manifeſte appareat inæquali tas inter AB——BB & AA, tamen facile deprehendetur hoc modo: quoniam BB ponitur ſubduci ab AB, & quod reliquum eſt, æquari AA, neceſſario AB maius erit, quàm BB; maius etenim à minori ſubduci rerum Natura non patitur, & ſi æquale ab æquali tollatur, nihil relinquitur, conſequēter BB minus erit, quàm AB, ac proinde B minor erit, quam A, cætero quin ex ductu A in B non produceretur quid maius, quàm ex B in ſe ducto; cùm autem B ſit minor quam A, ſequitur AB minus eſſe, quàm AA, ac proinde AB —— BB multo minus eſſe quam AA. Vt:

A B
B* B*

AB BB A
BB —— A

AA —— BB ═══ AA

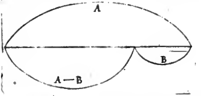


Exemplum 5. *Datam rectam ita in duas partes diuidere, ut ex ductu unius in alteram gignatur quadratum totius.*
Ex. gr. ſit data recta A ita dividenda. Sit ergò pars una B, erit altera A——B, ſi una multiplicetur per alteram, fiet rectangulum AB —— BB, & æquabitur AA, non poteſt autem ſubduci AA ab AA $\frac{1}{4}$. Ad hoc demonſtrandum ſit ſecta A in duas partes inæquales, puta in B & A——B, ut problema uult &c. Quoniam ergo rectangulum AB minus quadrato BB æquatur quadrato AA ex tota A, & quadratum hoc AA eſt æquale quadratis AA —— 2. AB † BB & BB ex ſegmentis A —— B & B, una cum duplo rectangulo 2. AB —— 2. BB erit idem rectangulum AB minus quadrato BB æquale quadratis AA —— 2. AB † BB & BB, una cum duplo rectangulo 2. AB —— 2. BB, ſed rectangulum AB minus quadrato BB æquatur rectangulo AB —— BB, ergo rectangulum AB —— BB erit æquale duplo rectangulo 2. AB —— 2. BB, una cum quadratis AA —— 2. AB† BB & BB, pars toti; quod eſt abſurdum, non poteſt ergo latus dividi, ut problema voluit. Vt:

A B A —— B
B* B* A —— B*

AB BB A AA—— AB
BB —— A* A B† BB

AA —— BB ═══ AA ═══ AA—2.AB†BB† BB.



Exemplum 6. *Datam lineam in dividere ita duas partes, ut rectangulum ſub partibus, unà cum quadrato differentiæ partium æquale ſit quadratis partium.*
Ex. gr. Sit data linea 2. A ſecanda iuxta problematis præſcriptum, ſitq. dimidia differentia partium B, eritq; propterea pars maior A † B, pars verò minor A —— B: cum autem rectangulum

ſub

ſub A + B & A — B, quod eſt AA — BB, unà cum quadrato 4. BB ex 2. B æquatur quadratis AA — BB, factis ab A + B & A — B, (hac namq; ratione recta data 2. A intelligitur diviſa) ſequitur AA — BB + 4. BB æquari 2. AA + 2. BB, ſeu AA + 3. BB. æquari 2. AA + 2. BB; ſubducatur nunc AA ab utraq; æquationis parte, & ſic 2. BB + BB, hoc eſt, 3. BB æquabitur AA, & B æquabitur A, pars nimirum toti, quod eſt abſurdum. Ut:

A + B
A — B *

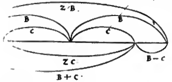
AA + AB   2. B
— AB — BB   2. B *

AA — BB + 4. BB = AA — BB. Ergo

AA — BB + 4. BB = 2. AA + 2. BB
BB —

AA + 3. BB = 2. AA + 2. BB
AA —   AA —

3. BB = AA. Et B = A.



Exemp. 7. ***Datam rectam lineam in duas partes ita dividere, ut triplum rectangulum ſub partibus, unà cum duplo quadrato differentiæ partium æquale ſit quadrato totius, unà cum quadrato differentiæ partium.***

Sit ex. gr. data linea 2. B dividenda &c. dimidia differentia partium eſto C, ergo pars major erit B + C, pars minor vero B — C, rectangulum ſub partibus eſt BB — CC, cujus triplum eſt 3. BB — 3. CC, huic ſi addatur duplum quadratum differentiæ partium, fiet 3. BB — 3. CC + 2. BB, & hoc æquabitur 4. BB + 4. CC, nempe quadrato totius una cum quadrato differentiæ partium, & facta ſecundum artem translatione, æquabitur CC ipſi BB, atq; adeo C ipſi B, pars toti, quod & impoſſibile. Ut:

B + C   B
B — C *   B *

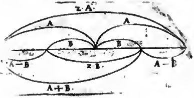
BB + BC   BB
BC — CC   2. *

BB — CC   2. BB
3 *

3. BB — 3. CC + 2. BB = 4. BB + 4. CC idest,

CC = BB

C = B.



Manifeſta eſt ergo ex hiſce, quod ex ipſa operatione luce meridiana clarius eluceſcat, an propoſitũ problema ſolvi poſſit, nec ne: an vero idem problema ſit vanum, ineptum ac nugatorium, quod ſcilicet in omnem numerum conveniat.

Et tantum etiam de ipſa Regula Algebræ,
Deq; eius partibus & ænigmatibus.

FINIS.

τῷ Θεῷ δόξα.

Digitized by Google

INDEX

Rerum & Verborum.

De Algebra Authore nonomnes idem ſentiunt. Pagina 1. elemento 1.
Diophantus Alexandrinus ſe huius Algebra inuentorem profitetur.
Euclides, qui ante Diophantum vixit, non fuit ignarus huius analyſis.
Varietas vocis Algebra. e. 2.
Al, & Geber quid Arabibus ſignificet.
Quid ſit Aliabra, Alboret, Cathaym, Art magna, ceaſus, radix, coſa,
Reſtauratio & oppoſitio. 2. 2.
Quibus præſtantia, nobilitas & dignitas alicuius diſciplinæ cenſeri ſoleat. e. 3.
Demonſtratio Mathematicis diſciplinis ſpiritum, & vitam infundit.
Demonſtratio Mathematica vel Algebrica quid ſit. e. 4.
Veritas Mathematicæ concluſionis in quibus conſiſtat.
Quid ſit materia intelligibilis & ſenſibilis.
Quid ſit demonſtratio falſa, & quotuplex. e. 5.
Authoritates nihil probant. e. 6.
Non licet vti in demonſtrando experientia ſenſus, aut menſurationis. 3. 7. 8.
Neque etiam magnitudine ſenſibili. e. 9.
In conſtructione non debet aliquid aſſumi, cuius cõſtructio ignoratur. e. 10.
Linea Conchoides & Quadratrix quid.
In demonſtrando non adhibenda ſunt communia aliarum ſcientiarum principia. e. 11.
Neq; adhibendæ ſunt rationes probabiles. e. 12.
Neque aſſumendum pro vero id, quod eſt demonſtrandum. e. 13.
Propoſitio aliqua debet omnibus ſubiectis ſpeciebus & caſibus convenire. e. 15.
Non impingendum eſt in demonſtrando in principia Geometria. e. 16.
Neque aſſumendum eſt aliquid, etiamſi illud verũ, quod non ſit certum. e. 17.
Neque etiam aliquod falſum aut impoſſibile. e. 18.
Sicut nec illud, quod æq; obſcurum eſt, ac ipſa propoſitio. e. 19.
Non vitioſa admittenda eſt illatio. e. 20.
Non omnes figura iſoperimetra ſunt ſtatim æquales. 5. 21.
Non datur motus rei gravis perpetuus Circa mundi centrum. e. 22.
Antipodes non ſunt penſiles. e. 23.
Nõ rudes eſſe decet terminorũ Geometricorũ e. 24
Quare terra reſpectu cœli ſit inſtar puncti. e. 25.
Quæ ſit demonſtrationum Algebricarum evidentia.
Vanitas omnium diſciplinarum.
Quot requirantur ad illa, quæ ſcribuntur. 6. 25.
Quare theoremata Algebrica hodie retineant eaſdem demonſtrationes, eramque eandem veritatem, & puritatem, quam ante tot ſecula ha-
Algebra nihil tam falſum aut probabile admittit, quod non certiſſima demonſtratione confirmet.
Inuenire numerum, cuius quadratus cum numero 56. æqualis ſit 14. lateribus eiuſdem quadrati.
Quaternarius ortus ex additione binarii cum binario non eſt æqualis quaternario producto ex binario in binarium.
Binarius ortus ex additione vnitatis cum vnitate infinite minor eſt vnitate facta ex ducta vnitatis in vnitatem.
Facta fractio $\frac{1}{4}$ infinite maior eſt $\frac{1}{2}$, fractione videlicet multiplicante & multiplicanda.
Aenigmata, quæ reſoluere nequit Arithmetica & Geometria, reſoluit Algebra.
Algebræ vtilitas e 7. 26.
Plato nullum Matheſis ignarum ad alias diſciplinas capeſcendas admiſit.
Algebræ facilitas e. 27.
Buteonis verba de Algebræ obſcuritate.
Qualis in pertractanda hac Algebra requiratur animus.
Quare pauciſſimi ſunt Mathematici, qui Algebrã excolant.
Facilius puer addiſcet Algebram, quàm Grammaticam, Rhetoricam & Logicam p. 8.
Quare Grammatica præcepta pueris ſint multo obſcuriora, quam Algebrica.
Quis ſit Algebra finis. e. 2.
An Mathematicæ diſciplinæ habeant bonum, vel vtilitatem aliquam e. 3.
Qua de cauſa Mathematici indagaverint Algebram. e 4.
Quid ſit Theoni Syntheſis & Analyſis.
Analyſis quotuplex ſit. e. 5.
Regula falſi quid ſit, & eius correctores qui.
Quæ ſit ſecunda analyſis ſpecies. e. 6.
Tertia Analyſis ſpecioſa quæ. 10. 7
Algebræ admirabilitas & Divinitas e. 8.
Algebra genus eſt ſcientia e. 9.
Algebra nec mere contemplatiua eſt, nec mere operatiua.
Algebræ ſubiectum eſt quantitas e 10.
Quantitas quid ſit.
Menſura quotuplex ſit e. 11.
Quid ſit quantitas continua, diſcreta, & abſtracta. 12. 13
Quare Averroes Mathematicas demonſtrationes ſtatuerit eſſe in primo gradu certitudinis. e. 14.
Mathematicas demonſtrationes in ſecundo certitudinis gradu poſuit pererius. 11. 14.
Mathematicæ diſciplinæ ſunt certiſſimæ propter quantitatem abſtractam, ſubiectum nimirum illarum non propter ſuas demonſtrationes
Quid ſit quantitas concreta.
Quotuplex ſit quantitas abſtracta. e. 15.

Quid ſit Geometria & Arithmetica e.16.17.
Deſcriptio Algebræ.e.18.
Quid & quatuplices ſint Magnitudines Arithmeticè figuratæ.
Algebra eſt ſcientia media inter Arithmeticam, & Geometriam.
Quantitas, circa quam Algebra verſatur, eſt immutabilis & invariabilis.12.19.
Quare Mathematicæ ſcientiæ vocentur mediæ.
Quæ ſit differentia inter abſtractionem Mathematicam & Methaphyſicam.
Definitio Algebræ.e.20.
Algebræ diuiſio vera. Eiuſdem diuiſio alia ſecundum Franciſcum Vietam.e.21.
Quid ſit Algebra ſynthetica & analytica. 13.22.
Synthetica quotuplex.e.23.
Synthetica ſimplex quæ dicatur.e.24.
Quid ſit magnitudo & quantitas continua.e.25.
Quæ conſideranda veniant in Magnitudine.e 26.
Quid ſit magnitudinis principium.e. 27.
Punctum quotuplex ſit.e.27.28.
Magnitudinum affectiones.e.29.
Abſoluta magnitudinũ affectiones quotuplices e.30
Terminatio quid.e.31.
Terminus quid.e.32.
An terminus ſit pars terminata magnitudinis?
Sectio quid.e.33.
Abſolutarum magnitudinum affectionum proprietas.e.34.
Corpus quotupliciter poſſit diuidi.
Affectiones magnitudinum relatæ quotuplices.e.35
Affectiones relatæ ratione ipſius magnitudinis quotuplices e.36.
Quid ſit contactus.e.37.
Quid ſit ſectio item, an detur ſectio magnitudinis infinita.14.38.
Quid ſit congruentia. e. 39.
Congruentia competit corporibus per ſuperficies.
Congruentia & æqualitas minime reciprocantur.
Congruentia non ſemper eſt realis.
Congruentiæ diuiſio.
Adſcriptio quid ſit, & quotuplex.40.41.
Affectiones magnitudinum ratione numeri quotuplices ſint.e.42.
Quid ſint magnitudines ſymmetræ & aſymmetra. e.43.
Magnitudinum diuiſio.e.44.
Magnitudines Rationales quæ Euclidi dicãtur e.45
Magnitudo rectè diuiditur in rationalem & irrationalem.e.46.
Magnitudo rationalis formatur à baſi & altitudine.e.47.
Latera rationalia quæ dicantur.
In planis & ſolidis quæ & quot ſint magnitudines rationales.e.48.
Axioma cõmune magnitudinũ rationaliũ.15.49.
Magnitudinum rationalium diuiſio.e.50.
Quid ſint magnitudines, rationales abſolutæ & Algebrica 51.52.
Poteſtatum diuiſio.e.53.
Poteſtates Numeroſæ & ſpecioſæ, quæ dicantur.54.55.
Quæ dicatur lineæ, vel numeri alicuius poteſta.e.55
In poteſtatibus quot ſpectanda ſint.e.56.
Series ſeu ordo poteſtatum qualis.e.57.
Poteſtates quomodo procreentur & in infinitũ extendantur.e.58.
Magnitudo numeroſa & ſpecioſa quotuplex ſit 16.59.
Magnitudo integra quæ ſit. e.60.
Quæ conſiderentur in magnitudine integra.e.61.
Magnitudo integra quotuplex.e.62.
Magnitudinis ſimplicis definitio.e.63.
Magnitudo ſimplex quotuplex.e.64.
Magnitudinis homogeneæ & heterogeneæ definitio. 65.66.
Magnitudinum compoſitarum definitio.e.67.
Magnitudines compoſitæ quotuplices.e.68.
Quæ ſint magnitudines compoſitæ ex iiſdem ſignis, & quotuplices. 69.70.
Magnitudines affirmatæ & negatæ quales ſint. 71.72.
Quotuplices ſint magnitudines negatæ.e.73.
Quæ dicantur magnitudines veræ & ficta. 74.75.
Magnitudines ex diuerſis ſignis compoſitæ quales ſint e.76.
Quid ſit Notatio 17.2.
Quid ſignificent magnitudines ſimplices.e.3.
Quomodo notentur lineæ diuiſæ ſegmenta.e. 4.
Quomodo ſcribatur ſegmentorum ſumma & differentia.5.6.
Quomodo notentur latera.18.7.
Quomodo itẽ areæ, ſeu ſuperficies & corpora.e.8
Quomodo rectangula ſeu parallelogramma, & parallelepipeda.e.9.
Quomodo deniq; latera ſurda ſeu irrationalia.e.10
Quare ſit ſignũ Additionis ſeu affirmationis.e.11.
Quale item ſubductionis ſeu negationis.e.12.
Quæ magnitudo dicatur affirmata.e.13.
Ad quam magnitudinem pertineant ſigna Algebrica.19.14.
Quænam ſint ſigna multiplicationis, diuiſionis, & æqualitatis.15.16.17.
Quotuplex ſit Numeratio. 2.2.
Quid ſit Numeratio prima.e.3.
Numeratio prima quotuplex ſit.e.4.
Quid ſit numeratio ſecunda.e.5.
Quotuplex ſit numeratio ſecunda.e.6.
Quare dicantur numerationes ſecundæ.
Omnia, quae ſub Arithmetica praxi continentur, compoſitione & diſſolutione perficiuntur.
Ad compoſitionem referenda additio & multiplicatio; ad diſſolutionem, ſubductio & diuiſio.
Additionis definitio.e. 7.
Eiuſdem regula.e.8.
Datis tribus magnitudinibus homogeneis ſimplicibus, inquirere datarum ſummam.e.9.
Datis magnitudinibus ſimplicibus heterogeneis, indagare iſtarum ſummam. 21.10.
Regula additionis magnitudinũ compoſitarũ e.11
Datis duabus magnitudinibus compoſitis, iiſque affirmatis, inuenire ſummam quaeſitam.e.12.
Datis duabus magnitudinibus, iiſque negatis, elicere

cere

ccre ex iis ſummam. el. 13.
Datis duabus magnitudinibus diuerſorum ſignorũ, quaerere datarum ſummam. 22. 14.
Datis duabus magnitudinibus heterogeneis, inuenire earum ſummam quaeſitam. el. 15.
Additionis proprietas. el. 16.
Subductionis definitio 23. 2.
Quis ſit huius ſubductionis ſcopus el. 3.
Quae ſit differentia, inter additionem & ſubductionem. el. 4.
Subductionis regula. el. 5.
Datis duabus magnitudinibus ſimplicibus homogeneis ſubducendis, ſcrutari illarum differentiam. el. 6.
Regula ſubductionis magnitudinum ſimplicium heterogeneorum 24. 7.
Datis duabus magnitudinibus ſimplicibus heterogeneis ſubducendis, inuenire illarũ reſiduã. e. 7. 8
Regula ſubductionis magnitudinum cõpoſitarũ el. 9
Datis duabus magnitudinibus affirmatis, alteram ab altera ſubducere. el. 12.
Datis duabus magnitudinibus negatis vnam illarũ ab altera ſubducere. 25. 11.
Subductio magnitudinum fictarum, ſeu numerorum nihilominorum. 26. 12.
Non fruſtra ſunt excogitati numeri ficti, ſeu nihilominores. el. 13.
Datis duabus magnitudinibus diverſorum ſignorũ vnam ab altera auferre. 2[illegible]. 14.
Datis duabus magnitudinibus heterogeneis, vnam ab altera auferre. el. 15.
Proprietas ſubductionis quae. el. 16.
Multiplicatio magnitudinum conſideratur dupliciter. 28. 2.
Multiplicatio conſiderata algorythmice eſt nil aliud quam additionis compendium. el. 3.
Quid ſit Euclidi Multiplicare, ut et Maurolyco. e. 4
Quae ſit differentia inter additionem & multiplicationem.
Multiplicationis definitio. el. 5.
Nil refert, an magnitudo maior ducatur in minorem, vel minor in maiorem. el. 7.
Exemplum huius elegans adducitur ex Geodaeſia Heronis.
Multiplicatio inſtitui poteſt tam à ſiniſtra verſus dextãm, quàm à dextra verſus ſiniſtrã. 29. 8.
Datis duabus magnitudinibus ſimplicibus homogeneis inquirere magnitudinẽ ab iis factã. el 10
Modus cognoſcendi planum quadrati & parallelogrammi.
Demonſtratur Muſicè, quare A. B. & C. in ſe multiplicata producant A A, BB, & CC, non autem 2. A, 2. B. & 2. C.
Datis duobus lateribus quadrati, indagare eius aream. 30. 11.
Dato latere quadratorum, indagare illorum plana. el. 12.
Datis duabus magnitudinibus ſimplicibus heterogeneis, producere magnitudinem ab iis factam 31. 12.
Regula multiplicationis Magnitudinum compoſitarum. el. 13.
Datis duabus magnitudinibus compoſitis affirmatis, indagare ab iis magnitudinem productam.
Datis duabus magnitudinibus compoſitis negatis, earum productam ſcire. 32. 15.
Datis duabus magnitudinibus diuerſorum ſignorum, productam ab iis magnitudinem cognoſcere. el 16.
Quaenam ſit proprietas Multiplicationis. 33. 19.
Multiplicatio nihil eſt aliud, quàm multiplex additio el. 20.
Quaeritur, qui fiat, quod vnitas ducta in vnitatem producat vnitatem, vnitas vero, vnitati addita componat 2? quare item quaternarius ſc. factus ex binario per binarium, qualis ſit quaternario videlicet ex 2. & 2. ſumma?
Error Marii Bettini detegitur. p. 34.
Quomodo conſideretur multiplicatio ratione differentiarum. 35. 2.
Magnitudinum Geometricè figuratorum diviſio.
Magnitudinum planarum definitio. el. 3.
Quare vocentur numeri plani.
Unus idemq; numerus planus plura obtinere poteſt latera. el. 4.
Superficiei definitio. el. 5.
Quænam ſpectentur in magnitudinibus planis. el. 6
Magnitudinum planarum & quidem ſimilium proprietates. el. [illegible].
Circuli ſunt, ut à diametris quadrata. el 8.
E data unius circuli area ac diametro, & alterius circuli tantum diametro, poſterioris illius areã explorare. 36. 9.
Detegitur fraus, quæ accidere poteſt circa figuram cylindraceam. el. 10.
Si funiculus v. g. Caium extenſione ſua ambiat bis, & Sempronium ſemel, quæritur; quoties Sempronius craſſitie ſua Caium ſuperet? el. 11.
Magnitudinum planarum diviſio. 37. el. 13.
Magnitudinum planarum rectilinearum definitio, & diviſio. el. 14. 15.
Quæ dicantur figuræ ordinatæ & inordinatæ. el. 16
Magnitudinis planæ ordinatæ & inordinatæ diviſio el. 17.
Quid ſit triangulũ & quomodo dividatur. el. 18. 19
Quadranguli definitio, & diviſio. el. 20. 21.
Parallelogrammi definitio, & diviſio. el. 22. 23.
Rectangulum duplex eſt el. 24.
Quid ſit Quadratum, & numerus quadratus. el. 25
Quadratorum ſuperficies menſurantur areolis quadratis. 38. 26.
Parallelogrammi calculus eſt ſimpliciſſimus, omniumq; reliquorum principium. el. 28.
Dato numero ordinum, & capitum unius ordinis, inveſtigare numerum capitum. 39. 29.
Dato latere quadrati Arithmeticè figurati, inquirere eius aream. el. 30.
Quot conſideranda veniant in quadrato Geometrico. el. 31.
Partes Quadrati quotuplices. el. 32.
Quid ſint diagonalia, cõplemẽta, & gnomõ. el. 33. 34. 35.
Quæ ſint parallelogrammorum, eorumq; portium affectiones. 40. 36.

Digitized by Google

In omni parallelogrammo æquantur non tantum oppoſita latera, ſed etiam oppoſiti anguli, tum etiã ſegmenta triangularia per diagoniũ facta. el. 38.
Parallelogrammum æquatur ſui; diagonalibus & complementis.
Diagonalia ſunt tam toti parallelogrammo, quàm inter ſe ſimilia, ſimiliterq; ſita. el. 39.
Complementa parallelogrammi ſunt inter ſe æqualia. 41. 40.
Parallelogrãmorũ affectiones practicæ quales c. 41
Quadratorum ſpecies quæ. el. 42.
Quadrati perfecti definitio, & diviſio. el 43. 44.
Quid ſit Quadratũ perfectum ſummæ laterũ 42. 45
Si numerus in duas partes utcunq; dividatur, erunt partium quadrata, una cum duobus partium rectangulis, æqualia quadrato totius. el. 46.
Quid ſit regula omnium quadratorum ſummæ laterum. el. 47.
Abſq; beneficio huius regulæ datarum magnitudinũ geneſis inſtitui poteſt tribus modis. el. 48. 49.
Geneſis quadrati perfecti ſummę laterum in ſpeciebus heterogeneis. 47. 52.
Quid ſit quadratum perfectum differentiæ laterum 48. 54.
Data differentia laterum, quærere eius quadratum ſc. ſuper differentiam laterum deſcriptum. el. 55
Regulæ duæ perfectorum quadratorum ſummæ & differentiæ laterum dicuntur reſpectu ſpecierum, non numerorum. 49. 57.
Dantur duo numeri, quorum uterq; in ſe ductus reſtituat eundem numerum. el. 58.
Data differentia laterum in ſpeciebus heterogeneis, inquirere eius quadratum. 51. 62.
Species homogeneæ producunt quadrata; heterogeneæ, parallelogramma.
Data ſumma & differentia laterum, indagare eius quadratum. 52. 63.
Multiplicatio diverſorum ſignorum gignit oblõga.
Data ſumma & differentia laterum in ſpeciebus heterogeneis ſcire eius quadratum 54. 66.
Quadrati imperfecti requiritur perfectio el 67.
Quid ſit quadratum imperfectum, quid item magnitudo coefficiens. p. 55.
Quotuplex ſit quadratum imperfectum. el 68.
Quid ſit quadratum imperfectum ſummæ laterum, quid gnomon. el. 69.
Quid ſit perficere quadratum imperfectum ſummæ laterum. el. 70.
Quadratum imperfectum differentię laterum quid ſit. 56. 71.
Quadrati ĩperfecti differẽtiæ laterũ perfectio. el. 72.
Solidi definitio. 57. 2.
Solidi numeri definitio Euclidæa.
Quę conſideranda ſint in magnitudine ſolida e. 3.
Magnitudinum ſolidarum ſimilium proprietas. el. 4
Magnitudines ſolidæ ſimiles ſunt, ut cubus ad cubũ.
Sphæra ſunt, ut à diametris cubi. 58 5.
Huius theorematis quis uſus in Aſtronomia. el 6.
Datis duarum Sphærarum diametris, datur & earundem ratio. el. 7.
Datis duarum Sphærarum diametris, & unius pondere, inquirere pondus alterius. el. 8.
Magnitudo ſolida quomodo dividatur. 59. 9.
Quare magnitudines dicantur biquadrata, & quadrato cubæ &c.
Geometrica dimenſio quotuplex ſit.
Cubi & cubici numeri definitiones varię. el. 10.
In cubo latẽt quatuor perfectiſsimæ conſonãtię. p. 60
Vir virtute præditus quare comparetur cubo.
In cubo quæ ſpectentur. el. 11.
Cubi proprietates quę ſint. el. 12.
Si tres rectæ ſint proportionales; cubus mediæ ęquatur parallelepipedo rectangulo omnium.
Si quatuor lineæ ſint continue proportionales; parallelepipedum rectangulum cum una extremarum, & quadrato alterius comprehenſum æquatur cubo è media, quæ extremæ quadratæ, adjacet facto 61. 13.
Si magnitudo ſecetur in duo ſegmenta, cubus totius æquatur cubis ſegmentorum cum ſex ſolidis, quorum terni ſegmentis, & alterius eorundem quadratis continentur. el. 14.
Data ſumma laterum invenire cubum. 62. 16.
Quæ ſit regula omnium cuborum ex ſumma laterum productorum. 63. 18.
Aliquot modi enbandi numeros. pag. 64. 65. 66 & 67.
Data ſumma & laterum & quadratorum, inquirere cubum. 67. 23.
Data differentia laterum inveſtigare cubum. el. 24
Quæ ſit regula omnium cuborum ex differentia laterum factorum. 68. 25.
Data differentia & quadratorum & laterum, cognoſcere cubum. el. 26.
Data differentia & ſumma laterum, eruere cubum.
Data ſumma quadratorum & differentia laterum, indagare cubum. 69. 27.
Data quadratorum differentia & ſumma laterum, indagare cubum. 70. 28.
Tabulæ poteſtatũ numeroſarũ fabrica & uſus p. 71.
Tabula oſtendens geneſin poteſtatum ſpecioſarum à latere binomio. el. 35.
Alterius tabellæ poteſtatum adſcendentium in ſerie à latere binomio deſcriptæ fabrica & uſus. 36 37.
Harum trium tabellarũ conſectaria quæ ſint. 72. 38
Diviſionis definitio Geometrica. 73. 1.
Diviſionis definitio Arithmetica. el. 2.
Diviſio nihil eſt aliud, quàm multiplex ſubductio.
Quid ſit dividere.
Diviſio quotuplex. el. 3.
Quid ſit diviſio ſynthetica. 73. 4.
Quotupliciter conſideretur diviſio ſynthetica el. 5.
Regula diviſionis algorythmicè conſiderata. el. 6.
Datis duabus magnitudinibus ſimplicibus homogeneis, inquirere ex iis relictum quotum 74. 7.
Dato numero militum & aciei, & unius ordinis, indagare numerum ordinum. el 8.
Datis duabus magnitudinibus ſimplicibus heterogeneis, indagare ex iis quotum quæſitum. el. 9.
In diviſione magnitudinum compoſitarum ſimilia ſigna affirmant, contraria negant. e. 10.
Datis duabus magnitudinibus compoſitis affirmatis indagare earum quotum. 75. 11.

Da-

Google

INDEX RERVM ET VERBORVM.

Datis duabus magnitudinibus negatis, inquirere earum quotum. 77. 15.

Data differentia quadratorum & laterum, cognoſcere reliquum latus ignotum. el. 16.

Data differentia quadratorum & ſumma laterum, invenire aliud latus; el. 18.

Dato quadrato differentiæ laterum, & differentia laterum, ſcire alterum latus. el. 19.

Quomodo progrediantur denominationes quotorum ex diviſionibus gradatim aſcendentibus magnitudinib' proportionaliter à genere ad genus p. 79.

Interdum diviſionem antecedit ſequiturve aliqua numeratio. el. 22.

Dato ſolo ſeu ſpatio, inſtruere aciem quadrangularem. 23.

Figurarum circumferentia quomodo inveniatur æqualis earundem ſuperficies.

Dato in triangulo catheto, & ſumma hypothenuſæ, & baſis, colligere & hypothenuſam & baſin. 80, 24.

Data duarum turrium tam altitudine, quàm diſtãtia, deſignare in plano horizontali punctum à ſummitate datarum turrium æquidiſtans. 81. 25

Data parallelogrammi proportione laterum, & eiuſdem area, inquirere ipſa latera. 82. 26.

Datis tribus trianguli lateribus, inquirere baſis ſegmenta à perpendiculari facta. el. 27.

Datis tribus trianguli lateribus, datoq; in latere aliquo puncto, ſecare triangulũ bifariam. 83. 28.

Datis tribus trianguli lateribus, dataq; eius area, indagare radiũ circuli triangulo inſcripti. 84. 29.

Conſtituere duo triangula, quorum plana & duo latera ſint æqualia, baſes vero inæquales. 85. 30

Diviſio examinatur per multiplicationem. el. 32

Numeri definitiones. 87. 1.

An unitas ſit numerus. Numerorum item deſignatio & proprietates.

Numerus quotuplex ſit. 88. 2.

Numeri homogenei & heterogenei definitio. el. 3

Numerus homogeneus quotuplex. el. 4.

Quid ſit numerus integer & fractus. el. 5.

Numerus integer quotuplex. el. 6.

Numerus par quis ſit. el. 7.

Numerus par quotuplex. el. 8.

Numeri pariter paris definitio. el. 9.

Quot modis inſtitui & variari poſsit aliqua phalanx militum.

Quis ſit numerus impariter par 89. 10.

Quis etiam numerus pariter impar. el. 11.

Quis item numerus impar. el. 12.

Gravia naturali motu deſcendunt ſemper velocius ea ratione, ut temporibus æqualibus deſcendãt ſemper per ſpatia majora, iuxta proportionem, quam habent numeri impares inter ſe. el. 13.

Hoc theorema etiam intelligendum eſt de planis inclinatis. 90. 14.

Numeri diviſio ſecunda. el. 15.

Numerus perfectus definitur.

Numerus imperfectus quotuplex. el. 16.

Numeri abundantis definitio. el. 17.

Numeri deficientis definitio qualis ſit. el. 18.

Numeri tertia diviſio. el. 19.

Numerus primus quis. el. 20.

Numerus compoſitus quis. el. 21.

Utriuſq; numeri & primi & compoſiti diviſio. el. 22.

Qui ſint numeri inter ſe primi. el. 23.

Qui ſint numeri inter ſe compoſiti. el. 24.

Quid ſpectetur in numeris inter ſe primis & compoſitis. el. 25.

Communis diviſor maximus quis: el. 26.

Communis diviſior maximus invenitur & ſubductione & diviſione. p. 90. & 91.

Communis dividuus minimus quis. 91. 31.

Communis dividuus minimus quomodo inveniatur tam in numeris inter ſe primis, quam inter ſe compoſitis. el. 34.

Quid ſit diviſio analytica. 92. 1.

In magnitudinibus omnia continentur & dividuntur iiſdem, quibus terminantur. 92 2.

In Numeris figuratis ſpectatur ſύνθεσις & ἀνάλυσις.

Diviſio Analytica peragitur propria quadam affectione.

Quid ſit analyſis poteſtatum Numeroſarum. el. 3.

Reſolutio Logica quotuplex ſit. el. 4.

Reſolutio Mathematica quæ.

Compoſitio quomodo peragatur.

Super data recta linea terminata, triangulum æquilaterum conſtituere. 93. 5.

Reſolutionis Mathematicæ autor quis. p. 94.

Quid ſit Reſolutio & Compoſitio.

Si recta linea extrema ac media ratione ſecta fuerit, major portio aſſumens dimidiam totius, quintuplũ poteſt eius, quod à dimidia fit, quadrati el. 6

Si recta linea partis ipſius quintuplum poſſit, dupla dictæ partis extrema ac media ratione ſecta, major portio reliqua pars eſt eius, quæ à principio rectę lineæ. 9 . 7.

Si recta linea extrema ac media ratione ſecta fuerit, portio minor aſſumens dimidiam majoris portionis, quintuplum poteſt ejus, quod à dimidia majoris portionis fit, quadrati. 97 9.

Si recta linea extrema ac media ratione ſecta fuerit, totius & minoris portionis utraq; quadrata tripla ſunt quadrati eius, quod à majori fit portione 98. 10.

Si recta linea media ac extrema ratione ſecetur, adiciaturq; ipſi æqualis major portio; erit tota linea extrema ac media ratione ſecta, & maior portio erit ea, quæ à principio poſita eſt recta linea. 99. 11.

Compoſitionis & Reſolutionis proprietas. 100. 13.

Poteſtas in geneſi ut ſit illud quæritur; in analyſi ut vera datur. 101. 15.

Non omnes numeri habent latus verum. el. 16

Regulę, quibus cognoſcantur numeri quadrati & cubi. el. 17.

Analyſis in quibus abſolvatur numeris. 102. 20.

Div. Analytica in num. abſolutis quotuplex eſt. 21

Quid ſit diviſio Analytica ſimplex. el. 22.

Quid etiam diviſio analytica compoſita. el. 23.

Gnomonis plani definitio. el. 24.

Gnomonis ſolidi definitio. 103. 25.

Analyſis ſimplex & gnomonica quotuplex. el. 26

Quid ſit analyſis lateris quadrati. 104. 1.

Ana-

Analyſeos lateris quadrati quot ſint partes. e. 2.
Regula educendi latus quadratum ex numeris abſolutis. e. 3. 4
Dato numero militum aciei quadratæ indagare numerum militum tam vnius ordinis, quam ipſorum ordinum 107.6.
Aliquando eductionem lateris præcedit aut ſequitur aliqua numeratio. el 7
Dato numero militum aciei quadrangulæ, & ſoli longitudine & latitudine, quam miles requirit, inquirere numerum militum tum vnius ordinis, tum ipſorum ordinum el.8.
Dato numero militum aciei quadrangulæ & proportione laterum, indagare numerum militum tum vnius ordinis, tum ipſorum ordinum. p.108.
Dato numero militum aciei triangularis æquilateræ, inquirere numerum militum in quolibet latere conſtitutorum. el.9.
Datis tribus trianguli lateribus, cognoſcere eius aream.109.10.
Datis tribus trianguli obtuſanguli lateribus eius perpendiculum ſcire el.11.
Data linea in baſin cadente, datis etiam lateribus duobus angulum, ex quo iſta linea ducta eſt, comprehendentibus, inquirere baſin.1 0 12.
Data trianguli rectanguli area, vna cum duorum laterum angulum rectum comprehendentium ſumma, indagare ſingula latera. 111. 14.
Data trianguli rectanguli area, vna cum laterum rectum angulum comprehendentium differentia, invenire ſingula latera.112 15.
Data hypothenuſa, & ſumma laterum angulum rectum comprehendentium, inquirere ipſa latera. 113. 16.
Data hypothenuſa & differentia laterum angulum rectum comprehendentium, inveſtigare ipſa latera. 114. 17.
Sit linea A data extra quadratum DD. quæ ſit / 20, ſit etiam datum quadrati latus D; quærantur laterum ſegmenta B & C. p 115.
Sit datum triangulum rectangulum, A. B. C. ✠ D, ſitq; datus angulus rectus, A B, datumq; ſegmentum baſeos C, & latus D, quæruntur reliqua latera incognita A. D. & E. 115. 18.
Datis in triangulo acutangulo duobus lateribus, dataq; etiam linea baſin biſecante, inquirere ipſam baſin 118. 19.
Data trianguli rectanguli baſi, eiuſque ſegmentre, inquirere reliqua duo latera angulum rectum comprehendentia, & perpendiculum. 119. 20.
Demonſtratur analyſis quadrati. 20. 21.
Si numerus in duas partes dividatur, quadratus ex toto factus æqualis eſt quadratis, qui à partibus efficiuntur, vna cum numeroplano, qui bis ſub partibus continetur.
Quid faciendum in analyſi lateris quadrati, ſi poſt peractã operationem aliquid ſuperſit rel. quũ el. 22.
Analyſis quadrati in numeris fractis el 23.
Analyſis quadrati quomodo poſſit examinari e. 24.
Quid ſit analyſis lateris cubi 122. 1.
Cubi analyſeos quot ſint partes el 2.
Quid ſi lateris cubici ſegmentum maius & minus. el. 3 4.
Regula extrahendi latus ex dato cubo.
Dato cubo inquirere eius latus.
Demõſtratio eductionis lateris cubici quæ ſit 125.6
Interdum analyſin cubi præcedit aut ſequitur alia aliqua numeratio.
In triangulo rectangulo, ducta ex angulo recto perpendiculari in baſin, datoq; ſegmento maiore & perpendiculari, cognoſcere reliqua latera ignota 126. 7.
Regula extrahendi latus cubi e numeris fractis el 8
Quomodo procedendum, ſi numerator vel denominator fractionis datæ latus non habeat el.9.
Circa eductionem lateris quadrati & cubici inventa Cardani & Tartaleæ el. 10.
Examen lateris cubici analyſeos el. 11.
Quomodo latera extrahantur ex biquadrato, quadrato-cubo &c. 127. 12.
Compendia analyſis ſunt potiſſimum quatuor el. 13.
Tabellæ, cuius beneficio facilius latera ex oblata poteſtate educuntur, conſideratur fabrica & uſus. p. 127. 128.
Secundum analyſeos compendium eſt arithmetica Rhabdologica & Loculis el. 19.
Tertium eſt arithmetica Logarithmica el. 20.
Quartum eſt tabula quadratorum & cuborum, cuius ſpectatur fabrica & vſus 129. 2.
Duplex eſt modus componendi & continuandi tabulam quadraticam.
Omnis numerus quadratus habet latus tot vnitatũ, quot numeri impares prædictum quadratum componunt el. 4.
Numeri quadrati non tantum elici poßunt ex ſolis numeris imparibus, ſed etiam ex imparibus & quadratis 131. 5.
Omnis quadratus cum radice ſua, & cum radice ſequenti coniunctus conſumat quadratum ſequẽtem 132. 6.
Omnis quadratus cum impari ſequenti coniunctus, conſtituit quadratum ſequentem.
Ex aggregatione imparium numerorum ab vnitate per ordinem ſucceſſiuè ſumptorum conſtruuntur quadrati numeri continuati ab vnitate, ipſiſq; imparibus collaterales.
Omnis quadratus cum duplo ſuæ radicis, & vnitate coniunctus conſtruit quadratum ſequentẽ.
Numeri cubici quomodo generentur el. 8.
Quilibet cubus habet latus tot vnitatum, quot impares addit ipſum conſtituunt p. 133.
Eximia numerorum affectio illuſtratur in Martiano Capella p 134.
Alia ratio cuiuſcunq. lateris cubos procreãdi. e. 10.
Circa hæc exeat eximium inventum Ioh. Baptiſtæ Villalpandi. el. 11.
Alia regula generandi cuborum differẽtias p. 135. el. 12.
Scire, quot nam ſint numeri impares datum cubum conſtituentes el. 13
Qua ratione in pregreſſione Arithmetica vltimus imparium cognoſcatur ex primo, ſumma etiam terminorum omnium 137. 15.
Alius modus inveniendi numeros impares datum cubum componentes. 138. 16.

Huiuſmodi per numeros demonſtratio.e. 17.

Tabula quadratorum & cuborum. 139. &c.

Regula omnium laterum ſummam inveniendi. 149. el. 18.

Regula omnium quadratorum ſummam inveniendi. el. 19.

Regula omnium cuborum ſummā inveniendi. e. 20

Quotuplex ſit uſus tabulæ quadratorum & cuborum 150. 1.

Tabulæ quadratorū & cuborum uſus generales qui el. 2.

Tabula quadratorū & cuborū uſus ſpeciales qui e. 3

Complementum inter quadratos ſingulares eſt medium proportionale. e. 5.

Si tres magnitudines fuerint continuè proportionales, magnitudo facta ab extremis æquatur quadrato mediæ; & contra, ſi quadratum mediæ æquatur factæ ab extremis, tres ſunt continuè proportionales. e. 6.

Si tres magnitudines fuerint proportionales cōtinuè minima, extremæ ſunt quadratæ. Item ſi prima eſt quadratum, etiā tertia erit quadratū. 151. 7

Datis duabus magnitudinibus tertiam inquirere proportionalem, e. 8.

Data linea perpendiculari, per quam grave deorſum acceleret, ad quam applicetur linea alia, quæ planum declinans referat; in declinante hoc plano inveſtigare punctum, quo grave perveniat eo tempore, quo percurrerit perpendiculū. e. 9

Si duo gravia deſcendant, alterum quidem perpendiculariter, alterum vero ſuper plano declinante, perveniunt ad idem planum horizontale ratione tali, ut ſit eadem proportio inter diuturnitates eorum, quæ inter perpendicularem, & declinantem. 152. 10.

Dato plano declinante, ſuper quo grave deorſum tendat, & dato alio plano minus declinante, in hoc deſignare punctum quo perveniat grave eo tempore, quo pertranſit dictum planum magis declinans. e. 11.

Datis planis declinantibus ortis ab eodem puncto, indagare in plano magis declinante punctum, quo grave perveniat eo tempore, quo pertranſit planum minus declinans. e. 12.

Dato motu naturali gravis quomodocumq; ad punctum datum, inquirere ſeu in perpendiculari, ſeu in plano quomodolibet inclinato punctum, à quo digreſſum, perveniat ad idem punctum, quo prius tempore æquali. 153. 13.

Duo gravia mobilia ſuper diverſis planis declinantibus deorſum ſeſe volventia, ad ſequuntur idē planum horizontale ea ratione, ut plane ſit eadem ratio inter diuturnitates, quæ inter dicta plana, ſi ab eodem puncto ad idem planum horizontale producta ſiat. e. 14.

Datis duabus magnitudinibus primam invenire proportionalem 154. 15.

Datis duabus magnitudinibus mediam invenire proportionalem. e. 16.

Complementum maius eſt medium maius, & minus eſt medium minus proportionale inter cubos ſingulares. e. 17.

Factus à tribus continuè proportionalibus eſt cubus medii. 155. 18.

Dato trium proportionalium altero extremo cum ſolido omnium, dantur reliqui e. 19.

Quatuor continuè proportionalium extremi ſunt ſimiles ſolidi; & ſi quatuor iſti ſint minimi, extremi ſunt cubi. e 20.

Si quatuor numeri fuerint continuè proportionales, facti ab extremis per eorum alternos quadratos ſunt cubi mediorum, maior maioris, minor minoris. 156. 21.

Si quatuor numeri fuerint continuè proportionales, erit ut primus ad quartum, ſic cubus è primo ad cubum è ſecundo. e 22

Datis duobus numeris, inquirere iis duos medios proportionales e. 23.

Hiſtoria oraculi Delphici de duplicando cubo 157. 24.

Platonis & Hippocratis modi duplicandi cubum.

Heronis modus explicatur. e. 25.

Oblongum è tota & ſegmento æquatur rectangulo ſegmentorū, & prædicti ſegmenti quadrato. e. 26

Oblongo è tota & ſegmentis æquatur è tota quadrato. 158. 27.

Oblonga duo è tota & ſegmento cum tertio quadrato reliqui ſegmenti æquantur quadratis totius, & prædicti ſegmenti. e. 28.

Si recta ſit ſecta in partes æquales, & ſecus, oblongum inæqualium ſegmentorum, cum quadrato inter ſegmenti æquatur quadrato biſegmenti. 159. 29.

Si recta eſt biſecta & continuata, oblongum continuatæ & continuationis cum quadrato biſegmēti æquatur quadrato compoſito ex biſegmento & continuatione. 160. 30.

Vſus tabulæ quadratorum & cuborum in virgiſtereometricis. 161. 31.

Analyſis laterum Algebricorum quotuplex. 162. 2

Regula analyſeos laterum Algebricorum ſimplicium. e. 3.

Regula duplex extractionis lateris quadrati è numeris compoſitis. 163. 4.

Regula extrahendi latus quadrati ex numeris compoſitis affirmatis. e. 7.

Huius Regulæ demonſtratio. e. 8.

Regula extrahendi latus quadrati ex numeris compoſitis negatis. 164. 9.

Exempla, quæ ſub hanc regulam cadunt duplicis ſunt generis. e. 10.

Huius regulæ demonſtratio. 165.

Algebrici numeri compoſiti negati, in quibus numerus abſolutus habet ſignum negatum, habent duplex latus æquationi ſatisfaciens. 166. 13

Algebrici numeri compoſiti negati habentes numerum abſolutum ſigno negato affectum, unicum ſolummodo habent latus. 167. 14.

Hæc demonſtrantur. e. 15.

Altera Regula extrahendi latus quadrati è numeris compoſitis. 169. 19.

Huius regulæ probatio. e. 20.

Quid ſint magnitudes fractæ. 174. 2.

Fractiones quotupliciter conſiderentur. 3.

Quæ

Quæ requirantur in fractionibus in genere conſide-
ratis.e.4.
Quid ſit fractionum notatio, & quomodo notentur.
el.5.
Fractiones quotuplices ſint.e.6.
Quæ ſint fractiones homologæ.e.7.
Numerator fractionis quid.e.8.
Denominator fractionis quid.e.9.
Magnitudo fracta qualibet eſt pars numeratoris
denominata à denominatore.175.10.
Si duæ fractiones eundem habuerint denominatorẽ,
quarum unius numerator ſit unitas, eandem ob-
tinebunt proportionem, quam numeratores.e.11
Numerator cuiuſuis fractionis ad denominatorem
eandem habet proportionem, quàm fractio ad in-
tegrum, cuius eſt fractio.e 1.
Datæ fractiones eundem habentes denominatorem,
quarum neutra numeratorem habeat unitatem,
eandem inter ſe proportionem habent, quam nu-
meratores.176.13.
Si datarum duarum fractionum numerator prioris
multiplicetur in denominatorem poſterioris &
numerator poſterioris in denominatorem prioris,
habebit prior fractio proportionem eandem ad
poſteriorem, quam prior magnitudo facta ad po-
ſteriorem.e.14
Inquirere, utrum datarum duarum fractionum
maior ſit.e 15.
Integrum ad ſummam duarum fractionum eandem
habet proportionem, quam magnitudo facta ex
ductu denominatorum mutuo ad ſummam dua-
rum factarum, quarum una ex numeratore prio-
ris fractionis in denominatorum poſterioris, al-
tera ex numeratore poſterioris in denominatorẽ
prioris producitur. 177.16.
Si duæ fractiones eundem habuerint numeratorem,
erit ut prior fractio ad poſteriorem, ita poſterio-
ris denominator ad denominatorem prioris e 17
Fractiones, quarum numeratores ad denominatores
eandem habuerint proportionem, æquales ſunt.
el.18.
Aequalium fractionum numeratores ad denomina-
tores eandem habent proportionem.e.19.
Cuius fractionis numerator ad denominatorẽ maio-
rem habet proportionem, illa maior eſt; & quæ
maior eſt, eius numerator ad denominatorem
habet proportionem maiorem.1 8 20.
Si duæ fractiones, quarum numeratores per deno-
minatores viciſſim multiplicatæ faciant magni-
tudines æquales, ſunt æquales.e.21.
Numeratores æqualium fractionum in denomina-
tores viciſſim ducti producunt æquales magnitu-
dines.e.22.
Cuius fractionis numerator per denominatorem, al-
terius fractionis multiplicatus maiorem gignit
magnitudinem, illa quoq; fractio maior eſt e 23
Numerator fractionis per denominatorem alterius
fractionis multiplicatus, maiorem magnitudi-
nem efficit e.24
Quæ fractio fractionis æqualis ſit fractioni ſimplici.
179.25.
Reductio fractionum duplex eſt.180. 1.
Quæ ſit reductio partium ad partes.e.2.
Reductio partium ad partes quotuplex. e.3.
Quid ſit reductio fractionum à minimos terminos
eiuſdem rationis.e.4.
Quid ſit reductio fractionum ad eandem denomi-
nationem.e.5.
Quomodo reducantur fractiones ad idẽ nomen.e.6.
Quomodo reducantur fractiones plures, quam duæ,
ad idem nomen.181.7.
Huius regulæ inſigne compendium.e.8.
Fractionem reducere ad aliam æqualem datæ de-
nominationis.182.9.
Fractionem fractionis reducere ad fractionem ſim-
plicem.e.10.
Quid ſit reductio fractionum ad integra. 183. 11.
Quomodo reducẽdæ ſint fractiones ad integra.e.12
Quomodo reducenda integra ad partes.e.14.
Magnitudinem integram ad dati denominatoris
fractionem reducere e.15.
Quomodo fractio conſideretur in ſpecie. 184. 2.
Quæ ſit fractionũ numeratio prima & ſecunda.e.3
Quid ſit fractionum additio.e 4.
Hæc additio fractionum quotuplex.e.5.
Regula addendi fractiones cognomines.e. 6.
Regula addendi fractiones non cognomines. 185.7.
Additio fractionum plurium quam duarum.e.8.
Additio integrorum cum fractionibus. e.9.
Quid ſit ſubductio fractionum.e.10.
Maior magnitudo ſubduci nequit à minori.
Subductio fractionum homologarum & heterolo-
garum.e.11.
Regula ſubtrahendi integra cum fractionibus.186.
13.
Quid ſit fractionum multiplicatio.187.2.
Multiplicatio fractionum quomodo inſtituatur.e.3
In hac multiplicatione non requiritur, ut denomi-
natores ſint diverſi.e.4.
Magnitudinem fractam duplicare.188.5.
Magnitudinem fractam in quavis proportione
augere.e.6.
Quare in fractionum multiplicatione magnitudo
facta videatur eſſe minor ipſis magnitudinibus
multiplicantibus.e.7.
Quid ſit fractionum diviſio.189. 8.
Regula dividendi datas fractiones.e.9.
Alius dividendi fractiones modus e 10.
Fractionem oblatã quamcunq; dimidiare.190.11
Fractionẽ oblatã in quavis ratione minuere.e 12.
Dividere magnitudinem minorem per maiorẽ e.13.
Quid ſit faciendum, ſi poſt diviſionem numeri in-
tegri maioris per minorẽ aliquid ſuperſit.191.14
Diviſio integrarum magnitudinum per fractiones,
& contra.e.15.
Diviſio magnitudinum integrarum cum annexis
fractionibus.e.16.
Fractionum ſectio quare abſoluatur multiplica-
tione? e.17.
Quare quotus in fractionibus maior ſit magnitu
dine dividenda? e.18.
Fractiones quomodo examinentur.e.19.
Quæ conſideranda ſint in magnitudinibus irratio-
nalibus.192.2.

Ma.

INDEX RERVM ET VERBORVM.

Magnitudinum irrationalium definitio.e.3
Latera quadrati & diagonalis ad ſe inuicem ſemper ſunt irrationalia Magnitudo irrationalis aut ſibi ipſi & irrationalis, aut alteri.e.4.
Vna & eadem Magnitudo poteſt eſſe rationalis & irrationalis. 193. 5.
An magnitudines irrationales numeri dici poſſint, nec ne? e.6.
Magnitudines irrationales quotuplices ſint. e.7.
Irrationales integræ quotuplices.e.8.
Simplices alias dicuntur remediales. e 9.
Simplices quotuplices ſint. e.10.
Magnitudinum irrationabilium Commenſurabiliū definitio.e.11.
Magnitudinum irrationabilium incommenſurabilium definitio.e.12.
An vna eademq; magnitudo poſſit eſſe commenſurabilis & incommenſurabilis. e.13.
Potentia recte alicuius, lineæ eſt quadratum.
Si recta eſt ſecta vtcunq; poteſt multiplex ſegmēti cognomine quadrato numeri ſectionis.
Omnes magnitudines commenſurabiles non ſunt ſtatim æquales.p.194.
Magnitudines commenſurabiles, & incommenſurabiles quotuplices. e. 14.
Magnitudines irrationales homogeneę quæ e.15.
Magnitudines irrationales heterogeneæ quæ e. 16.
Magnitudinum irrationalium notatio.e.2.
Magnitudinum irrationalium reductio.e.3.
Compendia reductionis quæ.196.4.
Regula reductionis, quæ ſit per abiectionem poteſtatis.e.5.
Regula reductionis, quæ ſit per aſſumptionem poteſtatis.e.6.
In Magnitudinibus irrationalibus ſimplicibus numeratoris primę pręmittēdu, & ſecundu.197.4
Magnitudinum irrationalium ſimplicium multiplicatio, quotuplex.e.5.
Regula multiplicationis irrationalium ſimplicium homogenearum.e.6.
Magnitudinis factę latus extrahendum eſt.e.7.
Regula multiplicationis magnitudinis rationalis per irrationalem.198. 9.
Datam magnitudinem irrationalem in data ratione augere e.10.
Regula multiplicationis irrationalium ſimplicium heterogenearum.199. 11.
Magnitudinem irrationalem quadrate, cubice, biquadrate & multiplicate e.12.
Quomodo ex eiuſmodi magnitudinibus productis educantur latera.e.13.
Demonſtratio multiplicationis laterum quadratorum. 200. 14.
Demonſtratio multiplicationis alia, eaq; generalior.e.15.
Regula diuiſionis magnitudinum irrationalium ſimplicium homogenearum 201. 1.
Latus ex quoto extrahendum eſt.
Diuiſio magnitudinis rationalis per irrationalem. p.202.
Regula diviſionis magnitudinum irrationalium ſimplicium heterogenearum.203. 4.
Cognoſcere, utrum duo latera irrationalia commenſurabilia ſint, nec ne; & quam inter ſe proportionem habeant. e.6.7.
Diuiſio heterogenearum requirit prius ad idem genus reductionem.e.8.
Demonſtratio diviſionis magnitudinum ſimpliciū irrationalium.205. 9.
Magnitudines ſimplius irrationales quotuplices.e.2
Magnitudinum ſimplicium æqualium definitio. e.3
Additio magnitudinum irrationalium ſimplicium, æqualium.e.4.
Magnitudinum irrationalium ſimplicium inequalium definitio e.5.
Magnitudines irrationales ſimplicius inequales quotuplices ſint. 205. 6.
Magnitudines irrationales commenſurabiles quocumq; modis addantur e.7.
Modus addendi primus.e.8.
Modus addendi ſecundus. 207. 11.
Modus addendi tertius.208.12.
Modus addendi quartus e.13.
Modus addendi quintus.209. 14
Regula addendi magnitudines irrationales pluras quam duas.e.15.
Magnitudines incommenſurabiles quotuplices. 210. 16.
Additio incommenſurabilium homogeneарū.e.17.
Magnitudinum quadratarum additio.e.18.
Huius demonſtratio.e.19
Additio incommenſurabilium heterogenearum. 211. 20.
In ſubductione quomodo conſiderentur magnitudines ſubducendæ e.2.
Subductio magnitudinum irrationalium commenſurabilium.e.3.
Demonſtratio huius regulæ.212.
Alius modus ſubtrahendi latera commenſurabilia.e.5.
Huius modi demonſtratio. e 6.
Subductio laterum ęqualium ab ęqualibus. e. 7.
Magnitudines irrationales incommēſurabiles quotuplices.e.8.
Subductio irrationalium incommenſurabilium homogenearum e.9.
Subductio incommenſurabilium quadratarū.e.10.
Huius regulę demonſtratio.213. 11.
Subductio incommēſurabilium heterogenearū.e.12
Vſus magnitudinum irrationalium ſimplicium. 214. 2.
Inquirere medios proportionales inter numeros extremos datos p.215.
Quæ conſideranda in fractionibus irrationalibus. 216. 2.
Fractionum irrationalium notatio.e.3.
Fractiones irrationales ęquales quę ſint.e.5.
Fractionum irrationalium ad minores terminos, reductio.e.6.
Fractionum irrationalium ad minores poteſtates reductio.e.7.
Additio fractionum irrationalium, quæ denominatores habent eoſdem.e.1.
Additio fractionum irrationalium, quæ denomina-

natores habeat diverſos.c.2.
Additio fractionum incommenſurabilium. 217.3.
Subductio fractionum commenſurabilium, quæ eaſdem habent denominatores .c.4.
Subductio fractionum commenſurabilium, quæ diverſos habent denominatores .c.5.
Subductio fractionum incommenſurabilium.c.6.
Multiplicatio fractionum irrationalium.c.7.
Diviſio fractionum irrationalium.c.8.
In diviſione etiam inſtitui poteſt fractionum reductio ad idem nomen.c.9.
Additio magnitudinum irrationalium compoſitarum . 218.2.
Compendium Additionis.c.3.
Subductio magnitudinum irrationalium compoſitarum.c.4
Sit ſubductione quæ notanda.219.5.
Alia magnitudinum irrationalium compoſitarum ſubductionis ratio.c.6.
Compendium ſubductionis quod c.9.
Multiplicatio magnitudinum irrationalium compoſitarum.c.2.
Harum magnitudinum alia eaque compendioſior multiplicatio.220.3.
Compendioſa multiplicatio laterum compoſitorum quadratorum.221.4.
Regula multiplicationis compoſitarum heterogenearum.c.5.
Regula diviſionis magnitudinum irrationalium cõpoſitarum.c.6.
Quid ſit quantitatum inter ſe ratio comparata.222.1
Comparatio numerorum in quibus fiat.c.2.
Comparatio numerorum in qualitate quotuplex.c.3.
Differentiæ definitio. c.4.
Rationis definitio.c.5.
Differentia inter rationem & proportionem.
Magna eſt vis rationis in rerum Natura.
Sententiæ Dureti, A.Gellii & M. Pſelli de rationis ἐνεργείᾳ.
In ratione quæ conſideranda veniant.c.6.
Ratio quotuplex.223.7.
Rationis æqualitatis definitio.c.8.
Rationis inæqualitatis definitio.c.9.
Ratio inæqualitatis quotuplex.c.10.
Rationis inæqualitatis maioris definitio.c.11.
Rationis inæqualitatis minoris definitio.c.12.
Maioris inæqualitatis Rationis ſpecies quæ.c.14.
Ratio multiplex quid c.15.
Ratio multiplex quotuplex.c.16.
Ratio ſuper particularis quid c.17.
Rationis ſuper particularis diviſio.c.18.
Ratio ſuper partiens quid.c.19.
Rationis ſuper partientis ſpecies quæ.c 20.
Rationis inæqualitatis ſpecies ex ſimplicibus compoſitæ quot ſint.c 21.
Ratio multiplex ſuper particularis.c 22.
Ratio multiplex ſuper partiens.224.23.
Rationis minoris inæqualitatis ſpecies.c.24.
Rationum numeratio quotuplex.c.1.
Additio rationum. c.2.
Subductio rationum.c.3.
Rationum additionis & ſubductionis uſus eſt in Muſicis. c.5.
Quid ſit regula ſex quantitatum 225.
Datis ſex numeris, ſi ratio primi ad ſecundum compoſita fuerit è ratione tertii ad quartum, & quinti ad ſextum, ſolidus primi, quarti, ſexti, æquabitur ſolido ſecundi, tertii quinti, & contra.
Si latus cuiusſolidi æquale ſit lateri alterius, æqualibus prætermiſſis baſes erunt æquales. c. 30.
Non magnus eſt rationum multiplicationis & diviſionis uſus. c. 31.
Quod dicatur numerorũ cõparatio in qualitate.c. 1.
Proportionis definitio. c. 2.
Proportio quotuplex. c.3.
Proportionis primariæ definitio.c.4.
Proportio primaria duplex eſt.c.5.
Proportio Arithmetica quid ſit.226.6.
Proportio Arithmetica quotuplex.c.7.
Proportio Arithmetica disiuncta quid ſit.c.8.
Datis quatuor numeris & proportione Arithmetica disiuncta, ſumma mediorum æquat ſummam extremorum.c.9.
Proportio Arithmetica continua quid ſit.c.10.
Datis tribus numeris quibuſcunq; progreſſionis terminis continuis, duplum medii æquatur aggregato extremorum. c.11.
Datis quatuor numeris continuè proportionalibus, æquabitur ſumma mediorum ſummæ extremorum. c.12.
Datis pluribus quàm quatuor terminis arithmeticæ proportionalitatis, erit duplum cuiuſque termini æquale aggregato duorum æqualiter diſtantium. c.13.
Regula inveniendi ſummam omnium terminorum progreſſionis Arithmeticæ.227.14.
Proportio Geometrica quid ſit. c.1.
Si numerus duos numeros multiplicet, facti erunt multiplicatis proportionales; & ſi numerus duos dividat, quoti diviſis proportionales erunt. c.2.
Proportio Geometrica quotuplex.c.3.
Proportio Geometrica continua quid ſit. c.4.
Proportio Geometrica continua duplex eſt. 228.5.
Quid ſit proportio continua ſimplex.c.6.
Factus ab extremis terminis æquatur facto à medio in ſe ipſum & contra.c.7.
Datis tribus terminis quibuſcunq; proportionis Geometricæ continuæ, erit quadratum medii æquale producto extremorum.c.8.
Quid ſit proportio Geometrica continua multiplex. c.9.
Mira proportionis Geometricæ multiplicis continuæ proprietas.c.10.
Converſiones regnorum & rerum publicarum unde eveniant.
Quis dicatur Platoni numerus Nuptialis.
Quæ ſpectanda ſint in proportione Geometrica continua. 229. 11.
In progreſſione Geometrica continua numerus tertius eſt quadratus.
Et uno prætermiſſo.2. quartus eſt cubus & ſic duobus prætermiſſis 3. quintus eſt biquadratus, & ſic deinceps tribus prætermiſſis c.12.
Si quicunq; numerus in ſe ducatur, tantum abeſt iſte

fa-

factus ab illo, quantum ipſe abeſt ab vnitate.
Quadratum cuiuſcunq; numeri eſt aquale duorum facto ab ipſo aequaliter diſtantium. Et ſi numerus fuerit impar, factus ex ductu extremorum ęquatur facto ex duorum numerorum ductu ęqualiter diſtantium, itemq; facto ex ductu medii in ſe ipſum. e. 13.
Si numerus terminorum fuerit par, factus ex ductu extremorum ęqualis eſt producto ex ductu duorum ęquidiſtantium. 230. 14.
Datis quibuſcunq; quatuor terminis, erit productũ mediorum ęquale producto extremorum. e. 15.
Quomodo fiat progreſſionis Geometrica continuę continuatio. e. 16.
Quomodo plura pondera paucis admodum ponderibus ponderentur. e. 17.
Invenire cuiuſcunq; progreſſionis Geometricę continuę ſummam. e. 18.
Quid ſit proportio Geometrica diſcreta. e. 19.
Proportio Geometricę diſcreta duplex eſt. 231. 20.
Quid ſit proportio Geometrica diſcreta ſimplex. e. 21.
Quotuplex ſit proportio Geometrica diſcreta ſimplex. e. 22.
Quid ſit proportio directa. e. 23.
Si quatuor magnitudines fiat proportionales, erit facta à mediis ęqualis factę ab extremis. e. 24.
Datis tribus magnitudinibus quartam invenire proportionalem. e. 25.
Datis duobus lateribus trianguli, & eiuſdem perpendiculo invenire diametrum circuli triangulum circumſcripti. e. 26.
Turrim acceſſibilẽ metiri per ſpeculum planũ. e. 27.
Altitudo montis Pelionis. 232.
Data altitudinis menſuranda umbra inquirere altitudinem ipſam. e. 28.
Incognitę altitudinis menſurandę umbra indagare altitudinem. e. 29.
Super quamcumque baſin rectilineam datam prisma conſtituere ęquale priſmati dato. e. 30.
Super baſin datam rectilineam prima datę pyramidi ęquale conſtruere. 233. 31.
Nonnunquam neceſſe eſt, ut poſt peractam regulam proportionum ſit inſtituenda eductio laterũ. 32.
Data altitudine, à qua videtur mobile in diuturnitate cognita, indagare diuturnitatem, qua deſcendat ab alia altitudine data. e. 33.
Dato plano inclinato, ſuper quo per ſpatium datum grave moveatur vota diuturnitate; & dato alio ſpatio quocunq; reperire diuturnitatem, qua grave per ipſum deſcendat. e. 34.
Data trianguli area & proportione laterum, invenire omnia latera. 234. 35.
Interdum accidit, ut ante vel poſt operationem regulę proportionum nonnullę inſtituendę ſint numerationes. e. 36.
In triangulo acutangulo data perpendiculari in baſin cadente, differentia baſis ſegmentorum, & reliquorum laterum ſumma, inquirere hęc ipſa latera. 235. 37.
In triangulo acutangulo data perpendiculari differentia baſis ſegmentorum & reliquorum laterum, ſcire ipſa latera. e. 38.
Datis duobus lateribus in triangulo angulum rectũ comprehendentibus, inquirere perpendicularem hypothenuſam, eiuſq; ſegmenta. 236. 39.
Dato in triangulo rectangulo catheti bifariam ſecti ſegmento, & baſi, cognoſcere parallelam hypothenuſę. e. 40.
Sit datum triangulum acutangulum A. B. C in quo dantur A. 13. B. 15. C. 14. & G. 10. quaeri debent latera H. D. E. & F. ? 237. 42.
Datur parallelogrammum D. E. F., in quo A. datur 13., B., & C. duplum eſt ipſius D, quęruntur reliqua? 238. 43.
Datis tribus trianguli lateribus, indagare latus, quod ei inſcribi poteſt, maximi quadrati. 239. 44
Datis tribus trianguli acutanguli lateribus, indagare baſeos ſegmenta à perpendiculo abſciſſa. e. 45
Figuram ſolidam augere vel minuere in proportione data. 240. 46.
Quid ſit proportio Geometrica reciproca. e. 47.
Quę ęquiponderant, habent ſe reciproce, ut diſtantia ab hypomochlio ad diſtantiam, ſic pondus ad pondus. e. 48.
Ignotam in ponderoſo gravitatis quantitatem per ęqualiter graviũ in diſtanciis ęqualibus inquerere
Ignotam in ponderoſo gravitatis quantitatem per ęquiponderantiam inęqualium ponderum ex inęqualibus diſtantiis indagare. 241.
Regulę proportionis Reciprocę. e. 49.
Proportio directa & reciproca quomodo interdum commutetur. e. 50.
Alterne commutari quid ſit. e. 51.
Converſe commutari quid ſit. e. 52.
Inverſe commutari quid ſit. 242. 53.
Si quatuor magnitudines ſint directè proportionales, erunt etiam alternè, converſè & inverſè proportionales. e. 54.
Quid & quotuplex ſit proportio compoſita. e. 55.
Quę dicatur proportio ſecundaria. e. 56.
Quotuplex proportio ſecundaria. e. 57.
Harmonia proportionis definitio.
Quare dicatur proportio Harmonica. e. 59.
Quę conſiderentur in terminis, harmonica proportionalibus. 243. 60.
In tribus numeris proportionis harmonica maior eſt ratio maximi ad medium, quàm medii ad minimum. e. 62.
In harmonica proportione termini neq; rationes ęquales habent. e. 63.
Harmonica proportio decreſcit in infinitum, ſed in infinitum augeri nequit. e. 64.
In tribus terminis proportionis harmonicę, medius eadem parte, vel partibus minoris, minorem ſuperat, qua parte vel partibus maioris à maiore ſuperatur. e. 65.
Aggregatum extremorum excedit medium duplicatum numero, quo differentia maiorum differentiã minorum ſuperat. e. 66.
In tribus terminis proportionis harmonię, factus ex tremorum ſuperat quadratum medii numero, qui fit ex differentia majorum in differentiam minorum. 244. 67.

In omni magnitudine inæqualiter ſerta, maius ſegmentum duplicatam æquale eſt aggregato totius, & differentiæ ſegmentorum. 287. 22.

In omni magnitudine inæqualiter ſecta, minus ſegmentum duplicatum æquatur reſiduo ex tota & differentia ſegmentorum. e. 23.

Data ſumma ſegmentorum, ipſa ſegmenta diſcernere. 288. 24.

Data differentia ſegmentorum ipſa ſegmenta diſcernere e. 25.

Quomodo æquatio tranſmutetur in proportionem & contra proportio in æquationem. e. 26.

Magnitudo facta à mediis æquat quadratum mediæ.

Si plana ſint proportionalia, etiam latera proportionalia erant. 289. 27.

Quomodo æquatio tranſmatetur in proportionē. e. 29

In hac converſione non raro contingit, ut tres tantum requirantur termini, cum revera quatuor adſint. e. 30.

Quomodo æquationes reducātur ad analogiſmū. e. 31

Quid ſit æquationis Reſolutio. e. 1.

Quid ſit æquationis diviſio. e. 3.

Si æqualia per æqualia dividantur, quæ fiunt, ſunt æqualia. e. 3.

Aequationis diviſio eſt nil aliud quam compendium regulæ proportionum. e. 5.

Quando numerus Algebricus per Algebricum eiuſdem poteſtatis dividitur, quotus ſemper eſt numerus abſolutus. 291.

In quibus exemplis æquationis diviſio non habet locū. 292. 8.

Datis tribus numeris geometricè proportionalibus, inquirere iis quartum proportionalibus, inquirere iis quartam proportionalem. e. 9.

In quatuor numeris proportionalibus rectangulum mediorum, æquale eſt rectangulo extremorum.

Datis tribus magnitudinibus geometricè proportionalibus, inquirere iis quartam proportionalē. e. 10

Datam duarum ſegmentorum & differentia, & ratione.

Datam lineam; in duas partes dividere, inquirere ipſa ſegmenta. e. 11.

Ut rectangulum ſub partibus ad quadratum differentiæ partium datam habeat rationem. 293. 13.

Datam rectam in duas dividere partes ita, ut partiū quadrata dato quadrato differant. e. 17.

Dato lateri aliud latus adjungere ea lege, ut datum eam adjuncto ad adjunctum datam habeat rationem. 294. 20.

Dato ſegmento majore diviſo per minus, ipſa ſegmēta ſeorſim cognoſcere. e. 22.

Dato plano alicuius rectanguli ipſa latera invenire. e. 23.

Data ſumma ſegmentorum ipſa ſegmenta diſcernenere. 2 5. 24.

Data ſegmentorum ſumma, & eorundem differentia, ipſa latera diſcernere. 25.

Dari poſſunt exempla, quæ nullam diviſionem requirant. 297.

Datur numerus, cui ſi addantur 22. & ab eod m ſubtrahantur 14, propter ſit duplus poſterioris, quæritur quis ſit?

Detur numerus, ex cuius $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$ ſi auferantur ſi auferantur 82., reſtent 100, quæritur quis illa numerus? 298.

Quando quotus numerum quæſitum detegat, e. 2. 3.

Ex quoto invento quale latus ſit extrahendum. e. 4.

Dato in triangulo rectangulo latere rectum angulum ſubtendente, & proportione reliquorum laterum, invenire ipſa latera. 299. 1.

Dato latere quadrati inquirere diametrum; & contra, data diametro inquirere latus. e. 2.

Data rectanguli area, & proportione laterum, indagare ipſa latera e. 3.

Data ſumma laterum, & rectangulo, indagare ipſa latera. 300 4.

Data differentia laterum, & parallelogrammo, inquirere ipſa latera. e. 5.

Data quadratorum & ſumma & differentia, quærere partes laterum 301. 6.

Data cuborum & ſumma & differentia, indagare partes laterum e. 33.

Data parallelopipedi ſoliditate, una cum proportione laterum, indagare ipſa latera. e. 2.

Algebra ænigmata quotuplicis ſint generis. 302. 2.

Quatuor ænigmata Ptolomai e. 3.

Pallas ego ſum, malleo hunc in modum fabrefacta: ſed aurum manat & iuvenum, qui in ſtadio verſantur Poetices. Dimidiam quidem auri partem contulit Chariſias. Octavam vero Theſpis; Decimam debiç &c. pergator.

Finis Germeſer dicat vobis.

Ad ſecundum ænigmatum genus pertinent problemata inana ac nugatoria. p. 307.

Numerum 16. in tales duas dividere partes, ut numerus factus ex una parte in totum nunc duos propoſitum, æqualis ſit quadrato eiuſdem partis una cum numero, immodo eadem parte per alteram multiplicata gignitur. e. 1.

Inquirere numerum, qui dictus in 3. & factus in 6. A procreet numerum æqualem ei, qui ea multiplicatione in ſe ipſum & ex facto in 18. procreatur. e 2.

Datam lineam in duas partes ita dividere, & rectangulum ſub tota & partium differentia una cum quadrato partis minoris æquet quadratum partis maioris. e. 3.

Datam lineam in duas partes ita dividere, ut quadruplum rectangulum ſit partibus, una cum quadrato differentiæ partium æquale ſit, quadrato. totius. 308 4.

Ad tertium genus ænigmatum pertinent problemata impoſſibilia. 309.

Quæ dicatur æquatio impoſſibiliis e. 5.

Quærere numerum, cuius quadratus cum numero 56 æquibus ſit 14 lateribus eiuſdem quadrati. e. 1.

Quærere numerum, qui per 8. multiplicatus & factus hic in ſe, tantum faciat, quantum ex ipſo numero in ſe ducto, & ex hoc facto in 14. ex. 2.

Invenire duos numeros, ut ex ductu unius, in alterum fiat numerus quintuplus ſummæ ipſorum. ex 3.

Datum latus ita dividere & ſi à rectangulo compre-

Digitized by Google

prehenſo ſit tota & vna ex partibus tollatur quadratum eiuſdem partis, relinquatur quadratum totius.'3.& 4. vt ex ductu unius in alteram gignatur quadratum totius.3.10.a 5.

Datam lineam ita diuidere in duas partes, ut rectangulum ſub partibus, vna cum quadrato differentiae partium aequale ſit quadratis partium ex.6.

Datam tertiam lineam in duas partes ita dividere, ut triplum rectangulum ſub partibus, vna cum duplo quadrato differentia partium aequale ſit quadrato totius, vna cum quadrato differentiae partium.311.7.

FINIS.

ALGEBRÆ NOVÆ

LIBER I.

De

ALGEBRA SYNTHETICA.

PARS I.

De

NVMERATIONE SIMPLICI.

SECTIO I.

De

Magnitudinibus Rationalibus.

TITVLVS I.

De

MAGNITVDINIBVS RATIONALIBVS INTEGRIS.

CAPVT I.

De

ALgebræ Authore ſeu inventore, præſtantia, utilitate, & facilitate. p. 1.

Caput 2. De Algebræ fine, genere, ſubiecto, definitione, & diviſione. p. 9.

Caput 3. De Magnitudinũ Rationaliũ Notatione, & Enuntiatione. p. 17

Caput 4. De Magnitudinum Rationalium Additione. p. 20.

Caput 5. De Magnitudinum Rationalium Subductione. p. 23.

Caput 6. De Magnitudinum Rationalium Multiplicatione. p. 28.

Caput 7. De Magnitudine Plana, utpote Quadrato Perfecto, & Imperfecto. p. 35

Caput 8. De Magnitudine Solida, ſcilicet Cubo, Biquadrato, &c. p. 57.

Caput 9. De Magnitudinum Rationalium Diviſione Synthetica. p. 73.

Caput 10. De Numerorum Rationalium diviſione conſiderata ratione differentiarum, quæ ex illa ortum trahunt. p. 87.

Caput 11. De Magnitudinũ Rationaliũ diviſione *Analytica, ſc.* Eductione Laterum in genere. p. 92.

Caput 12. De Analyſi Lateris Quadrati in Numeris Abſolutis. p. 104.

Caput 13. De Analyſi Lateris Cubici in Numeris Abſolutis. p. 122.

Caput 14. De Conſtructione Tabulæ Quadratorum, & Cuborum. p. 129.

Caput 15. De uſu tabulæ quadrattorum et cuborum p. 150.

Caput 15. De Analyſi lateris in numeris Algebricia Simplicibus, & Compoſitis. p. 162.

TITVLVS II.

De

MAGNITVDINIBVS RATIONALIBVS FRACTIS.

MEMBRVM I.

De

Fractionibus in genere conſideratis.

CAPVT I.

De

FRactionum notatione, & valore. p. 174.

Caput 2. De Fractionum Reductione. p. 180.

MEMBRVM II.

De

Fractionibus in ſpecie conſideratis.

CA-

CAPVT I.

DE

FRactionum Numeratione prima, ut de Additione, & Subductione. p. 184.
Caput 2. De Fractionum Numeratione ſecunda, ut de Multiplicatione, & Diviſione. p. 187

SECTIO II.

De

Magnitudinibus Irrationalibus.

TITVLVS I.

De

MAGNITVDINIBVS IRRATIONALIBVS INTEGRIS:

MEMBRVM I.

De

Magnitudinibus Irrationalibus Integris Simplicibus.

CAPVT I.

De

MAgnitudinum Irrationalium Definitione, Diviſione, & Notatione. p. 192.
Caput 2. De Magnitudinum Irrationalium Reductione. p. 194.
Caput 3. De Magnitudinum Irrationalium Simplicium Multiplicatione. p. 197
Caput 4. De Magnitudinum Irrationalium Simplicium Diviſione p. 201.
Caput 5. De Magnitudinum Irrationalium Simplicium Additione. p. 205.
Caput 6. De Magnitudinum Irrationalium Simplicium Subductione. p. 211.
Caput 7. De Magnitudinum Irrationalium Simplicium uſu. p. 214.

TITVLVS II.

De

Magnitudinibus Irrationalibus Simplicibus Fractis.

CAPVT I.

De

FRactionum Irrationalium Notatione, & Reductione. p. 216.
Caput 2. De Fractionum Irrationalium Numeratione. p. 216.

MEMBRVM II.

De

Magnitudinibus Irrationalibus Compoſitis.

CAPVT I.

De

MAgnitudinum Irrationalium Compoſitarum Numeratione prima. p. 218.
Caput 2. De Magnitudinum Irrationalium Compoſitarum Numera- Secunda. p. 219.

PARS II.

DE

NVMERATIONE COMPARATA.

TITVLVS I.

De

NVMERORVM RATIONE.

CAPVT I.

De

Numerorum differentia & ratione, rationumq; differentiis. p. 222.
Caput 2. De Rationum Numeratione prima & ſecunda. p. 224.

TITVLVS II.
DE
NVMERORVM PROPORTIONE.
MEMBRVM I.
DE
Numerorum proportione Primaria.
CAPVT I.
DE

Numerorum proportione Arithmetica diſiuncta & continua. p. 225.
Caput 2. De Numerorum proportione Geometrica directa & reciproca. p. 227.

MEMBRVM II.
DE
Numerorum Proportione Secundaria.
CAPVT I.
De

Terminorum Harmonicè proportionalium proprietatibus. p. 242.
Caput 2. De Terminorũ Harmonicè proportionaliũ invẽtionibus. p. 245.

ALGEBRÆ NOVÆ
LIBER II.
De
ALGEBRA ANALYTICA
CAPVT I.
De

Algebræ Analyticæ Regula, eiuſq; Diviſione. p. 251.
Caput 2. De Æquatione. p. 252.
Caput 3. De Æquationis Inventione. p. 255.
Caput 4. De Reductione Æquationis. p. 280.
Caput 5. De Diviſione Æquationis. p. 290.
Caput 6. De Eductionibus laterum ex reductis æquationibus. p. 298.
Caput 7. De Algebræ Aenigmatibus. p. 302.
Caput 8. De Aenigmatibus Nugatoriis. p. 307.
Caput 9. De Ænigmatibus Impoſsibilibus. p. 309.

FINIS.

IN EXIMIVM OPVS

DE ALGEBRA NOVA.

ALgebra quæ numeris numerorum arcana recluſit,
Obſcura obſcuris prodere viſa fuit.
Hæc nouum litterulis doctas ornando figuras
Rebus in obſcuris ſideris inſtar adeſt.
Nam veluti radijs cæleſtibus abdita luſtrat
Quæ mare, quæ tellus, quæ polus altus habet,
Hac fretus numeri exſortes numerabis arenas
Terrarum menſor, menſor & Oceani.
Aethereaſque faces ac cæli ſine carentis
Ingenio dices aſtra minora tuo.
Et quę Phœbigenæ nequeant evolvere vates,
Phœbigenis mater vatibus illa canes.
Ad tua purpurei Reges oracula current
In rebus dubiis, magnanimique Duces.
Vt Diuum interpres cunctis celebrabere terris,
Huius diuinæ ſi capis Artis opus.
Artis, quæ numero capit omnia; Deficit vnum;
Autoris laudes non capit illa ſui.

C. B. P. P.

Aliud.

Γραμμάτων τάτ' ἔγεντα, καὶ ἐς τέλος ἄλλα τ' ἀμείνω
ῥυθμὸν ἀριθμεῦντες, δέρκεο ἐν γραφίσιν.

ἄκρα φέρε σοφίης πολυΐστωρ, πάντα χαράξας,
ἀστέρας οὐρανίους, θάμβεα καὶ φύσιος.

ἐλδόμενον μέτρον συντάγματος. ἔργον ὀφέλλων
δὴ, πυκιναῖς μελέταις, μηδ' ἀναβαλλόμενον.

γνῶθι βίβλον. σβέσσεις ξηρὸν ἐπὶ πίδακι δίψος,
γευσάμενος ποταμῶ χεύματος εὐρυπόρου.

Aliud ad Eundem.

Εὐφραδίως βραχέεσσιν ἀριθμὸν ἔχεις ἰσόμοιρον.
γνῶθι, φύλαττε, μάθε, τὸ δ' ἄπο ἀτρεκίην

Obſeruantiæ debitum
Ioannis Matthæi Buſtronii.

Typographus Lectori S.D.

CVM tum propter hujus operis curioſiſſimi in componendo & imprimendo difficultatem tum etiam Authoris abſentiam nonnulla in hoc opere errata irrepſerint, idcirco benevolum Lectorem rogatum, volo, ut illa, quæ in operis appendice ejus capiti annexa notare mi bi per alium licuit, ex hoc indice corrigere non dedignetur; ſi alia inſuper graviora adhuc in ipſo opere inter legendum occurrerint, debit pro ſumma ſua humanitate huic noſtræ incuriæ veniam, ſiquidem in ejuſmodi materia excudenda, utpote quæ maximum requirat laborem & ad minutiſsima quæque ſedulam attentionem, non fuerim exercitatus, cum vel in minimo maximus error committi poſſit; Adde, quod Correctores ab ipſo Authore ad errata in compoſitionibus meis nondum impreſsis notanda conſtituti, in hiſce parum fuerint ſolliciti, ne dicam, curioſi aut bene verſati. Quapropter quod in hac prima editione eſt neglectum, id, DEO ita benedicente, in altera reſarciam, quod brevi futurum ſpero, quandoquidem in diverſis locis magni nominis viri modo non exiguum exemplarium numerum expetierint, ut hujus boni ominis cauſa Author hoc ſcriptum ſuum duplo auctius in lucem edere promiſerit, ſuperaddendo nobiliſsimum in omnibus diſciplinis Mathematicis & Mechanicis ALGEBRÆ VSVM. Vale & Fave.

In Epiſtola Dedicatoria.

Pagina 1. ſapiat lege comma. a lege in margine. lib. 1. Metaph. euſq; l. eo uſq; b. l. in margine. de laudibas Buſyrid. p. 2. propram l. prorām p. 3. lucubraunculæ l. lucubratiuncula. in K ain l. Iod. Plato l. K. Oratore l. L. cohærerant l. comma. pluſtaret l. perluſtraret p. 4. abſolutiſſimum l. comma. conditus l. comma juventia l. juventis. vetus dele comma. orationibus l. rationibus. miraculum l. comma. p. 5. in eo l. meo. hic l. non hic. illecebras l. illecebræ. quiſquid l. quidquid cohordi l. Chordi, manu l. comma. flagrare l. comma. flores l. colores. arduum l. ſemi colon.

In præſcriptione ad L.

p. 3. linea 34. deleatur è numero annorum L. numeroſa l. numeroſam. p. 4. diaphanum l. diophātum. aiſciplina l. diſciplina. exiſtent l. exiſtiment l. beteroonea l. beterogenea. p. 5. turrium l. turrium. magnitudines l. comma. p. 6. doricum l. doricum, nutibus deleatur comma. conſervationem l. conſervationem. cum l. vel. ſeel. dux p. 9. contextum l. punctum. demonſtrare l. demonſtravi.

In Synopſi diſciplinarum Mathem.

p. 1. modo l. cōma. p. 2. rhethorica l. rhetorica. ſubaltē ari. l. ſubalternari. hariunt. l. hauriūt p. 5. penere. l. genere habitus l. halitus. Bāna l. Bān. Luſdovicus. Ludovicus Zarlinas l. cōma. l. Petrū Ramū, aliosque p. 6. eoſdem l. eundem. Criphorus l. Chriſtophorus. p. 7. oc l. ob. Roſini l. Roslini. p. 8. anctarticus. l. antarcticus. phænomonis l. phænomenis. Et l. ex. ex l. &. oſtavæ l. octavæ. Aratus l. Aratus. Kebkermannus l. Keckermannus. Iſquē l. iſque p. 9. humilia l. mobilia p. 8. nobiſſima l. nobiliſsima. deductiones l. comma. p. 11. rectam l. recta. p. 12. Appiani l. comm. p. 13. Marolyci l. Maurolyci. p. 15. acerium l. arcium p. 16. horizontem deleatur. comma.

Ad 1461670

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google